

14. **Методические указания** по определению тяжелых металлов в почвах сельхозугодий и продукции растениеводства. – Москва: 1992. – 61 с.

15. **Методи** аналізу ґрунту і рослин: методичний посібник / За заг. ред. **С.Ю. Булигіна**. – Харків: Інститут ґрунтознавства і агрохімії ім. О.Н. Соколовського, 1999. – 157 с.

16. **Лакін Г. Ф.** Биометрия / **Г. Ф. Лакін**. – Москва: Высшая школа, 1990. – 351 с.

Рукопис подано до редакції 17.03.17

УДК 622.733-52

А.А. ЖОСАН, канд. техн. наук, доц., О.Л. ФЕДОРЕНКО, студент
Криворожский национальный университет

e-mail: jaa2301@inbox.ru

ДУАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ ПЕРЕВЕРНУТИМ МАЯТНИКОМ ЯК “ЧОРНИМ ЯЩИКОМ”

Мета. Проблема стабілізації перевернутого маятника привертає увагу багатьох дослідників з синтезу систем управління динамічними об'єктами. Його вважають одним з тестових об'єктів, на якому можна перевіряти якість систем управління об'єктами такими як: корабель з гвинтом, розташованим у задній частині, ракета, транспорт, що рухається за допомогою буксиру, механізми вертикального підйому, механізми роботів та ін. Існуючі роботи з даного напрямку базуються на лінійній концепції. Однак, більшість об'єктів є нелінійними та нестационарними. Тому такі методики не дають задовільного результату. Нейромережеві регулятори виявляються дуже громіздкими, потребують повторного тренування мережі. Метою даної роботи є розробка алгоритму стабілізації перевернутого маятника у верхньому нестійкому положенні та інших положеннях при різних початкових кутах відхилення. При цьому параметри та структура моделі маятника невідомі. Маятник розглядається як “чорний ящик”.

Методи дослідження. Методи дослідження ґрунтуються на концепції дуального непараметричного керування. На основі спостереження за об'єктом створюється розширена матриця стану, яка включає як керуючі дії так і реакцію на них. Ця матриця не містить і не потребує знання параметрів та структури об'єкта керування. Параметри матриці оновлюються на кожному кроці дискретності. За допомогою спеціального алгоритму обробки матриці одержується керуюча дія.

Наукова новизна. Наукова новизна полягає у тому, що шляхом чисельного моделювання з застосуванням концепції дуальної непараметричної моделі показана можливість стабілізації перевернутого маятника у різних положеннях (а не тільки у верхньому) при невідомих його параметрах.

Практична значимість. Отримані результати можна використати при створенні систем керування такими об'єктами як елементи роботи технічних систем, літальні апарати, буксири у системах водного транспорту. При цьому не виникає необхідність у вимірюванні та корекції параметрів регулятора при зміні параметрів об'єкта керування.

Результати. Одержані результати повністю підтвердили правильність обраного підходу щодо створення системи стабілізації руху перевернутого маятника у межах поставленої задачі. Особливо важливо, що вдалося досягти стабілізації горизонтального положення маятника при керуючій дії горизонтального напрямку.

Ключові слова: “чорний ящик”, розширена матриця стану, принцип суперпозиції, нейромережевих регулятор, рівняння Лагранжа, локальна модель, глобальна модель.

Проблема та її зв'язок з науковими та практичними задачами. Проблема стабілізації перевернутого маятника привертає увагу багатьох дослідників з синтезу систем управління динамічними об'єктами. Його вважають одним з тестових об'єктів, на якому можна перевіряти якість регуляторів. Цей об'єкт має ряд специфічних властивостей і пов'язаних з ними проблем:

- нелінійність математичної моделі;
- необхідність лінеаризації моделі і синтезу регулятора положення не для суто маятника, а для його моделі;
- наявність верхнього положення нестійкої рівноваги;
- проблема виводу маятника з нижнього положення стійкої рівноваги у верхнє положення (для цього у всіх відомих нам роботах, як правило, застосовується спеціальній окремий алгоритм);
- чутливість замкненої системи керування до змін параметрів;
- необхідність знання порядку та параметрів об'єкта керування.

В той же час перевернутий маятник треба розглядати як аналог важливих технічних систем. Можна назвати такі з них як: корабель з гвинтом, розташованим у задній частині, ракета, транспорт, що рухається за допомогою буксиру, механізми вертикального підйому, механізми роботів та ін.

Аналіз існуючих наукових робіт. Робіт, присвячених цій проблемі дуже багато. В цьому легко переконатися з літературних та Інтернет видань. У значній кількості робіт не приділяється уваги роботі об'єкта керування, параметри якого змінюються і не відповідають тим, які були враховані при синтезі регулятора. Тому у даному разі розглядаємо лише ті роботи, які допоможуть, з точки зору автора, розкрити проблеми, пов'язані з синтезом системи керування та порівняти підхід до проблеми, що використано у даній роботі.

У роботі [1] показано приклад керування нелінійним об'єктом (у тому числі на границі стійкості) без лінеаризації моделі об'єкта керування. При чому регулятор не містить інформації про структуру та параметри об'єкта керування. Такий підхід відомий, як керування «чорним ящиком». Регулятор, що буде далі наведено є нелінійним, що відповідає одному з принципів кібернетики: складність регулятора повинні бути не менше складності об'єкта керування.

У роботі [2] було проведено цікаве і важливе дослідження керування перевернутим маятником за допомогою нейро-мережевого регулятора. При чому після «тренування» регулятора параметри маятника змінювалися. Зміна маси маятника у межах 20% призводила до катастрофічної втрати властивостей процесу керування. Подібні експерименти не часто наводяться у наукових роботах.

У роботах [1,3,4] проаналізовані причини існування вказаних проблем та запропоновано шлях до їх послаблення. За основу прийнято дуальний (дуже відомий, запропонований Фельдбаумом О.О.), доповнений непараметричним підходом з відмовою від спроб одержання глобальних моделей об'єктів керування.

Для порівняння підходів до розв'язку проблеми за основу була взята модель маятника та метод синтезу регулятора [5]. Вибір саме цієї моделі маятника не суттєвий, оскільки практично всі роботи з цього циклу використовують метод рівнянь Лагранжа 2-го роду. Як буде показано далі, ні знання структури, ні параметрів об'єкта керування виявилось непотрібним для успішного керування процесом із застосуванням дуального непараметричного підходу.

Наукові положення, мета роботи, постановка задачі. Наукові положення. Робота базується на ідеї дуального керування, доповнений методами непараметричного моделювання «чорного ящика».

Мета роботи перевірити можливість дуального непараметричного регулятора стабілізувати положення нелінійного об'єкта у вигляді перевернутого або горизонтального маятника.

Завдання наукової роботи випробувати нелінійний дуальний непараметричний регулятор положення маятника у наступних режимах:

стабілізація вертикального положення маятника;

повторити експеримент, змінивши момент інерції маятника у 4 рази без змін налаштування регулятора;

стабілізація горизонтального положення маятника.

Дуальна непараметрична модель.

Основні засади синтезу непараметричного дуального регулятора [1].

Суть методу в наступному. На вхід об'єкта управління подаються керуючі впливи в ході нормальної його експлуатації. В результаті заповнюється розширена матриця виду

$$M = \begin{pmatrix} x_{n+1}^3 & x_n & u_n \\ x_n & x_{n-1} & u_{n-1} \\ x_{n-1} & x_{n-2} & u_{n-2} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де x_{n+1}^3 - значення вихідної величини на $(n + 1)$ "майбутньому" заданому інтервалі дискретності, це може бути задане бажане значення; x_n - значення вихідної величини на k -у інтервалі ($k \neq n+1$), які були раніше реалізовані, виміряні; u_{n-1} , u_{n-2} - значення управління на відповідних минулих інтервалах, виміряні і значить відомі; u_n - значення управління на n -у інтервалі (на якому здійснюється нове, розраховане) управління, що забезпечує на наступному

інтервалі задане значення виходу. На кожному наступному інтервалі рядки даних зміщуються униз (нижній рядок витісняється), а верхній рядок замінюється останніми даними.

Отже, завдання регулятора полягає по заданому значенню визначити відповідне управління u_n . Для вирішення цього завдання пропонується знайти невідоме управління, алгоритм визначення якого запропоновано [1] у вигляді

$$\det(M)=0. \quad (2)$$

Звідки

$$u_n = \frac{(x_{n+1}^3 \cdot x_{n-2} - x_{n-1} \cdot x_n)u_{n-1} + (x_n \cdot x_n - x_{n+1}^3 \cdot x_{n-1})u_{n-2}}{x_{n-2} \cdot x_n - x_{n-1} \cdot x_{n-1}}. \quad (3)$$

Очевидною відмінністю і цінністю такого регулятора є відсутність коефіцієнтів, пов'язаних зі структурою та коефіцієнтами моделі об'єкта, які треба визначати, а потім оптимізувати, як це досі прийнято у багатьох публікаціях. Однак очевидно, що матриця (1) і відповідне рівняння регулятора містять повну первинну та найбільш достовірну інформацію про об'єкт.

Необхідно особливо підкреслити, що регулятор (3) не містить конкретних параметрів об'єкта. Об'єкт керування існує об'єктивно незалежно від регулятора. Моделі маятника за класичними методами одержують часто з використанням методу рівнянь Лагранжа другого роду. Після чого одержані параметри моделі об'єкта включаються у модель регулятора. У нашому випадку ці параметри для моделі регулятора не потрібні, але сама модель об'єкта, яка існує об'єктивно і незалежно від регулятора і пов'язана з ним лише даними «вхід-вихід» необхідна. Для регулятора об'єкт залишається «чорним ящиком».

Чисельна модель маятника.

Для моделі маятника було взято рівняння, одержані у роботі [5]. Потрібно лише замінити диференціальне рівняння маятника на різницеве рівняння.

На рис. 1 показана схема маятника з [5], стор. 30. Керуюча дія $u[k]$ прикладається до точки підвісу і направлена горизонтально.

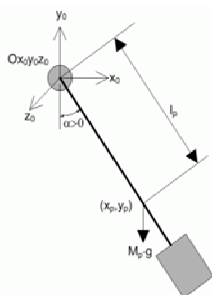


Рис. 1. Схема маятника

У табл. 1 наведено числові дані відповідних параметрів маятника

Далі у роботі [5], стор. 30 було виведено диференціальне рівняння руху маятника у вигляді

$$J_p \ddot{\alpha} + B_p \dot{\alpha} + M_p \cdot g \cdot l_p \sin \alpha = -u(t) \cdot M_p l_p \cdot \cos \alpha. \quad (4)$$

За початковий відлік візьмемо нижнє положення маятника $\alpha=0$, верхнє $\alpha=\pi$. Далі у чисельному експерименті кути будуть перераховуватися у градусах.

Таблиця 1

Основні позначення та числові величини [5], стор. 30

Позначення	Фізичний сенс величин	Значення	Сі
M_p	Загальна маса маятника (власна маса в сукупності з з'єднаннями)	0,027	кг
l_p	Відстань від центру мас маятника до осі обертання на верхньому кінці стрижня	0,153	м
L_p	Загальна довжина маятника	0,191	м
g	Гравітаційна стала	9,810	м/с ²
J_p	Момент інерції маятника щодо осі обертання на верхньому кінці стрижня	$1,10 \cdot 10^{-4}$	кг/м ²
B_p	Коефіцієнт в'язкого тертя маятника по α	0,000	Н·м/(рад/с)

Оскільки грецький алфавіт у більшості мов програмування не використовується, введемо очевидні позначення і рівняння (4) представимо у вигляді

$$J_p \ddot{x} + B_p \dot{x} + M_p \cdot g \cdot l_p \sin(x) = -u(t) \cdot M_p l_p \cdot \cos(x)$$

Введемо коефіцієнти

$$A = \frac{B_p}{J_p}, \quad B = \frac{M_p \cdot g \cdot l_p}{l_p}, \quad C = \frac{M_p \cdot l_p}{l_p}. \quad (5)$$

Підставимо числові значення з табл. 1 з урахуванням відсутності в'язкого тертя ($B_p=0$, див. табл. 1) отримуємо

$$A = 0, B = \frac{0,027 \cdot 9,8 \cdot 0,153}{1,1 \cdot 10^{-4}} = 368.035, C = \frac{0,027 \cdot 0,153}{1,1 \cdot 10^{-4}} = 37,55$$

У нових позначеннях отримаємо рівняння

$$\ddot{x} = -A\dot{x} - B(x) - Cu(t \cdot \cos(x)).$$

Рівняння (3) запишемо в еквівалентній формі, що дозволяє застосування чисельних методів розв'язання з вибором інтервалу дискретності Δt

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -A^* \frac{dx_1}{dt} - B^* \sin(x_1) - C^* \cos u(t)^*,$$

де - $u(t)$ керуючий вплив, в якості якого обрана величина горизонтального прискорення точки підвісу.

Приведемо це рівняння до нормального форми Коші:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2; \quad \frac{dx_2}{dt} = -A^* x_2 - B^* \sin(x_1) - C^* \cos(x_1) t \cdot u(t), \quad (6)$$

де x_1 - кут відхилення маятника щодо верхнього (нестійкого) положення; x_2 - кутова швидкість маятника; $u(t)$ - керуючий вплив, в якості якого вибрано прискорення, точки підвісу вздовж горизонталі. По суті - це сила. Такі підходи загально прийняті.

Різницева форма системи (6) може бути отримана, наприклад у вигляді рівняння Ейлера при інтервалі дискретності Δt

$$x_1[k+1] = x_1[k] \cdot dt;$$

$$x_2[k+1] = x_2[k] - \left(A^* x_2[k] - B^* \sin(x_1[k]) - C^* \cos(x_1[k]) \cdot u[k] \right) \cdot dt.$$

Результати досліджень. Були проведені чисельні дослідження стабілізації маятника у різних випадках. Початкове положення маятника було прийнято 10 град. Як правило у таких випадках, у тому числі [5], спочатку синтезують спеціальний алгоритм підйому маятника до положення, близького до верхнього. Далі синтезують регулятор верхнього положення у відповідності з лінеарізованою моделлю маятника.

У даній роботі:

алгоритм підйому виявився непотрібний, оскільки дуальний непараметричний регулятор (3) справляється з поставленою задачею;

непараметричний регулятор (3) одержано без використання лінеарізованої моделі маятника.

На рис. 1 показано процес стабілізації маятника у верхньому положенні (180 град.) з початкового значення 10 град. Параметри маятника взято із роботи [5]. Маятник знаходився практично у нижньому положенні. Верхнє положення впевнено утримується.

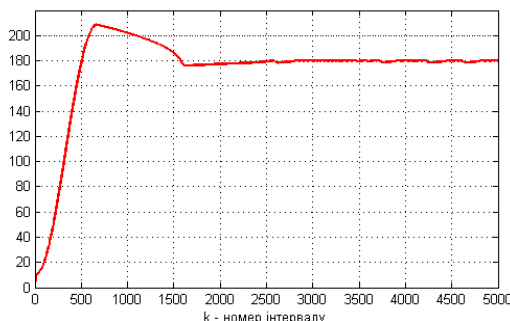


Рис. 1. Початкове відхилення 10 град., задане 180 град. (вертик. верхнє) параметри номінальні: $B=37.555$, інтервал дискретності 0,00025 с. Процес досяг заданого значення приблизно за 0,4 с. Спеціального алгоритму для попереднього підйому у верхнє положення не знадобилося

На рис. 2 показано процес стабілізації маятника, що відрізняється тим, що його момент інерції J (4) зменшено у 4 рази. Одночасно це означає прискорення процесів руху маятника. Регулятор залишався той самий, що у попередньому випадку. Додаткових налаштувань регулятора не знадобилося, оскільки ніяких коефіцієнтів він не містить.

Результати стабілізації очевидно хороші.

На рис. 3 показано результати стабілізації маятника у горизонтальному положенні. Вважаємо, що це найважчий режим при зміщенні точки опори у горизонтальному напрямку.

Значення такого експерименту підкреслюється у роботі [6]. Показано, що академіком П.Л. Капицею запропоновано алгоритм стабілізації маятника у горизонтальному положенні, що досягається вібрацією його із частотою, що пов'язана з параметрами самого маятника.

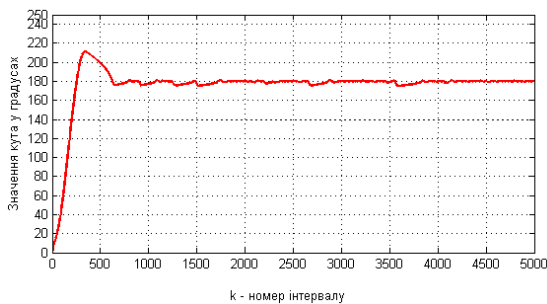


Рис. 2. Початкове відхилення 10 град., задане 180 град. (вертик. верхнє) параметри збільшені у 4 рази: $B=1472$, $C=150,22$ (рівнозначно зменшенню моменту інерції у 4 рази), інтервал дискретності 0,00025 с. Процес досяг заданого значення приблизно за 0,2 с. Спеціального алгоритму для попереднього підйому у верхнє положення не знадобилося

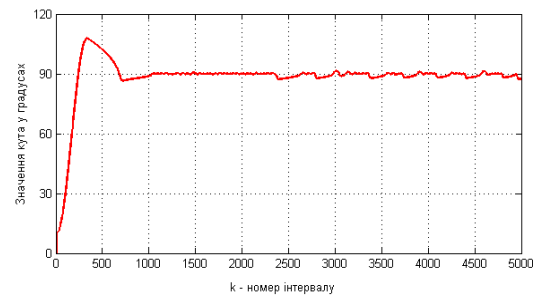


Рис. 3. Початкове відхилення 10 град., задане 90 град. (горизонтальне) інтервал дискретності 0,00025 с. Процес досяг заданого значення приблизно за 0,2 с

У даному випадку регулятор (3) не потребує у своїй конструкції визначення такої частоти, забезпечуючи високу якість процесу стабілізації. Крім того, можна вказати, що деякі концептуальні питання дуального управління нелінійними системами розглядалися у роботах [7-15].

Висновки. На прикладі стабілізації перевернутого та горизонтального маятника підтвердилася ефективність застосування одного й того самого дуального непараметричного регулятора для випадку об'єкта [1] та маятника без зміни та налаштування параметрів регулятора.

Переваги регуляторів такого типу у тому, що вони не потребують знання параметрів та структури об'єкта керування, забезпечуючи ефективне керування «чорним ящиком».

Список літератури

1. А.А. Жосан Непараметрический регулятор нелинейных процессов / Вісник Криворізького національного університету, 2016. - Кривий Ріг: КНУ. - Вип. 42, . - С. 226-231.
2. С.С. Рюмкин, С.П. Круглов Вопросы управления робототехническими комплексами в условиях текущей неопределенности. / Научное творчество XXI века: Сборник трудов Ежегодной Всероссийской научной конференции учащихся, студентов и молодых ученых (2009). Т. 1. // Интернет-ресурс: <http://nkras.ru/nt/2009/Ryumkin.pdf>.
3. Жосан А.А. Концепція моделі динамічного об'єкта керування як потоку вхідних і вихідних даних / Вісник Криворізького технічного університету, 2008 // Кривий Ріг. - Вип. 22. - С. 154-157.
4. Anatoliy Zhosan, Sergey Lipanchikov. Numerical modeling of disintegration process dual control. Metallurgical and Mining Industry, 2015, No. 3, p.p 74-77.
5. Д.В. Баландин, С.Ю. Городецкй. Классические и современные методы построения регуляторов в примерах. Электронное учебно-методическое пособие / Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. С. 29-48.
6. Е. И. Бутиков. Маятник с осциллирующим подвесом (к 60-летию маятника Капицы). Интернет-ресурс: <http://butikov.faculty.ifmo.ru/Russian/ParamPendulum.pdf>.
7. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Lec. Notes in Math., 1981.V. 898. P. 366-381.
8. Wittenmark, B., 'An active suboptimal dual controller for systems with stochastic parameters', Automat. Control Theory Appl., 3,13-19 (1975).
9. Wittenmark, B. and C. Elevitch, 'An adaptive control algorithm with dual features', 7th IFAC/IFORS Symp. on Identification and Systems Parameter Estimation, York, U.K., 1985, pp. 587-592.
10. Filatov, N. and H. Unbehauen, 'Adaptive predictive control policy for nonlinear stochastic systems', IEEE Trans. Automat. Control, 40, 1943-1949 (1995).
11. Kalman R.Ye. Identification of systems with noise // Advances on mathematical science 1985. V. 40. № 4. 244 p.
12. Lindof, B. and J. Holst, 'Suboptimal dual control of stochastic systems with time-varying parameters', Technical report TFMS-3152, Department of Mathematical Statistics, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1997.
13. Kantz H., Schreiber T. Nonlinear time series analysis. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
14. A. Banrejee and M. J. Nigam, "Designing of proportional sliding mode controller for linear one stage inverted pendulum," POWER ENGINEERING AND ELECTRICAL ENGINEERING, vol. 9, pp. 84-89, June 2011.
15. A. N. K. Nasir, R. M. T. R. Ismail, and M. A. Ahmad, "Performance comparison between sliding mode control (smc) and pd-pid controllers for a nonlinear inverted pendulum system," in International Conference On Control Automation, Robotics & Vision, 2010.

Рукопись постуила в редакцию 11.04.17