

Мельник Т. М.,
ст. викл. кафедри аудиту, Львівська комерційна академія, м. Львів

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРИКЛАДНИХ АНАЛІТИЧНИХ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ ІНВЕСТИЦІЙНИМИ ПРОЕКТАМИ

Анотація. Стаття присвячена питанням використання математичних методів для вирішення окремих аналітичних задач управління інвестиційними проектами. Дано характеристику фінансовим та нефінансовим показникам, що використовуються для оцінки результатів реалізації інвестиційних проектів. Висвітлено методичні та організаційні проблеми застосування традиційних підходів оцінювання результатів реалізації інвестиційних проектів. Розглянуто методику застосування симплексного методу для вирішення однієї із поширених аналітичних задач – розв'язання проблеми компромісу "час-витрати" у сфері управління проектами. Використовуючи в якості прикладу дані інвестиційного проекту з будівництва торговельного центру, було продемонстровано застосування симплексного методу для вирішення такого типу аналітичних задач.

Ключові слова: інвестиційний проект, проектний аналіз, управління проектами, математичне програмування, витрати проекту, чиста теперішня вартість, внутрішня норма рентабельності.

Melnyk T. M.,
Senior lecturer of the Department of Audit, Lviv Academy of Commerce, Lviv

APPLICATION OF MATHEMATICAL METHODS FOR SOLVING OF APPLIED ANALYTICAL PROBLEMS OF INVESTMENT PROJECTS MANAGEMENT

Abstract. Article is devoted to the use of mathematical methods to solve specific analytical problems of management of investment projects. The characteristic of financial and non-financial indicators used to assess the results of the implementation of investment projects. The article deals with methodical and organizational problems of the use of traditional approaches evaluation of results of implementation of investment projects. The technique of use of simplex method to solve one of the common analytical problems - a compromise solution "time-costs" in project management was reviewed. Using as an example the data of the investment project to build a shopping center, the use of simplex method to solve this type of analytical tasks was demonstrated.

Keywords: investment project, project analysis, project management, mathematical programming, project costs, net present value, internal rate of return.

Постановка проблеми. Використання сучасних технологій проектного управління висуває низку завдань, вирішення яких можливе лише із застосуванням відповідних математичних методів. Незважаючи на значні теоретичні напрацювання вчених у сфері управління проектами, математики та проектного аналізу, а також наявність сучасних програм для управління проектами, питання методики розв'язання аналітичних завдань із застосуванням математичних методів залишається актуальним та вимагає подальшого розвитку. До ключових завдань цього напрямку дослідження слід віднести завдання з визначення та оцінки результатів реалізації інвестиційних проектів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Початок наукових досліджень у сфері прикладного застосування математичних методів для потреб аналізу та управління інвестиційними проектами

пов'язаний із появою діаграми Ганта та сітьового планування. На сьогоднішній день ці питання неодноразово висвітлювалися в наукових працях вітчизняних та зарубіжних вчених. Серед них: Вовчак О. Д., Глушик М. М., Грей К. Ф., Данілочкіна Н. Г., Єлейко В. І., Канторович Л. В., Кендалл І., Копич І. М., Ларсон Е. У., Мазур І. І., Сороківський М. В., Шапіро В. Д. та ін.

Особливої уваги серед наукових досліджень у даній сфері заслуговують праці професора університету штату Іллінойс Роджера Робінсона, який одним із перших виклав методику прикладного застосування математичних методів для розв'язання проблеми компромісу "час-витрати" у сфері проектного управління. Зокрема, опублікована в 1975 році Р. Робінсоном стаття [11] висвітлює методику застосування динамічного програмування для вирішення вказаної вище проблеми. В подальшому питання, розглянуті у даній статті, неодно-

разово піднімалися багатьма вченими, про що свідчить високий рівень цитованості вказаного джерела.

Постановка завдання. На відміну від поточної діяльності підприємства, результат якої визначається у фінансових показниках на періодичній основі, результат реалізації інвестиційного проекту може бути представлений показниками різного характеру, а часовий період для його визначення може мати різну тривалість.

Різний характер показників, які застосовуються для оцінки результату реалізації інвестиційного проекту, зумовлений передусім характером цілей, що висувуються перед ним.

На підставі проведеного аналізу економічної літератури можна виділити дві групи показників, які використовуються для оцінки результатів реалізації інвестиційного проекту. Перша група – це фінансові показники, що застосовуються для оцінки реалізації інвестиційного проекту, друга – це нефінансові показники.

В свою чергу, фінансові показники можна поділити на дві підгрупи:

- фінансові показники, в основу розрахунку яких покладено метод дисконтування грошових потоків (чиста теперішня вартість грошових потоків проекту (NPV), внутрішня норма рентабельності проекту (IRR), модифікована норма доходності проекту (MIRR), дисконтований період окупності проекту (PP));

- фінансові показники, які розраховуються без приведення даних до єдиного часового періоду (недисконтований чистий грошовий потік проекту, середньорічна величина операційного прибутку від реалізації проекту, середньорічна величина операційного прибутку від реалізації проекту, скорегована на величину податку (NOPLAT), облікова норма рентабельності проекту (ARR), простий період окупності проекту (PP), обліковий період окупності).

Нефінансові показники здебільшого мають індивідуальний характер та залежать від цілей інвестиційного проекту. Наприклад, ціллю інвестиційного проекту з будівництва власної трансформаторної підстанції та лінії для передачі електроенергії від мережі залізниці до логістичного центру торговельної компанії є забезпечення безперебійної роботи холодильного та іншого складського обладнання. Зрозуміло, що виміряти фінансовий результат від реалізації такого інвестиційного проекту на момент його завершення неможливо, оскільки досить важко оцінити економічні вигоди та спрогнозувати витрати, пов'язані з обслуговуванням трансформаторної підстанції протягом періоду її корисної експлуатації. Тому в даній ситуації для оцінки результату реалізації такого інвестиційного проекту доцільно, наприклад, використовувати показник вчасності виконання проекту.

Наведений приклад із проектом з будівництва підстанції частково демонструє недоліки фінансових показників, які використовуються для оцінки результатів інвестиційних проектів. Зауважимо, що фінансові критерії багаторазово піддавались критиці в багатьох працях вітчизняних та зарубіжних

вчених. Однак більшість висвітлених недоліків стосувалися методичної сторони їх обчислення. Так, до прикладу, до основних недоліків показника чистої теперішньої вартості (NPV) відносять: застосування сталої ставки дисконтування для всього періоду реалізації інвестиційного проекту, відсутність єдиних підходів щодо застосування коефіцієнта дисконтування для надходжень від реалізації інвестиційного проекту та коефіцієнта дисконтування для видатків (інвестицій) за інвестиційним проектом, неточність прогнозування грошових потоків від реалізації інвестиційного проекту, вплив інфляції на показник NPV тощо.

Поряд із тим, існує цілий ряд інших недоліків, яким приділено менше уваги, зокрема це недоліки організаційного характеру, які пов'язані зі збором інформації для розрахунку даних фінансових показників.

У першу чергу необхідно відзначити, що в основу розрахунків даних фінансових показників покладено співставлення видатків грошових коштів (інвестицій) та надходжень грошових коштів або фінансових результатів від реалізації інвестиційного проекту. Тому для розрахунку даних показників, поряд із інформацією про обсяг вкладених інвестицій, необхідно володіти інформацією про фінансовий результат проекту чи про обсяг надходження грошових коштів, які генеруватиме такий проект. Однак не всі інвестиційні проекти мають суто комерційний характер і реалізуються з метою отримання прямих економічних вигод. Відтак, інформація про надходження грошових коштів чи фінансовий результат може бути відсутня як така. Тому визначити дані фінансові показники неможливо.

Окрім цього, існує ще один важливий момент, який стосується визначення фактичних значень окремих фінансових показників після завершення реалізації інвестиційного проекту. Зокрема, наприклад, багатьох користувачів цікавить фактична окупність інвестиційного проекту, для визначення якої потрібно забезпечити збір та обробку інформації як під час реалізації проекту, так і після його завершення. В даній ситуації необхідно врахувати два моменти.

По-перше, це функціонування обліково-аналітичного забезпечення, здатного зібрати та обробити необхідну інформацію як на етапі реалізації інвестиційного проекту, так і після його закриття. Звісно, що тут мова йтиме про тривалі часові періоди, протягом яких у підприємства, що реалізувало інвестиційний проект, може змінюватись облікова політика, програмне забезпечення для ведення обліку, організаційна структура обліково-аналітичних, планово-економічних служб, що здатне певною мірою позначитися на зборі та обробці такої інформації.

По-друге, можуть виникати труднощі з ідентифікацією економічних вигод від реалізації інвестиційного проекту. Наприклад розрізнити в окремих випадках, де грошовий потік забезпечується в результаті реалізації інвестиційного проекту, а де поточною діяльністю, а де взагалі в результаті реалізації інших проектів, фактично неможливо.

Поряд із цим, необхідно зауважити, що майбутні результати від реалізації проекту залежать не від команди проекту, а від менеджерів, що управляють поточною діяльністю торговельного підприємства. Коли ж здійснюються аналітичні розрахунки фінансових показників перед реалізацією проекту, вибудовується свого роду інформаційна вісь, яка нібито поєднує в часі проектну та постпроектну діяльність. Але насправді цього не існує, оскільки цільові показники менеджерів, що управляють поточною діяльністю торговельного підприємства, як правило, жодним чином не стосуються історичних даних реалізованого проекту. Тому не зовсім логічним виглядає прив'язувати до інвестиційного проекту результати проектної та постпроектної (поточної) діяльності торговельного підприємства.

У зв'язку з цим пропонуємо результат інвестиційного проекту розглядати за підсумками його реалізації, не враховуючи майбутніх економічних вигод від такої реалізації. Відповідно, у даній ситуації постане питання використання критеріїв для оцінки результатів реалізації інвестиційного проекту. На нашу думку, тут потрібно виходити із завдань, які поставлені перед командою проекту та особами, відповідальними за прийняття рішень про фінансування проекту, наприклад, спонсор (інвестор) проекту.

Звісно, що набір критеріїв для оцінки результатів реалізації інвестиційного проекту залежатиме як від змісту проекту, так і суб'єктивної думки осіб, відповідальних за його фінансування. Однак у більшості випадків при оцінці ходу реалізації інвестиційного проекту звертають увагу на такі показники:

- вчасність виконання робіт за проектом;
- повнота виконання необхідного обсягу робіт, які передбачені планом інвестиційного проекту;
- дотримання бюджету інвестиційного проекту.

Наведені критерії покладені в основу побудови так званої моделі “проектного трикутника”. Проектний трикутник – це графічне представлення залежності між трьома обмеженнями проекту: час, вартість та об'єм. Власне, кожне з наведених обмежень умовно вважається стороною трикутника і, відповідно, не може бути змінене без зміни хоча б одного з інших обмежень. Наприклад, скорочення тривалості робіт за проектом можливе за умови залучення додаткового обсягу трудових ресурсів, що, в свою чергу, призведе до додаткових витрат, тобто зростання бюджету інвестиційного проекту.

Виклад основного матеріалу дослідження. Наведена вище специфіка взаємозалежностей в інвестиційному проекті вимагає застосування математичного підходу для розв'язання багатьох аналітичних задач, які висувуються перед командою проекту та обліковими, планово-економічними службами торговельного підприємства.

Розглянемо методику розв'язання таких задач на базі прикладу.

Приклад 1. У плані інвестиційного проекту з будівництва торговельного центру на наступний квартал передбачено виконання цілого ряду робіт, серед них: 1) мощення бруківки на майданчику для паркування автомобілів; 2) проведення робіт із

озеленення території навколо торговельного центру; 3) монтаж систем спостереження; 4) монтаж сходів-ескалаторів; 5) будівництво дитячого майданчика на території біля торговельного центру.

Через зростання розрахункової тривалості інших блоків робіт за проектом, які можуть бути розпочаті лише за умови часткового (а для деяких і повного) завершення блоків робіт, що наведені вище, виникає необхідність виконати їх у найкоротші терміни. У зв'язку з цим підприємство планує в першому місяці наступного кварталу здійснити якомога більше робіт за кожним із даних п'яти блоків. Тому необхідно визначити оптимальні обсяги виконання кожного з наведених п'яти блоків робіт у відсотках до запланованого обсягу в першому місяці наступного кварталу за виконання таких умов:

1. Кожен із наведених п'яти блоків робіт технологічно може виконуватися паралельно та незалежно один від одного.

2. Для виконання робіт за кожним блоком передбачені норми споживання відповідних ресурсів (табл. 1). Окрім цього, в табл. 1 наведено дані про мінімальний обсяг виконання робіт в поточному періоді $Q_i (i = 1,5)$ у відсотках до запланованого загального обсягу та допустимий загальний обсяг споживання ресурсів у поточному місяці.

Для розв'язування задач такого типу використовують методи математичного програмування, зокрема: графічний метод, який придатний для розв'язування задач, що містять дві змінні, а також симплексний, який використовується для розв'язування задач, для яких число змінних $n \geq 2$.

Для того, аби скористатися даними методами для розв'язування задачі, спочатку необхідно побудувати її матемиатичну модель. З цією метою потрібно формалізувати економічну проблему, тобто виразити її у вигляді конкретних математичних залежностей (функцій, рівнянь і нерівностей). Іншими словами, необхідно ввести змінні задачі, побудувати систему обмежень і записати цільову функцію.

В нашому випадку змінними задачі $Q_i (i = 1,5)$ будуть фактичні обсяги виконання кожної з робіт за проектом у відсотках до запланованого обсягу, а система обмежень матиме вигляд:

$$\begin{cases} Q_1 R_{11} + Q_2 R_{12} + Q_3 R_{13} + Q_4 R_{14} + Q_5 R_{15} \leq R_1 \\ Q_1 R_{21} + Q_2 R_{22} + Q_3 R_{23} + Q_4 R_{24} + Q_5 R_{25} \leq R_2 \\ Q_1 R_{31} + Q_2 R_{32} + Q_3 R_{33} + Q_4 R_{34} + Q_5 R_{35} \leq R_3 \\ Q_1 R_{41} + Q_2 R_{42} + Q_3 R_{43} + Q_4 R_{44} + Q_5 R_{45} \leq R_4 \\ Q_1 R_{51} + Q_2 R_{52} + Q_3 R_{53} + Q_4 R_{54} + Q_5 R_{55} \leq R_5 \\ 100 \geq Q_1 \geq Q_{1\min}; 100 \geq Q_2 \geq Q_{2\min}; 100 \geq Q_3 \geq Q_{3\min}; 100 \geq Q_4 \geq Q_{4\min}; 100 \geq Q_5 \geq Q_{5\min} \end{cases} \quad (1)$$

де $R_{11} \dots R_{15}$ – бюджет на виконання робіт з першого по п'ятий блок робіт, відповідно;

$R_{21} \dots R_{25}$ – норми витрачання ресурсу “Зовнішній інженер” для виконання робіт із першого по п'ятий блок робіт відповідно;

$R_{31} \dots R_{35}$ – норми витрачання ресурсу “Зовнішній ландшафтний дизайнер” для виконання робіт із першого по п'ятий блок робіт відповідно;

R41...R45 – норми витрачання ресурсу “Інженер торговельного підприємства” для виконання робіт із першого по п’ятий блок робіт відповідно;

R51...R55 – норми витрачання ресурсу “Адміністратор-обліковець проекту” для виконання робіт із першого по п’ятий блок робіт відповідно;

R1...R5 – максимальний обсяг споживання з першого по п’ятий ресурс проекту на місяць відповідно;

$Q1_{min}...Q5_{min}$ – мінімальний місячний об’єм виконання робіт у відсотках до запланованого обсягу з першого по п’ятий блок робіт відповідно.

Цільова функція матиме вигляд: $Q = Q(Q_1, Q_2, \dots, Q_5) = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$, а критерій оптимальності полягає в її максимізації при заданій системі обмежень.

Виходячи з даних табл. 1, задача з пошуку оптимального обсягу виконання блоків робіт за інвестиційним проектом буде мати наступний вигляд:

$$\begin{cases} 350Q_1 + 220Q_2 + 180Q_3 + 2550Q_4 + 40Q_5 \leq 2900 \text{ (тис. грн.)} \\ 65Q_1 + 70Q_2 + 15Q_3 \leq 110 \text{ (люд.год.)} \\ 20Q_1 + 70Q_2 + 42Q_3 \leq 125 \text{ (люд.год.)} \\ 75Q_1 + 30Q_2 + 48Q_3 + 70Q_4 + 20Q_5 \leq 140 \text{ (люд.год.)} \\ 10Q_1 + 5Q_2 + 20Q_3 + 32Q_4 + 12Q_5 \leq 55 \text{ (люд.год.)} \\ 100 \geq Q_1 \geq 50; Q_2 = 100; 100 \geq Q_3 \geq 60; 100 \geq Q_4 \geq 30; 100 \geq Q_5 \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 \rightarrow \max \quad (3)$$

Скориставшись надбудовою Solver до електронних таблиць MS Excel, отримаємо розв’язок задачі: $Q_1=50,00\%$; $Q_2=100,00\%$; $Q_3=65,63\%$; $Q_4=30,00\%$; $Q_5=100,00\%$. Таким чином, враховуючи ресурсні обмеження та обмеження, які стосуються мінімального обсягу виконання робіт, максимум виконання робіт за наведеними п’ятьма блоками можливе, коли:

- відсоток виконання робіт із мощення бруківки на майданчику для паркування автомобілів – 50%;
- відсоток виконання робіт із озеленення території навколо торговельного центру – 100%;
- відсоток виконання робіт із монтажу систем спостереження – 65,63%;
- відсоток виконання робіт монтажу сходів-ескалаторів – 30%;
- відсоток виконання робіт із будівництва дитячого майданчика на території біля торговельного центру – 100%.

При цьому значення цільової функції становитиме 345,63%, а середній відсоток виконання робіт за даними п’ятьма блоками – 69,13%.

Ще однією поширеною задачею, яка базується на моделі проектного трикутника, є пошук компромісного рішення між зміною строків завершення проекту та дотримання відповідного рівня його вартості.

Суть даної задачі полягає у пошуку оптимальних строків реалізації інвестиційного проекту, які б забезпечували бажані вартісні параметри його реалізації.

В зарубіжній літературі дану задачу називають проблемою компромісу “час-витрати” (time-cost tradeoff problems).

У ході постановки задачі з вирішення проблеми компромісу “час-витрати” основна увага приділяється функції залежності витрат (вартості) проекту від термінів його реалізації. Тобто робиться припущення, що всі витрати, які формують вартість інвестиційного проекту, поділяються на дві частини: витрати, що прямо пропорційно залежать від термінів реалізації проекту, та витрати, які обернено пропорційно залежать від термінів реалізації проекту.

Досить часто в сучасній літературі для поділу таких витрат використовують терміни “прямі” та “непрямі” витрати проекту. На нашу думку, доцільно вживати терміни “умовні-прямі” та “умовно-непрямі”, оскільки в багатьох випадках неможливо провести чітку диференціацію даних витрат.

Умовно-прямі витрати проекту зростають при зменшенні строків виконання робіт у проекті, а умовно-непрямі – навпаки. Відповідно, при скороченні термінів виконання робіт зростає величина умовно-прямих витрат у розрахунку на одиницю виконаних робіт, а умовно-непрямих – зменшується.

Метою аналізу є вибір таких часових рамок виконання робіт у проекті, за яких загальна сума витрат проекту була би мінімальною.

Графічно розв’язок даної задачі передбачає знаходження точки перетину лінії умовно-прямих та умовно-непрямих витрат. Іншими словами, потрібно підібрати таке значення (x) (тривалості виконання робіт), за якого значення функції умовно-прямих та значення функції умовно-непрямих витрат були б рівними. Поряд із тим, графічний метод розв’язання такого типу задач не завжди забезпечує точні результати. Це, в свою чергу, не дає можливості подальшого застосування результатів аналізу для пошуку резервів економії витрат.

З метою підвищення точності розв’язання задачі з пошуку оптимальної тривалості виконання робіт у проекті, яка б забезпечила мінімальні витрати, виникає необхідність математичного опису функцій таких витрат.

Для пошуку параметрів рівняння залежності витрат на виконання робіт у проекті від їх тривалості слід скористатися методом найменших квадратів.

Розглянемо детальніше застосування цього методу для розв’язання даної задачі на базі прикладу.

Приклад 2. Планом інвестиційного проекту з будівництва торговельного центру передбачено виконання наступних робіт:

- встановлення та підключення сервера;
- прокладання локальних мереж у приміщенні торговельного центру;
- налаштування програмного забезпечення складського обладнання (електронні ваги та сканери штрих-кодів) та під’єднання його до облікової автоматизованої інформаційної системи;
- налаштування програмного забезпечення касових терміналів та під’єднання їх до облікової автоматизованої інформаційної системи.

Таблиця 1
Технологічні, часові та ресурсні характеристики виконання окремих блоків робіт за інвестиційним проектом із будівництва торговельного центру

Блоки робіт за проектом	Обсяг споживання ресурсів проекту при 100%-му виконанні робіт					Мінімальний місячний обсяг виконання робіт за проектом у відсотках до запланованого обсягу (Q _{min}), %
	Бюджет виконання робіт (R ₁), тис. грн.	Зовнішній інженер (функція нагляду) (R ₂), люд.-год.	Зовнішній ландшафтний дизайнер (функція супроводу та нагляду) (R ₃), люд.-год.	Інженер торговельного підприємства (функція нагляду) (R ₄), люд.-год.	Адміністра-тор-обліковець проекту (R ₅), люд.-год.	
1) мощення бруківки на майданчику для паркування автомобілів	350	65	20	75	10	50
2) проведення робіт із озеленення території навколо торговельного центру	220	0	70	30	5	100
3) монтаж систем спостереження	180	0	0	48	20	60
4) монтаж сходів-ескалаторів	2550	70	0	70	32	30
5) будівництво дитячого майданчика на території біля торговельного центру	40	15	42	20	12	0
Максимальний обсяг споживання ресурсів проекту на місяць	2900	110	125	140	55	X

На етапі переддоговірних консультацій компанією-підрядником було запропоновано різні часові

На підставі даних таблиці складемо таблицю допоміжних величин (табл. 3).

Таблиця 2

Витяг із комерційної пропозиції на виконання робіт з монтажу і налаштування комп'ютерної техніки та інформаційних мереж у торговельному центрі

Показники	Терміни виконання робіт, дні					
	5	10	15	20	25	30
Вартість робіт, грн.	185000,00	115000,00	78330,00	55000,00	29000,00	18330,00

рамки виконання робіт з, відповідно, різною вартістю для кожного з варіантів. Вартість комп'ютерної техніки та програмного забезпечення при цьому не залежить від термінів виконання робіт із його монтажу.

Дані про вартість робіт у залежності від тривалості їх виконання наведено в табл. 2.

Окрім умовно-прямих витрат на виконання даних робіт, торговельне підприємство зазнаватиме умовно-непрямих витрат, які пов'язані з адмініструванням даних робіт у проекті. Величина таких витрат становить 2,64 тис. грн. у розрахунку на один день.

Необхідно визначити оптимальний термін виконання робіт, який би забезпечив мінімальний обсяг загальних витрат, пов'язаних із їх виконанням та адмініструванням.

На першому етапі потрібно встановити форму зв'язку (вигляд аналітичного рівняння) між функціями витрат та змінною (тривалістю виконання робіт).

Проведений аналіз договірних умов, відповідно до яких виконувалися роботи в інвестиційних проектах, на досліджуваних підприємствах торгівлі, показав, що більш ніж у 52% випадків залежність між тривалістю виконання робіт та витратами на їх виконання мала вигляд рівнобічної гіперболи:

$$y = a + \frac{b}{x} \quad (4)$$

Що стосується витрат на адміністрування робіт у проекті, то більш ніж у 94% залежність між ними та тривалістю робіт в проекті мала вигляд лінійної функції типу:

$$y = kx + b \quad (5)$$

На другому етапі приступають до пошуку параметрів рівняння функцій витрат.

а) пошук параметрів рівняння для функції умовно-прямих витрат:

Для пошуку параметрів рівняння функції умовно-прямих витрат скористаємося методом найменших квадратів. Оскільки функція умовно-прямих витрат є нелінійною, то для пошуку параметрів її рівняння слід розв'язати систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y = ia + \sum \frac{1}{x} \\ \sum \frac{y}{x} = a \sum \frac{1}{x} + b \sum \frac{1}{x^2} \end{cases} \quad (6)$$

де a та b – параметри рівняння;
 i – кількість наборів значень x та y .

Таблиця 3
Таблиця допоміжних величин для пошуку параметрів рівняння функції умовно-прямих витрат

i	x_i	y_i	$\frac{1}{x_i}$	$\frac{1}{x_i^2}$	$\frac{y_i}{x_i}$
1	5	185000	0.2	0.04	37000
2	10	115000	0.1	0.01	11500
3	15	78330	0.067	0.0044	5222
4	20	55000	0.05	0.0025	2750
5	25	45000	0.04	0.0016	1800
6	30	39550	0.03	0.0011	1318,33
\sum	105	517880	0,49	0,05965556	59590,33

Розрахуємо коефіцієнти a та b рівняння гіперболічної регресії $y = a + \frac{b}{x}$ за допомогою відомих формул:

$$b = \frac{n \sum \frac{y_i}{x_i} - \sum \frac{1}{x_i} \sum y_i}{n \sum \frac{1}{x_i^2} - \left(\sum \frac{1}{x_i} \right)^2} = \frac{6 \times 59590,33 - 0,49 \times 517880}{6 \times 0,05965556 - 0,49^2} \approx 880742,29 \quad (7)$$

$$a = \frac{1}{n} \sum y_i - \frac{b}{n \sum \frac{1}{x_i}} = \frac{1}{6} 517880 - \frac{880742,29}{6} \approx 14386,04 \quad (8)$$

Таким чином, рівняння функції умовно-прямих витрат матиме такий вигляд:

$$Y = 14386,04 + \frac{880742,29}{x} \quad (9)$$

б) пошук параметрів рівняння для функції умовно-непрямих витрат:

Оскільки, згідно з умовою задачі, сума витрат на адміністрування робіт в інвестиційному проекті становить 2,64 тис. грн. у розрахунку на один день, то функція умовно-непрямих витрат матиме наступний вигляд:

$$y = 2640x \quad (10)$$

Щоб розрахувати оптимальну тривалість робіт за проектом, слід прирівняти рівняння функцій витрат:

$$14386,04 + \frac{880742,29}{x} = 2640x \quad (11)$$

Здійснювши перетворення, отримаємо квадратне рівняння:

$$2640x^2 - 14386,04x - 880742,29 = 0 \quad (12)$$

Визначимо дискримінант:

$$D = (-14386,04)^2 - 4 \times 2640 \times (-880742,29) = 9507596729,2816$$

Знаходимо корені рівняння:

$$x_1 = \frac{14386,04 - \sqrt{9507596729,2816}}{2 \times 2640} = -15,743$$

$$x_2 = \frac{14386,04 + \sqrt{9507596729,2816}}{2 \times 2640} = 21,192$$

Отже, оптимальна тривалість виконання робіт становитиме 21 день. Оскільки, згідно з комерційною пропозицією постачальника, запропонована тривалість робіт, яка найбільш наближена до розрахункової (≈ 21 день), становить 20 днів, загальний розмір витрат складе 111223,15 грн. Тому підприємству роздрібною торгівлі доцільно обрати варіант із тривалістю робіт терміном 20 днів.

Висновки і перспективи подальших досліджень у даному напрямі.

Таким чином, пошук рішень із оптимізації результатів реалізації інвестиційних проектів є одним із поширених завдань у системі управління проектами. А застосування математичного апарату для обробки обліково-аналітичної інформації є передумовою забезпечення ефективності таких рішень як на етапі планування, так і на етапі реалізації інвестиційних проектів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Вовчак О. Д. Аналіз інвестиційних проектів : навч. посіб. / О. Д. Вовчак, О. В. Колянко, І. Б. Чікіта. – Львів : Видавництво Львівської комерційної академії, 2010. – 260 с.
2. Глушик М. М. Математичне програмування : навч. підручник / М. М. Глушик, І. М. Колич, В. М. Сорочківський. – Львів : Новий світ-2000, 2009. – 280 с.
3. Грей К. Ф. Управление проектами: Практическое руководство / К. Ф. Грей, Э. У. Ларсон; [пер. с англ.]. – М. : Дело и Сервис, 2003. – 528 с.
4. Данилочкина Н. Г. Контроллинг инвестиционных проектов [Электронный ресурс] / Н. Г. Данилочкина // Управление предприятием. – 2011. – № 6. – Режим доступа к журналу: http://consulting.1c.ru/ejournalPdfs/danilochkina_80Ch.pdf.
5. Слейко В. І. Економетричний аналіз діяльності підприємств : навч. посіб. / В. І. Слейко, Р. Д. Боднар, М. Я. Демчишин. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2011. – 368 с.
6. Канторович Л. В. Математические методы организации планирования производства / Л. В. Канторович. – Л. : Издание Ленинградского государственного университета, 1939. – 67 с.
7. Кендалл И. Современные методы управления портфелями проектов и офис управления проектами: Максимизация ROI / И. Кендалл, К. Роллинз; [пер. с англ.]. – М. : ЗАО "ПМСОФТ", 2004. – 576 с.
8. Мазур И. И. Управление проектами : учеб. пособ. / И. И. Мазур, В. Д. Шапиро, Н. Г. Ольдерогге. – М. : Омега-Л, 2004. – 664 с.
9. Руководство к своду знаний по управлению проектами (руководство РМВОК). – [4-е изд.]. – Project Management Institute, Inc., 2008.
10. Demeulemeester E. L. Optimal procedures for the discrete time/cost trade-off problem in project networks / E. L. Demeulemeester, W. S. Herroelen, S. E. Elmaghraby // European Journal of Operational Research. – 1996. – V. 88, № 1. – P. 50-68.
11. Robinson R. A. Dynamic programming solution to cost-time tradeoff for CPM / R. A. Robinson // Management Science. – 1975. – V. 22, № 2. – P. 158.
1. Vovchak O. D., Koliianko O. V. and Chikita I. B. (2010) Analiz investytsijnykh proektiv [Analysis of investment projects], Vydavnytstvo L'vivs'koi komertsijnoi akademii, L'viv, Ukraine.
2. Hlushyk M. M., Kopych I. M., Sorokivs'kyj V. M. (2009) Matematychnе prohramuvannia [Mathematical programming], Novyj svit-2000, L'viv, Ukraine.
3. Hrej K. F. and Larson E. U. (2003) Upravlyenne proektamy: Praktycheskoe rukovodstvo [Project Management: Practical guidance], Izdatel'stvo "Delo i Servis", Moscow, Russia.
4. Danilochkina N. G. (2011) "Kontrolling investicionnyh proektiv", Upravlenie predpriatiem, Vol. 6, [Online], available at: http://consulting.1c.ru/ejournalPdfs/danilochkina_80Ch.pdf
5. Yelejko V. I., Bodnar R. D. and Demchyshyn M. Ya. (2011) Ekonometrychnyj analiz diial'nosti pidpriemstv [Econometric analysis of enterprises], Navchal'na knyha – Bohdan, Ternopil', Ukraine.
6. Kantorovich L. V. (1939) Matematicheskie metody organizacii planirovanija proizvodstva [Mathematical methods of organizing production planning], Izdanie Leningradskogo gosudarstvennogo universiteta, Leningrad, USSR.
7. Kendall I. and Rollinz K. (2004) Sovremennye metody upravlenija portfeljami proektiv i ofis upravlenija proektami: Maksimizacija ROI [Modern methods of project portfolio management and project management office: Maximizing ROI], ZAO "PMSOFT", Moscow, Russia.
8. Mazur I. I., Shapiro V. D. and Ol'derogge N. G. (2004) Upravlenie proektami [Project management], Omega-L, Moscow, Russia.
9. PMI (2008), Rukovodstvo k svodu znaniy po upravleniju proektami (chetvertoe izdanie) [A guide to the project management body of knowledge, 4th ed].
10. Demeulemeester E. L., Herroelen W. S. and Elmaghraby S. E. (1996) "Optimal procedures for the discrete time/cost trade-off problem in project networks" *European Journal of Operational Research*. Vol. 88, № 1, p.p. 50-68.
11. Robinson R. A. (1975) "Dynamic programming solution to cost-time tradeoff for CPM" *Management Science*. Vol. 22, № 2, P. 158.