УДК 539.377

РОЗРАХУНОК ТЕМПЕРАТУРНИХ НАПРУЖЕНЬ У ПЛАСТИНЧАСТИХ СИСТЕМАХ ЗА ОДНОВИМІРНОГО РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУРИ

Л. Добрянська, к. е. н., Р. Шмиг, к. т. н., О. Грицина, аспірант,
М. Івчук, асистент, С. Нікіфоряк, ст. викладач, А. Височенко, ст. викладач,
О. Коваль, зав. лабораторією
Львівський національний аграрний університет

Постановка проблеми. Дотримання безпечної експлуатації будівель і споруд, а також технологічного обладнання, є одним із найважливіших завдань сучасної інженерії для забезпечення надійної роботи інженерно-технологічних галузей економіки індустріальної держави.

Сучасні тенденції розвитку інженерної практики свідчать, що першочерговою є проблема контролю за термонапруженим станом елементів конструкцій і одночасно забезпечення таких умов перебігу експлуатації, за яких унеможливлюється виникнення небажаного внутрішнього термонапруженого стану з погляду міцності, жорсткості та стійкості. Сьогодні складно уявити процес конструювання та виготовлення машинобудівних конструкцій, елементів будівель і споруд без використання ефективних технологій з метою забезпечення на заданому рівні механічних властивостей конструкційних матеріалів, позитивного стосовно технології характеру розподілу напружень і деформацій. Серед таких технологій важливо відзначити обробку елементів конструкцій джерелами нагрівання, яка за умов належного контролю дає змогу суттєво підвищити надійність і довговічність металоконструкцій. У зв’язку з цим однією з найважливіших проблем механіки деформівного твердого тіла залишається побудова моделей розрахунку напруженості й деформативності елементів конструкцій, що перебувають під дією термомеханічного навантаження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розвиток і вдосконалення нових ефективних технологій термічної обробки елементів інженерних конструкцій та деталей машин неможливий без дослідження перехідних термомеханічних процесів у деформівних твердих тілах за використання різних за своїми властивостями джерел нагрівання. За інтенсивного місцевого опромінення твердих тіл існує комплекс взаємозв’язаних явищ теплоперенесення, деформування і зміни внутрішньої структури матеріалів, з яких виготовлено конструктивні елементи. Застосування процесу нагрівання на практиці потребує ґрунтовного аналізу зазначених явищ, встановлення ступеня їх взаємовпливу, а також визначення таких технологічних параметрів як середня й локальна швидкості нагрівання-охолодження, глибина прогрітого шару, розподіл температури та її градієнтів у зоні термічної дії застосовуваних джерел тепла, оцінки температурних напружень та характерних структурних змін, яківиникають під час нагрівання [1–4].

Отже, нагрівання суттєво впливає на роботу будівельних конструкцій в умовах експлуатації. З підвищенням температури знижується їх міцність, тріщиностійкість, збільшується деформація. Урахування впливу температури на роботу стрижневих елементів будівельних конструкцій дає змогу підвищити термін їх експлуатації в умовах дії високих температур, що донедавна майже нехтували проектанти [5-11].

Постановка завдання. Враховуючи сутність науково-технічної проблеми,основне завдання нашого дослідження – розробка методики розрахунку теплового та зумовленого температурою напружено-деформованого стану в тонкостінних елементах будівельних конструкцій типу пластин за дії одновимірного температурного поля.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо тонку прямокутну пластину сталої товщини, в якій розподіл зміни температури є функцією координати y (див. рис.) і не залежить від інших координат x, z.

Якщо кінці пластини закріплені, то вразі її нагрівання з’являться, згідно з рівняннями теорії пружності [1; 3], поздовжні стискальні напруження, які за відсутності випучування виражаються формулою:

$$\sigma_x = -\alpha_t E T(y). \tag{1}$$

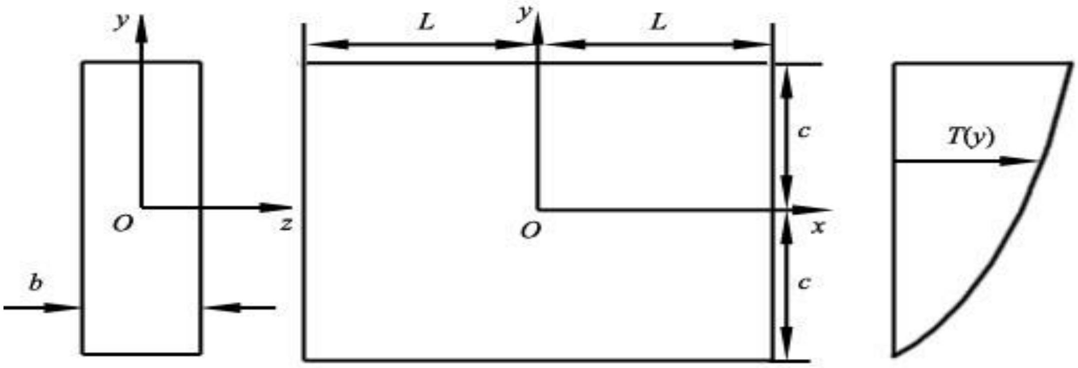

Рис. Тонка пластина за одновимірного розподілу температури.

Якщо пластина на кінцях вільна від зовнішніх зусиль (не закріплена), то для визначення температурних напружень, які виникають при цьому, необхідно до напружень, які обчислюють згідно зі залежностями відповідно до плоскої задачі термопружності, додати напруження, які виникають у пластині внаслідок прикладання розтягувальних сил інтенсивністю $\alpha_t ET(y)$, розподілені по кінцях. Ці розтягувальні напруження забезпечують результуючу силу

$$P_x = \int_{-c}^{c} \alpha_t ET(y) b\, dy \tag{2}$$

і на достатній від кінців відстані виникають рівномірно розподілені розтягувальні напруження:

$$(\sigma_x)_{розт} = \frac{P_x}{F} = \frac{P_x}{2cb} = \frac{1}{2c}\int_{-c}^{c} \alpha_t ET(y) b(y)\, dy\,. \tag{3}$$

Якщо температурний розподіл несиметричний, то додаткові розтягувальні напруження мають результуючий момент

$$M_z = \int_{-c}^{c} \alpha_t ET(y) b y\, dy\,. \tag{4}$$

На достатній віддалі від кінців придатна формула для нормальних напружень згину, отож цей результуючий момент спричинить напруження згину

$$(\sigma_x)_{cm} = \frac{M_z y}{I_z} = \frac{3M_z y}{2c^2 b} = \frac{3y}{2c^2}\int_{-c}^{c} \alpha_t ET(y) y\, dy\,. \tag{5}$$

Отже, повне напруження в тонкій незакріпленій пластині на відстані від її кінців дорівнює:

$$\sigma_x = -\alpha_t ET(y) + \frac{1}{2c}\int_{-c}^{c} \alpha_t ET(y)\, dy + \frac{3y}{2c^3}\int_{-c}^{c} \alpha_t ET(y) y\, dy\,. \tag{6}$$

Якщо закріплення країв чинить спротив тільки згину, то в цьому рівнянні відкидається останній доданок, а якщо тільки стиску – другий доданок.

Для балки, в якої товщина b змінюється з висотою, рівняння (6) на основі формул (3), (4) має вигляд:

$$\sigma_x = -\alpha_t ET(y) + \frac{1}{F}\int_{F} \alpha_t ET(y) b(y)\, dy + \frac{y}{J_z}\int_{F} \alpha_t ET(y) b(y) y\, dy\,, \tag{7}$$

де F – поперечнийпереріз балки; $b(y)$ – ширина балки; J_z – момент інерції відносно осі z, яка проходить через центр ваги поперечного перерізу.

Якщо балка має несиметричний переріз і x та y – осі, що проходять через центр ваги поперечного перерізу цієї балки, то замість рівняння (6) матимемо

$$\sigma_z = \alpha_t E(T_0 - T),\ T_0 = \hat{T} - K_1 x - K_2 y,\ \hat{T} = \iint_F T\, dF,$$

$$K_1 = \frac{J_{xy}\int_F Ty\, dF - J_x \int_F Tx\, dF}{J_x J_y - J_{xy}^2},\ K_2 = \frac{J_{xy}\int_F Tx\, dF - J_x \int_F Ty\, dF}{J_x J_y - J_{xy}^2}. \qquad (8)$$

Тут у формулі (8) позначено: F – площа поперечного перерізу; J_x і J_y – моменти інерції відносно осей x та y; J_x – доцентровий момент інерції. Відзначимо, що формули для величин K_1 та K_2 отримують аналогічно, як і для напружень за косого згину [1].

Далі розглянемо товсту пластину (плиту) зі змінною за товщиною температурою. Також можна скористатися схемою, зображеною на рисунку, вважаючи при цьому величину b достатньо великою й розглядаючи її як ширину, а $2c$ – як товщину пластини. Оскільки розмір пластини вздовж осі z значний і елементи її розширюються у цьому напрямі по-різному внаслідок нерівномірного розподілу $T(y)$, то у пластині будуть створюватися як напруження σ_z, так і напруження σ_x. За повного закріплення на краях у напрямах x та z у рівняннях для компонент деформації треба покласти $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ і $\sigma_y = 0$, що приводить до залежності

$$\sigma_x = \sigma_z = -\frac{\alpha_t E T(y)}{1-\nu}.$$

Отже, рівняння (6) у випадку вільної товстої плити для віддалених точок від країв набуває вигляду:

$$\sigma_x = \sigma_z = -\frac{\alpha_t E T(y)}{1-\nu} + \frac{1}{2c(1-\nu)}\int_{-c}^{c} \alpha_t E T(y)\, dy + \frac{3y}{2c^3(1-\nu)}\int_{-c}^{c} \alpha_t E T(y) y\, dy \qquad (9)$$

Розглянемо вільну тонку пластину, коли температура змінюється за параболічним законом, тобто

$$T = T_0\left(1 - \frac{y^2}{c^2}\right).$$

Із рівняння (6) знаходимо напруження у пластині

$$\sigma_x = \frac{2}{3}\alpha_t E T_0 - \alpha_t E T_0\left(1 - \frac{y^2}{c^2}\right).$$

Допустимо, що ця пластина скріплена зі стрингером, розміщеним в її центрі, і має при цьому нульову температуру $T = 0$. Нехай площа стрингера дорівнює kcb; матеріали пластини і стрингера однакові. Тоді згідно зі залежністю отримаємо:

$$\sigma_x = \frac{4}{3(k+2)}\alpha_t E T_0 - \alpha_t E T_0\left(1 - \frac{y^2}{c^2}\right) \text{ (у пластині);}$$

$$\sigma_x = \frac{4}{3(k+2)}\alpha_t E T_0 \text{ (у стрингері).}$$

Якщо підрахувати напруження згідно зі залежністю (1), прийнявши для розрахунку середню температуру $2T_0 / 3$, отримаємо:

$$\sigma_x = -\frac{2k}{3(k+2)}\alpha_t E T_0 \text{ (у пластині);}$$

$$\sigma_x = \frac{4}{3(k+2)}\alpha_t E T_0 \text{ (у стрингері).}$$

Отже, наближений розрахунок за середньою температурою пластини забезпечує правильний результат для величини напруження у стрингері, але для самої пластини отримуємо тільки середнє значення напруження, яке може бути значно меншим за максимальне.

Варто пам'ятати, що наведені формули не забезпечують правильних результатів для значень напружень поблизу країв вільної балки або пластини. Поблизу країв існує двовимірний розподіл напружень, і для їх визначення треба використовувати складніші формули теорії пружності, або використати наближену методику розрахунку за дотичними напруженнями.

Висновки. Розглянуто тонку прямокутну пластину сталої товщини, в якій розподіл зміни температури є функцією однієї координати. Подані формули не забезпечують правильних результатів для значень напружень поблизу країв вільної балки або пластини. Поблизу країв наявний двовимірний розподіл напружень.

Бібліографічний список

1. Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н. И. Безухов. – М. : Высш. шк., 1961. – 583 с.
2. Берман Р. Теплопроводность твердых тел / Р. Берман. – М. : Мир, 1979. – 288 с.
3. Боли Б. Теория температурных напряжений / Б. Боли, Дж. Уэйнер. – М. : Мир, 1964. – 517 с.

Гейтвуд Б. Е. Температурные напряжения, применительно к самолетам, снарядам, турбинам и ядерным реакторам / Б. Е. Гейтвуд. – М. : Изд-во иностр. лит., 1959. – 350 с.
Гольденблатт И. И. Нелинейные проблемы теории упругости / И. И. Гольденблатт. – М. : Наука, 1974. – 486 с.
Зарубин В. С. Инженерные методы решения задач теплопроводности / В. С. Зарубин. – М. : Энергоатомиздат, 1983. – 328 с.
Коляно Ю. М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела / Ю. М. Коляно. – К. : Наук. думка, 1992. – 280 с.
Коренев Б. Г. Задачи теории теплопроводности и термоупругости / Б. Г. Коренев. – М. : Наука, 1980. – 400 с.
Мак-Адамс В. Х. Теплопередача / В. Х. Мак-адамс. – М. : Металлургиздат, 1961. – 400 с.
Михеев М. А. Основы теплопередачи / М. А. Михеев, И. М. Михеева. – М. : Энергия, 1977. – 343 с.
Мотовиловец И. А. Термонапряженное состояние прямоугольной пластины при воздействии многоступенчатого источника тепла / И. А. Мотовиловец, А. М. Новикова, С. И. Шевченко // Динамика и прочность машин. – 1980. – Вып. 31. – С. 89-96.

Добрянська Л., Шмиг Р., Грицина О., Івчук М., Нікіфоряк С., Височенко А., Коваль О. Розрахунок температурних напружень у пластинчастих системах за одновимірного розподілу температури

Розглянуто тонку прямокутну пластину сталої товщини, в якій розподіл зміни температури є функцією однієї координати; виявлено, що наведені формули не забезпечують правильних результатів для значень напружень в околі країв вільної балки або пластини, оскільки поблизу країв наявний двовимірний розподіл напружень.

Ключові слова: пластина, температурні напруження, деформації, одновимірний розподіл температури.

Dobryanska L., Shmyh R., Hritsina O., Ivchuk M., Nikiforyak S., Vysochenko A., Koval O. The calculating of temperature stresses in plate systems by one-dimensional distribution of temperature

It is considered thin rectangular plate of constant thickness in which the distribution of temperature is function of one coordinate; determined that given formulae not give the true results for value on close be edge of free beam or plate therefore on the edge there are two-dimensional distribution of stresses.

Key words: plate, temperature stresses, deformation, one-dimensional distribution of temperature.

Добрянская Л., Шмыг Р., Грицына О., Ивчук М., Никифоряк С., Высоченко А., Коваль О. Расчет температурных напряжений в пластинчатых системах при одномерном распределении температуры

Рассмотрена тонкая прямоугольная пластина постоянной толщины, в которой распределение температурыесть функцией одной координаты; установлено, что полученные формулы не дают правильных результатов для значений напряженийв окрестности краев свободной балки или пластины, поскольку вблизи краев имеет место двумерное распределение напряжений.

Ключевые слова: пластина, температурные напряжения, деформации, одномерное распределение температуры.