УДК 633.1.001

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ АКТИВНОГО ВЕНТИЛЮВАННЯ У БАШТІ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ

Л. Шпак, к. фіз.-мат. н.
Львівський національний аграрний університет

Постановка проблеми. У зонах помірного та вологого клімату використання установок активного вентилювання забезпечує ощадність режимів їх функціонування та відповідних енергозатрат. Удосконалення математичних моделей розрахунку процесів активного вентилювання приводить до необхідності розробки ефективних числових алгоритмів у побудові розв'язку одержаних крайових задач.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Процес сушіння активним вентилюванням детально проаналізовано у працях [3; 4]. У працях [1; 2] запропоновано математичну модель задачі за умови нелінійності функції щільності осушуваного матеріалу. З використанням описаних моделей пропонуються адекватно покращені граничні умови, що забезпечують нерозривність повітряного потоку.

Постановка завдання. Завдання нашого дослідження – моделювання закономірностей розподілу тиску повітряних потоків у башті циліндричної форми за досушування нерухомої маси активним вентилюванням. У припущенні стаціонарності та осесиметричності процесів у башті циліндричної форми рівняння нерозривності повітряного потоку записуємо у циліндричних координатах (r, z) у вигляді [2; 4]

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \cdot \varepsilon(z)\frac{\partial P}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon(z)\frac{\partial P}{\partial z}\right) = 0, \quad r_0 < r < R, \quad 0 < z < H, \tag{1}$$

де $\varepsilon(z) = \varepsilon_0 (1 + bz)^2$,

ε_0 – скважистість матеріалу в нижній частині башти; b – константа.

Розв'язок диференціального рівняння (1) визначали з граничних умов:

$$P\big|_{r=r_0} = p_0, \qquad P\big|_{r=R} = p_1; \tag{2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z}\Big|_{z=0} = 0, \qquad P\big|_{z=H} = p_1 \frac{r - r_0}{R - r_0} + p_0 \frac{r - R}{r_0 - R}. \tag{3}$$

Виклад основного матеріалу. Аналітичний вираз розв'язку граничної задачі (1)-(3) будували методом Фур'є.

Виконали заміну: $P = PG + d \cdot r + c$, (4)

де $d = \dfrac{p_1 - p_0}{R - r_0}$; $c = \dfrac{p_0 \cdot R - p_1 \cdot r_0}{R - r_0}$.

У результаті заміни одержали задачу з однорідними граничними умовами та рівнянням:

$$\frac{\partial^2 PG}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial PG}{\partial r} + \frac{\partial^2 PG}{\partial z^2} + \frac{2b}{1+bz}\frac{\partial PG}{\partial z} = -\frac{d}{r} \tag{5}$$

Наближення розв'язку будуємо у формі: $PG_n(r, z) = \varphi_n(r)\psi_n(z)$. (6)

Складову $\psi_n(z)$ визначаємо з рівняння:

$$\frac{d^2\psi_n}{dz^2} + \frac{2b}{1+bz}\frac{d\psi_n}{dz} + k_n^2\psi_n = 0. \tag{7}$$

Враховуючи однорідність умов: $\dfrac{d}{dz}\psi_n(0) = 0,\quad \psi_n(H) = 0$, запишемо

розв'язок: $\psi_n(z) = C_1 \dfrac{\cos k_n z + \dfrac{b}{k_n}\sin k_n z}{1 + b \cdot z}$. (8)

Сталу $C_1 = \dfrac{1}{k_n} \cdot \left(\int_0^H (\cos k_n z + \dfrac{b}{k_n}\sin k_n z)^2\, dz\right)^{-1/2}$ обчислили з умови нормування, а числа k_n визначаються з трансцендентного рівняння

$$\cos(k \cdot H) + \frac{b}{k}\sin(k \cdot H) = 0. \tag{9}$$

Радіальну складову $\varphi_n(r)$ знаходимо з рівняння:

$$\frac{d^2\varphi_n}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\varphi_n}{dr} - k_n^2\varphi_n = -\frac{A}{r}, \tag{10}$$

за однорідних граничних умов $\varphi_n(r_0) = 0$ і $\varphi_n(R) = 0$.

Тут $A = d \cdot C_1 \cdot \int_0^H (1 + b \cdot z) \cdot (\cos k_n z + \dfrac{b}{k_n}\sin k_n z)dz$.

Розв'язок будуємо за допомогою спеціальних модифікованих функцій Беселя $I_0(\,)$, $K_0(\,)$ та функції Струве $L_n(\,)$ [5]:

$$\varphi_n(r)=\frac{A\cdot\pi}{2k_n\cdot\Delta}\cdot[(I_0(\kappa_n r)\cdot(K_0(\kappa_n R)L_0(\kappa_n r_0)-L_0(\kappa_n r_0)K_0(\kappa_n R))+$$
$$+K_0(\kappa_n r)\cdot(L_0(\kappa_n R)I_0(\kappa_n r_0)-I_0(\kappa_n R)L_0(\kappa_n r_0))+ \qquad (11)$$
$$+L_0(\kappa_n r)\cdot(K_0(\kappa_n r_0)I_0(\kappa_n R)-K_0(\kappa_n R)I_0(\kappa_n r_0))],$$

де $\Delta=I_0(\kappa_n r_0)K_0(\kappa_n R)-I_0(\kappa_n R)K_0(\kappa_n r_0)$.

Визначивши часткові розв’язки (8), (11), що задовольняють рівняння (7) і (10) та відповідні граничні умови, враховуючи заміну (4), будуємо ряд, який і буде визначати загальний розв’язок вихідної граничної задачі (1)-(3):

$$P(r,z)=d\cdot r+c+\sum_{n=1}^{\infty}\varphi_n(r)\psi_n(z) \qquad (12)$$

Згідно з аналітичним виразом (12) побудовано числовий алгоритм, реалізований у пакеті Maple.

Числову апробацію методу проводили для значень параметрів: $r_0=0{,}5$ м; $R=3$ м; $H=4$ м; $b=1{,}8$ і 3,8 1/м; $p_0=1000$ Н/м^2; $p_1=10$ Н/м^2.

На основі отриманих розрахункових значень побудовано графіки зміни тиску повітряних потоків за радіальною координатою r, що показано на рис. 1-2.

r	***b* = 1,8**	***b* = 3,8**
0,5	1000	1000
1	461	495
1,5	227	265
2	102	133
2,5	34	52
3	10	10

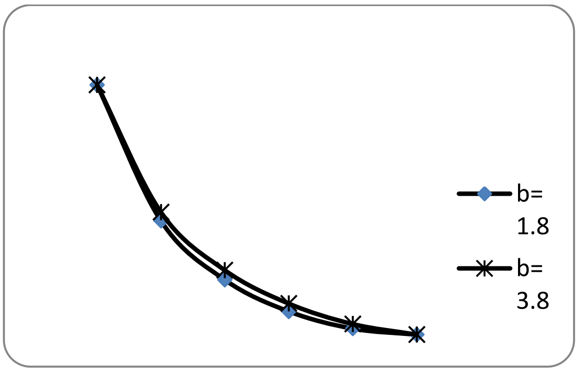

Рис. 1. Тиск повітря на висоті ***z* = 2**.

r	z = 2	z = 3
0,5	1000	1000
1	495	640
1,5	265	428
2	133	264
2,5	52	126
3	10	10

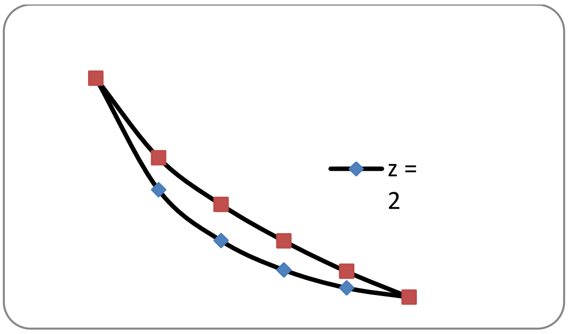

Рис. 2. Тиск повітря за ***b* = 3,8.**

Висновки. Отримані розрахункові значення достатньо узгоджуються з експериментальними даними. Застосування запропонованої моделі з адекватно покращеними граничними умовами дає змогу оптимізувати конструктивні параметри установок такого типу. Побудовані числові алгоритми можуть використовуватися за формування об'єкта досушування відповідно до його геометричних розмірів і термодинамічних характеристик.

Бібліографічний список

1. Шпак Л. Я. Варіаційно-моментний підхід у задачі моделювання процесу повітророзподілу при досушуванні у башті циліндричної форми / Л. Я. Шпак // Вісник Львівського національного аграрного університету : архітектура і сільськогосподарське будівництво. – 2011. – № 12. – С. 45-49.
2. Затхей Б. І. Моделювання і дослідження процесів переміщення повітряних потоків у стозі циліндричної форми / Б. І. Затхей, Є. Г. Іваник, Л. Я. Шпак // Вісник Львівського національного аграрного університету: агроінженерні дослідження. – 2008. – № 12, т. 1. – С. 345-353.

Zatchej B. Analizaprzeplywapowietrzawstertachsianaocylindrycznymrsztalcie / B. Zatchej, P. Budin // InzynieriaRolnicza. – 2003. – № 11(53). – S. 261-268.

Анискин В. И. Теория и технология сушки и консервации зерна активным вентилированием / В. И. Анискин, В. А. Рыбарук. – М. : Колос, 1972. – 400 с.

Коренев Б. Г. Задачи теории теплопроводности и термоупругости. Решения в бесселевых функциях / Б. Г. Коренев. – М. : Наука, 1980. – 400 с.

Шпак Л. Моделювання процесу активного вентилювання у башті циліндричної форми

Розглянуто процес руху повітряних мас у матеріалі, розміщеному в циліндричному бункері активної вентиляції. Аналіз розподілу тиску будують на основі розв'язку крайової задачі для диференціальних рівнянь у частинних похідних. Відповідний алгоритм реалізовують з використанням Maple-програмування. Наведено результати числових досліджень.

Ключові слова: моделювання розподілу тиску, крайова задача для рівняння в частинних похідних, метод Фур'є.

Shpak L. Modelingofactiveventilationprocessesincylindricaltower

The process of air mass movement in the immovable material placed in thecylindrical bunker of active ventilation is described. Analysis of the pressure distribution is based on the solution of the boundary value problem for partial differential equations. The correspondent algorithm was realized using Maple-programming. The results of numerical investigations are presented.

Key words: modeling, pressure distribution, boundary value problem for equations in partial derivatives, Fourier method.

Шпак Л. Моделирование процесса активного вентилирования в башне цилиндрической формы

Рассматривается процесс движения воздушных масс в материале, размещенном в цилиндрическом бункере активной вентиляции. Анализ распределения давления строится на основе решения краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных. Соответствующий алгоритм реализуется с использованием Maple-программирования. Приведены результаты численных исследований.

Ключевые слова: моделирование распределения давления, краевая задача для уравнения в частных производных, метод Фурье.