

УДК 624.011.17

## РОБОТА ТА РОЗРАХУНОК ЕФЕКТИВНИХ ПЕРЕРІЗІВ СТИСНУТИХ МЕТАЛОДЕРЕВ'ЯНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

*Т. Боднарчук, к.т.н., С. Нікіфоряк, ст. викладач,*

*О. Коваль, провідний фахівець*

*Львівський національний аграрний університет*

**Постановка проблеми.** Одним із напрямів сучасної науки в галузі будівництва є пошук ефективних перерізів металодерев'яних елементів. Економічність перерізу залежить від його матеріалоемності. Розподіл матеріалу в поперечному перерізі конструктивного елемента залежить від характеру силових впливів. Під час розтягу несуча здатність визначається площею поперечного перерізу, під час згину – моментом опору  $W$ , а за стиску – площею поперечного перерізу та гнучкістю. Ця залежність значно ускладнюється за одночасної дії стиску та згину, що ускладнює визначення найвигіднішої форми перерізу.

Для елементів конструкцій, що працюють на стиск, важливе значення має теорія формоутворення з позиції досягнення максимальної несучої здатності за заданої кількості матеріалу, яка встановлює залежність радіуса інерції та площі перерізу.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Як правило, визначальним для стиснутих елементів є розрахунок на стійкість. Під час роботи в пружній стадії критичне напруження визначається за формулою Ейлера:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (1)$$

Гнучкість стрижня  $\lambda$  визначається за формулою  $\lambda = l_{ef}/i$ , де  $l_{ef}$  – розрахункова довжина стрижня;  $i$  – радіус інерції поперечного перерізу стрижня. Із цієї залежності бачимо, що чим більша гнучкість, тим менше  $\sigma_{кр}$ , та швидше деформується стрижень. Формула Ейлера справедлива лише для сталіх значень модуля пружності металу  $E$ , що виправдано лише в разі великих гнучкостей та напруженнях, менших за межу пропорційності. Використовувати формулу для стрижнів, що втрачають стійкість за межею пружності матеріалу, небезпечно, оскільки отримуються завищені значення критичного напруження, а отже, і критичної сили. Теоретично обчислити критичні напруження дуже складно, оскільки втрата стійкості відбувається за часткового розвитку пластичних деформацій і змінних значень  $E$ .

Гранична гнучкість, що відповідає рівності  $\sigma_{кр} = \sigma_{пр}$ :

$$\lambda_{гран} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{пр}}}, \quad (2)$$

залежить виключно від механічних властивостей матеріалу та має постійне значення.

За втрати стійкості за межею пружності критичні напруження можна визначити за емпіричними залежностями Тетмайєра-Ясинського:

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda, \quad (3)$$

де  $a$  і  $b$  – експериментально встановлені параметри, що не мають фізичного змісту і залежать від матеріалу. Ця залежність має лінійний характер. Для сталі марки – Ст3  $a = 310$  МПа,  $b = 1,14$  МПа; для деревини сосни –  $a = 29,3$  МПа,  $b = 0,194$  МПа. Відповідно, критична сила:

$$N_{кр} = \sigma_{кр} A_{пр} \quad (4)$$

Отримані за її допомогою результати будуть справедливі до досягнення межі текучості для пластичних матеріалів (рис. 1) та межі міцності для крихких.

Отже, стрижні можна віднести до трьох категорій: 1) стрижні великої гнучкості ( $\lambda \leq \lambda_{гран}$ ), для яких справедлива формула Ейлера; 2) стрижні середньої гнучкості ( $\lambda_0 \leq \lambda < \lambda_{гран}$ ), які розраховують за залежностями Тетмайера-Ясинського; 3) стрижні малої гнучкості ( $\lambda \leq \lambda_0$ ), для яких  $\sigma_{кр} = \sigma_m$  і небезпечна втрата міцності.

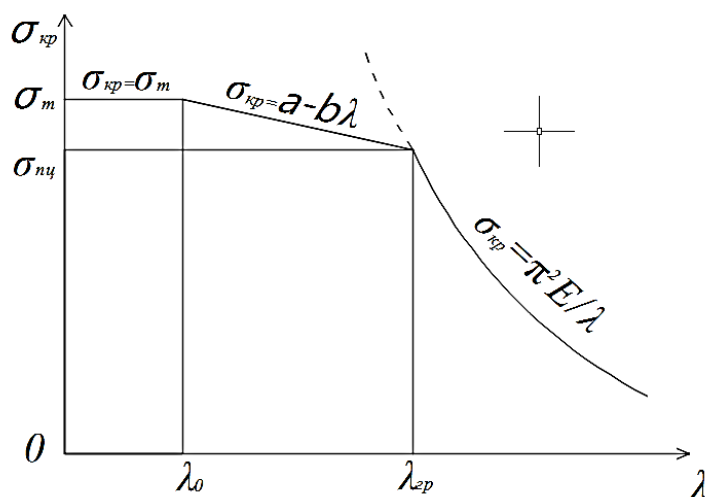


Рис. 1. Залежність гнучкості елементів та критичного напруження.

У нормативних документах формула для перевірки стійкості стрижня має такий вигляд:

$$\sigma = \frac{N}{\varphi A} \leq R_y \gamma_c, \quad (5)$$

де  $\varphi = \frac{\sigma_{кр}}{R_y} = \frac{\pi^2 E_k}{(\lambda^2 R_y)}$  коефіцієнт поздовжнього згину, що враховує необхідність зменшення розрахункового опору ( $E_k$  – наведений модуль пружності поздовжнього згину, що враховує пружно-пластичні властивості матеріалу). Наведений модуль можна знайти із виразу:

$$E_k = \frac{4EE_t}{(\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2} \quad (6)$$

Для практичних розрахунків доцільно користуватися довідковими таблицями для визначення коефіцієнта  $\varphi$ . Ці значення дещо нижчі, ніж за

формулою Ейлера. Рівняння Ейлера справедливі лише для ідеально прямолінійного стрижня в умовах центрального стиску, чого на практиці практично не буває.

Формула Ейлера (1) справедлива для стиснутого стрижня зі шарнірно-опертими кінцями. Значенню критичної сили  $F_{кр} = (\pi^2 EJ)/l^2$  відповідає вигин стрижня синусоїдою з однією півхвилею (рис. 2).

$$y = a \sin \pi x / l \quad (7)$$

Значенням критичної сили вищих порядків відповідають викривлення синусоїдами з двома, трьома напівхвилями тощо (рис. 2 б, в). Отже, чим більше точок перетину матиме синусоїдально-викривлена вісь стрижня, тим більшою повинна бути критична сила.

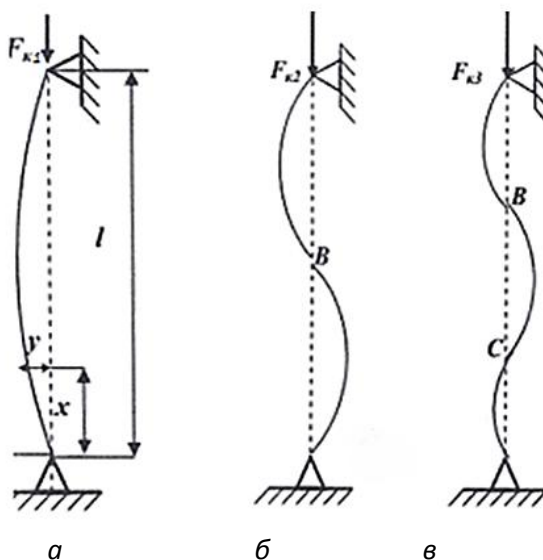


Рис. 2. Викривлення осі стисненого стрижня:

*a* – вигин стрижня однією півхвилею; *б* – двома півхвилями; *в* – трьома півхвилями.

Якщо в рівняння синусоїди (7) підставити  $x=l/2$ , тоді  $y=f=a$ . Тобто *a* – це прогин стрижня в перетині посередині його довжини. Оскільки за критичного значення сили *F* рівновага зігнутого стрижня можлива за різних відхилень його від прямолінійної форми, то прогин повинен бути дуже малим.

За поздовжнього згину неминуче настає вигин, у деяких точках перерізу напруження швидше досягають критичного значення. У такому разі необхідно в (1) модуль *E* замінити на модуль зміцнення (дотичний модуль)  $E_t$ . Тобто, підставляючи в (2) різні значення модуля пружності, можна отримати гнучкість як функцію критичного напруження:

$$\lambda_{гран} = \pi \sqrt{\frac{\bar{E}}{\sigma_{кр}}}, \quad (8)$$

де  $\bar{E}$  – може набувати значення  $E, E_k, E_t$ .

Наприклад, напруження  $\sigma_l$  є критичним для певного стрижня. На діаграмі  $\sigma$ - $\varepsilon$  матеріалу знаходимо точку  $(\sigma_l; \varepsilon_l)$  (рис. 3), для якої вимірюємо значення дотичного модуля  $E_{tl}$  та знаходимо наведений модуль  $E_{kl}$ . Далі можна знайти критичні гнучкості, що відповідають цим модулям. Так можна побудувати графіки  $\sigma_{кр}$ - $\varepsilon$ , за якими для стрижня певної гнучкості можна знайти критичну силу [1].

Простим способом збільшення стійкості дерев'яних стійок є влаштування накладок на піддатливих в'язях, що не опираються кінцями на опори. Стрижні складеного перерізу розраховують на поздовжній згин, враховуючи піддатливість зв'язків. Запропонований Ю.В. Сліцкоуховим [2] метод розрахунку наближений, емпіричний та не завжди забезпечує добрі результати.

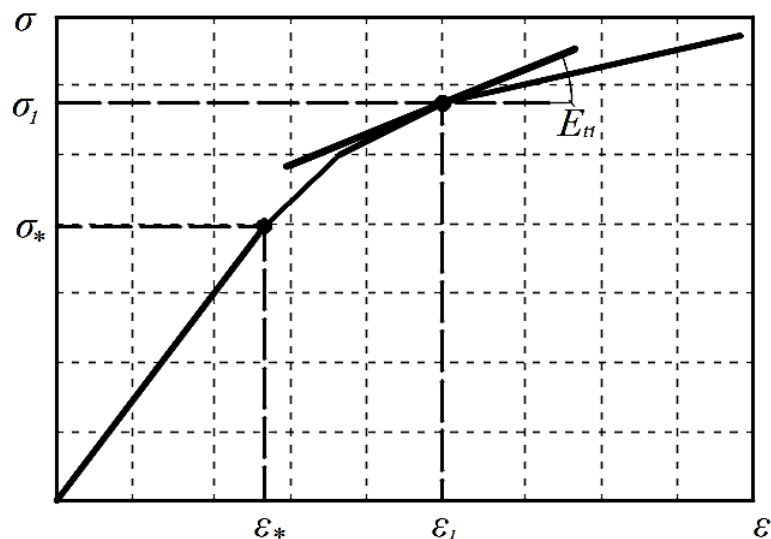


Рис. 3. Діаграма матеріалу  $\sigma$ : $\varepsilon$ :

**Постановка завдання.** Наше завдання – провести експериментально-теоретичні дослідження стиснутих металодерев'яних елементів та запропонувати новий підхід для оцінки їх несучої здатності. Поєднання металу та деревини у стиснутих елементах дасть змогу максимально ефективно використати міцнісні характеристики металу, а деревина слугуватиме лише для забезпечення стійкості. Складність розрахунку таких конструкцій полягає в поєднанні матеріалів з різними механічними властивостями, необхідності врахування перерозподілу зусиль між металом і деревиною, додаткових зусиль зсуву, які виникають.

**Виклад основного матеріалу.** Під час розрахунку металодерев'яних конструкцій використовують константу, прийнятий безрозмірний параметр у вигляді відношення модулів пружності металу та деревини  $n = E_d / E_m = 10^5 / 2 \times 10^6 = 0,05$ . Приведені до основного матеріалу конструкцій – деревини – геометричні характеристики перерізів:

- приведений момент інерції перерізу відносно нейтральної осі:

$$J_{np(min)} = J_M + n J_0 \quad (9)$$

- приведений момент опору для симетричного перерізу:

$$W_{np} = 2J_{np} / h \quad (10)$$

- приведений статичний моменту перерізу

$$S_{np} = S_0 + n S_M \quad (11)$$

- приведена площа перерізу:

$$A_{np} = A_M + n A_0 \quad (12)$$

Однак використати такий підхід можна лише за жорсткого з'єднання металу та деревини.

Розглянемо випадок металодерев'яної стійки складеного перерізу, де деревина буде забезпечувати лише стійкість. У центрі перерізу розташована тонка металева пластина. Для зменшення її гнучкості до неї кріплять дерев'яні бруски-накладки. Опирання відбувається лише площею металевого стрижня. З'єднання дерев'яних накладок з металевою пластиною – піддатливі.

Корегуючи геометричні розміри накладок, можна відповідно запроектувати металодерев'яні стрижні складеного перерізу різної гнучкості та використовувати залежності (2), (3), (4) для визначення критичних напружень.

Проведеними експериментально-теоретичними дослідженнями Ф. Шенлі [3] та Ф. Енгессера [4] було виявлено, що в середині перерізу стрижня від прикладеного навантаження метал самозміцнюється. Це явище характерне для всіх металів із чітко вираженою ділянкою текучості. А отже, запропоноване конструктивне рішення зі збільшенням жорсткості за допомогою дерев'яних накладок фактично може дозволити роботу сталеві пластини у пластичній стадії без втрати стійкості.

На графіку (рис. 4) показано криві деформацій металевої полоси під час роботи як балки та стійки. Прогин полоси визначали теоретично за залежністю:

$$f = \frac{Pl^3}{48EJ} \quad (13)$$

а горизонтальні деформації, за роботи на стиск, визначені експериментально.

Із графіків бачимо, що за досягнення деформацій  $1/3$  від граничних ліній кривих деформацій перетинаються. До моменту перетину двох графіків деформації стиснутого елемента значно менші від деформацій прогину, а після перетину ці лінії йдуть практично паралельно, причому деформації від стискальної сили в 1,25 раза більші, ніж під час згину. Оскільки деформації обмежуються гранично допустимими значеннями, то на цій ділянці роботи для оцінки горизонтальних переміщень стиснутого елемента можна використовувати формулу (13) з уточнювальним коефіцієнтом 1,25 у чисельнику:

$$f = \frac{1,25 \cdot P \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J} \quad (14)$$

**Висновки.** Для того щоб раціонально підібрати переріз дерев'яних накладок та визначити необхідну кількість елементів їх кріплення, проаналізуємо

роботу накладки. У разі закріплення накладок у кінцях металевої полоси вона буде вигинатися синусоїдою однією півхвилею (див. рис. 2). Отже, працюватиме лише одна накладка, і зусилля, які на неї будуть передаватися, можна показати у вигляді зосередженої сили, яка знаходиться в середині висоти елемента. Величину зусилля можна визначити з формули (14). Далі за відомими залежностями теорії опору матеріалів можна визначити геометричні характеристики перерізу накладки, розглядаючи її як балку. Таким чином можна підібрати такий переріз накладки, який відповідатиме стискальним зусиллям, за яких метал у стійці досягатиме граничного значення міцності.

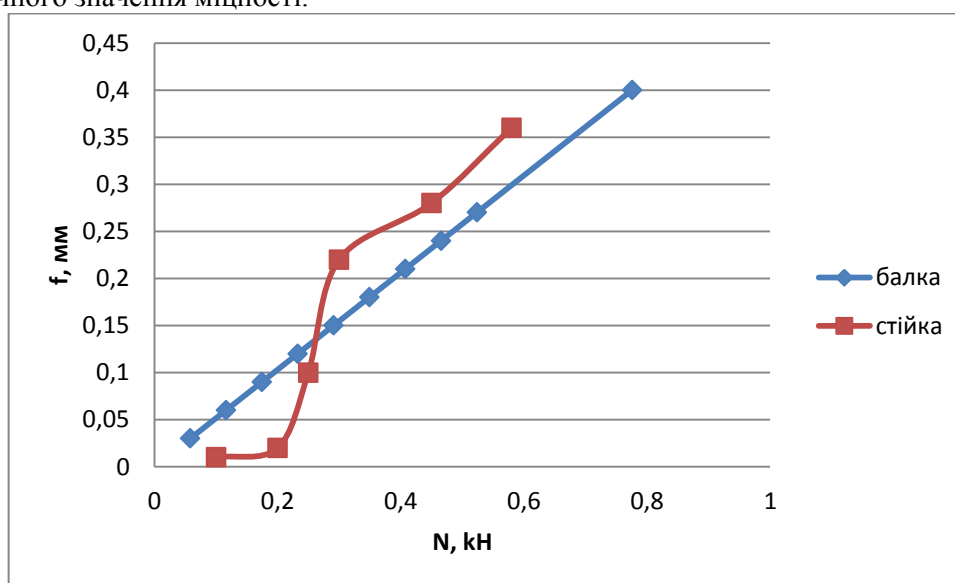


Рис. 4. Графік залежності навантажень та деформацій (прогину) під час роботи металевої полоси, як балки та стійки.

Якщо збільшити кількість точок закріплень, то металева полоса буде деформуватися синусоїдою з відповідною кількістю півхвиль (див. рис. 2 б, в). Очевидно, що в такому разі працюватимуть уже дві накладки, і на кожен вигин синусоїди припадатиме частина зусилля від стискального зусилля. Отже, можна припустити, що зі збільшенням кількості закріплень переріз накладок буде зменшуватись. Але в такому разі момент опору накладок прямуватиме до нуля, що суперечить початковій ідеї. Отож, кількість точок закріплень накладок суттєво не впливатиме на стійкість стисненого металевого елемента. Кількість з'єднань необхідно приймати конструктивно з міркувань забезпечення спільної роботи металевого стрижня та дерев'яних накладок.

Для точнішої оцінки стійкості запропонованих перерізів метало-дерев'яних елементів необхідно провести додаткові експериментально-теоретичні дослідження.

### Бібліографічний список

1. Продольный изгиб и выпучивание / В. И. Ванько, Е. С. Перельгина // Научные ведомости Белгородского государственного университета. – 2014. – Вып. 12 (183). – С. 78-89. – (Серия «Математика. Физика»).
2. Слицкоухов Ю. В. Конструкции из дерева и пластмасс : учебник для вузов / Ю. В. Слицкоухов. – М. : Стройиздат, 1986. – 543 с.
3. Shanley F. Inelastic column theory / F. Shanley // JAS. – 1947. – 14; № 5. – P. 261-267.
4. Engesser F. Uber Knickfestigkeit / F. Engesser // Scheiz. Bauzeitung. – 1895. – P. 26.

#### **Боднарчук Т., Нікіфоряк С., Коваль О. Робота та розрахунок ефективних перерізів стиснутих металодерев'яних елементів**

Подано результати експериментально-теоретичних досліджень металодерев'яних стрижнів ефективного перерізу, що працюють на стиск, та запропоновано методику оцінки їх несучої здатності.

**Ключові слова:** дерев'яні конструкції, стійкість, несуча здатність, деформації, з'єднання, розрахунок несучої здатності.

#### **Bodnarchuk T., Nikiforyak S., Koval O. Behaviour and computation of effective sections of compressed metal-wooden elements**

It is shown the results of experimental and theoretical researches of metal-wooden effective section rods which behave in compression and proposed the method of evaluation of their carrying capacity.

**Key words:** wooden structure, durability, bearing capacity, deformation, joint bearing capacity computation.

#### **Боднарчук Т., Никифоряк С., Коваль О. Работа и расчет эффективных сечений сжатых металодеревянных элементов**

Приведены результаты экспериментально-теоретических исследований металодеревянных стержней эффективного сечения, работающих на сжатие, и предложено методику оценки их несущей способности.

**Ключевые слова:** деревянные конструкции, устойчивость, несущая способность, деформации, соединения, расчет несущей способности.