

УДК 539

**МЕТОДИ УТОЧНЕНОГО РОЗРАХУНКУ ПРУЖНИХ ТА ПРУЖНО-
ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ КОНСТРУКЦІЙ
ЦИЛІНДРИЧНОГО ТИПУ**

*Л. Добрянська, к.е.н., І. Добрянський, д.т.н., Р. Шмиг, к.т.н.,
О. Грицина, аспірант
Львівський національний аграрний університет*

Постановка проблеми. Важко знайти галузь сучасної техніки та інженерної практики, де б розв'язки задач визначення напружень не становили суттєвого теоретичного, практичного та, в підсумку, соціально-економічного інтересу. Важливого значення ці питання набувають у розвитку найновіших галузей техніки, зокрема і в будівельній практиці, особливо у зв'язку зі змінами в навколишньому середовищі та суттєвим ускладненням умов експлуатації складних інженерних систем унаслідок глобальних кліматичних і сейсмологічних змін.

При цьому істотно зростають вимоги до точності визначення полів напружень і деформацій; у більшості інженерних розрахунків похибка в межах $\pm 5-10\%$, яку донедавна вважали допустимою, на сьогодні є значною. Тому зростає роль точних аналітичних методів розв'язування відповідних задач теорії пружності, що в більшості випадків дають змогу подати отримані розв'язки у вигляді, зручному для інженерних розрахунків та автоматизації розрахунків у процесі виконання проектних робіт. Суттєвим фактором, який дає змогу автоматизувати наукові пошуки, став фактор активного використання сучасних потужних обчислювальних комплексів і створене на сьогодні ефективне програмне забезпечення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У працях [1; 2; 4; 6; 7; 10; 12] отримано розв'язуюче диференціальне рівняння деформації конструктивно-ортотропної циліндричної оболонки для різних коефіцієнтів заповнення. Це рівняння може бути перетвореним на рівняння деформації ізотропної циліндричної оболонки, вважаючи при цьому коефіцієнти заповнення такими, що дорівнюють одиниці. Внаслідок цього доходимо до співвідношень

$$\left. \begin{aligned} f_{1x} = f_{1\theta} = f_1 &= \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{E dz}{1-\mu^2}, f_2 = \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{E\mu dz}{1-\mu^2}, \\ f_{3x} = f_{3\theta} = f_3 &= \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{Ez dz}{1-\mu^2}, f_4 = \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{E\mu z dz}{1-\mu^2}, \\ f_{4x} = f_{4\theta} = f_4 &= \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{Ez^2 dz}{1-\mu^2}, f_5 = \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{E\mu z^2 dz}{1-\mu^2}; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$T_{1x} = T_{1\theta} = T_1 = \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{E\alpha t dz}{1-\mu}, T_{2x} = T_{2\theta} = T_2 = \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{E\alpha t z dz}{1-\mu}, \quad (2)$$

де в залежностях (1), (2) позначено:

E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона; α – температурний коефіцієнт лінійного розширення; t – температура; $z = \delta_1$ і $z = \delta_2$ – граничні поверхні оболонки.

Вважаючи $f_3 = 0$, що забезпечується вибором

$$\delta_1 = \frac{-\int_0^h \frac{Ez dz}{1-\mu^2}}{\int_0^h \frac{E dz}{1-\mu^2}}, \quad \delta_2 = h + \delta_1, \quad (3)$$

виводимо рівняння

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 w}{dx^2} \right) - \frac{1}{r} \frac{d^2}{dx^2} (S_M w) - \frac{S_M}{r} \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{1}{r^2} A w = \\ = -q_n + \frac{\nu}{r} N_x + \frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{1-\nu}{r} T_1, \end{aligned} \quad (4)$$

в якому

$$D = f_5, \quad A = f_1(1-\nu), \quad S_M = f_4, \quad \nu = \frac{f_2}{f_1}.$$

Якщо температура та інші параметри і розміри вздовж осі оболонки не змінюються, то до рівняння (4) доцільно застосувати інтегральне перетворення Лапласа-Карсона, беручи до уваги, що $T_1 = \text{const}$ і $T_2 = \text{const}$:

$$F(p) = \bar{f}_1(p) = p \int_0^{\infty} e^{-px} f(x) dx, \quad p - \text{параметр інтегрального}$$

перетворення, звідки отримуємо операторне рівняння:

$$\begin{aligned} Dp^4 W(p) - 2 \frac{S_M}{r} p^2 W(p) + \frac{A}{r^2} W(p) = \\ = -Q_n(p) + \frac{\nu}{r} \bar{N}_x(p) - \frac{1-\nu}{r} T_1 + \left(Dp^2 - 2 \frac{S_M}{r} p \right) (w_0 p + w_0') + Dp(w_0'' p + w_0''') \quad (5) \end{aligned}$$

Розв'язок рівняння (5) матиме вигляд

$$\begin{aligned} W(p) = \frac{-Q_n(p) + \frac{\nu}{r} \bar{N}_x(p) - \frac{1-\nu}{r} T_1}{Dp^4 - 2 \frac{S_M}{r} p^2 + \frac{A}{r^2}} + \frac{\left(Dp^2 - 2 \frac{S_M}{r} p \right) (w_0 p + w_0')}{Dp^4 - 2 \frac{S_M}{r} p^2 + \frac{A}{r^2}} + \\ + \frac{Dp(w_0'' p + w_0''')}{Dp^4 - 2 \frac{S_M}{r} p^2 + \frac{A}{r^2}}. \quad (6) \end{aligned}$$

Згідно з принципом Сен-Венана, крайові ефекти в оболонці швидко затухають, тому, якщо оболонка навантажена сталим по осі X тиском $q_n = \text{const}$ і розтягувальною силою $N_x = \text{const}$, то деформацію оболонки у віддаленні від граничних поверхонь можна визначити як деформацію в безмежно віддаленій точці, використовуючи правило операційного числення, згідно з яким $F(0) = \lim_{s \rightarrow 0} F(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = f(\infty)$, яке впливає з таких міркувань: якщо

$$L[f'(t)] = \int_0^{\infty} e^{-st} f'(t) dt = s \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt - f(0),$$

то

$$\lim_{s \rightarrow 0} F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \int_0^{\infty} e^{-st} f'(t) dt = \lim_{s \rightarrow 0} \int_0^{\infty} e^{-st} f'(t) dt + f(0) = \int_0^{\infty} f'(t) dt + f(0) = f(\infty).$$

Із рівняння (6) випливає:

$$w = w(\infty) = \frac{-q_n + \frac{\nu}{r} N_x - \frac{1-\nu}{r} T_1}{\frac{A}{r^2}}. \quad (7)$$

Підставляючи розв'язок (6) у залежності для компонент тензора температурних напружень через компоненти вектора переміщень u (в радіальному напрямі) та w (осьові переміщення) [6]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{du}{dx} - \mu \frac{w}{r} + z \frac{d^2 w}{dx^2} \right) - \frac{E\alpha t}{1-\mu}, \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\mu^2} \left(\mu \frac{du}{dx} - \frac{w}{r} + \mu z \frac{d^2 w}{dx^2} \right) - \frac{E\alpha t}{1-\mu}; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{f_1} \left(N_x + \frac{w}{r} f_2 + T_1 \right) = \frac{N_x}{A} - \nu \frac{q_n r}{A} + \frac{1-\nu}{A} T_1, \quad (9)$$

можна записати

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1-\mu\nu) \frac{N_x}{A} + (\mu-\nu) \frac{q_n r}{A} \right] + \frac{E}{1-\mu} (\alpha_0 t_0 - \alpha t), \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[(\mu-\nu) \frac{N_x}{A} + (1-\mu\nu) \frac{q_n r}{A} \right] + \frac{E}{1-\mu} (\alpha_0 t_0 - \alpha t), \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

де

$$\alpha_0 t_0 = \frac{1-\nu}{A} T_1.$$

Отримані залежності (1)–(10) дають змогу визначити напруження в довільній точці перерізу оболонки у випадку пружних деформацій.

Виклад основного матеріалу. У пружно-пластичній ділянці розрахунок можна виконувати методом змінних параметрів пружності з використанням базових співвідношень (8)–(10) лінійної теорії термопружності.

Метод змінних параметрів пружності полягає в такому.

1. Попередньо допускаючи, що деформація пружна по всьому перерізі оболонки, виконують розрахунок згідно зі залежностями (4), (10) величин.

$$A, \nu, T_1, \sigma_x, \sigma_\theta, \sigma_e = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_\theta^2} - \sigma_x \sigma_\theta,$$

де σ_e – еквівалентне напруження [5-7].

2. У точках, де еквівалентне напруження більше за межу пропорційності, отримані розрахункові значення еквівалентного напруження σ_e замінюються відповідними значеннями кривої розтягу за значень $\varepsilon_e = \sigma_e / E$:

$$\sigma'_e = \Phi(\varepsilon_e), \mu' = \mu(\varepsilon_e).$$

3. За отриманими значеннями σ'_e визначається перерізний модуль пружності $E' = \sigma'_e / \varepsilon_e$, який підставляється далі замість модуля пружності E у подальших розрахунках.

Так виконується низка наближень (ітерацій), доки нові значення $A^{(n)}$ не будуть відрізнятися від $A^{(n-1)}$ суттєво, або $(\alpha_0 t_0)^{(n)}$ від $(\alpha_0 t_0)^{(n-1)}$, якщо навантаження малі порівняно з температурними напруженнями.

У послідовних напруженнях можна застосовувати поняття еквівалентної деформації [7]

$$\varepsilon_e = \frac{1}{\sqrt{2}(1-\mu)} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2}, \quad (11)$$

де

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_\theta) = \frac{N_x - \nu q_n r}{A} + \alpha_0 t_0 - \alpha t,$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \mu\sigma_x) = \frac{q_n r - \nu N_x}{A} + \alpha_0 t_0 - \alpha t,$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_\theta) = -\mu \frac{1-\nu}{1-\mu} \frac{N_x + q_n r}{A} - \frac{2\mu}{1-\mu}(\alpha_0 t_0 - \alpha t).$$

Тоді процес послідовного наближення можна зобразити так:

$$\varepsilon'' = \frac{q}{A(\varepsilon')}, \quad (12)$$

де в (12) q – узагальнене навантаження, в загальному випадку залежне від E (посередністю величин v і T_1); ε' – вихідне для такого наближення значення деформації ε ; ε'' – вихідне для наступного наближення значення деформації ε (індекс e тут і далі упушено, але його враховують).

Доведемо збіжність процесу послідовного наближення. З цією метою продиференціюємо залежність (12)

$$\frac{d\varepsilon''}{d\varepsilon'} = \frac{1}{A} \frac{dq}{d\varepsilon'} - \frac{q}{A^2} \frac{dA}{d\varepsilon'}.$$

Якщо отримана похідна менша за одиницю, отже, приріст $\Delta\varepsilon''$ менший за приріст $\Delta\varepsilon'$, і процес збігається (тим швидше, чим менше їх відношення).

Якщо маємо матеріал, для якого коефіцієнт Пуассона – стала величина, тобто $\mu = \mu(\varepsilon_e) = \text{const}$, тоді

$$\frac{dq}{d\varepsilon} = q^* \frac{dT_1}{d\varepsilon},$$

$$\frac{dT_1}{d\varepsilon} = \frac{d}{d\varepsilon} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{E\alpha t dz}{1-\mu} \leq \frac{\alpha_{\max} t_{\max} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{dE}{d\varepsilon} dz}{1-\mu} = \frac{\alpha_{\max} t_{\max}}{1-\mu} \cdot \frac{dA}{d\varepsilon}.$$

Тому

$$\frac{d\varepsilon''}{d\varepsilon'} \leq \left[\frac{q^* \alpha_{\max} t_{\max}}{A(1-\mu)} - \frac{q}{A^2} \right] \frac{dA}{d\varepsilon'}. \quad (13)$$

Візьмемо типову залежність $\Phi(\varepsilon)$, відображену на рис. 1, і побудуємо згідно з нею функцію (рис. 2)

$$E = \Phi(\varepsilon)/\varepsilon \quad (14)$$

та її похідну за деформацією ε , відображену кривою на рис. 3.

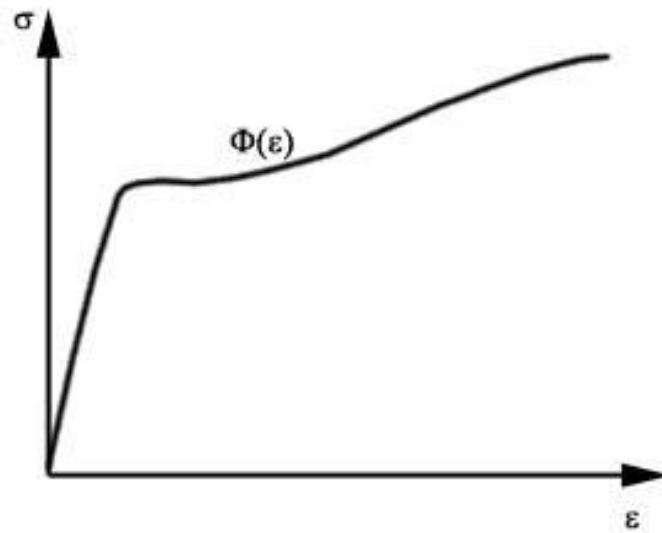


Рис. 1. Типова діаграма розтягу матеріалу, $\Phi(\epsilon)$.

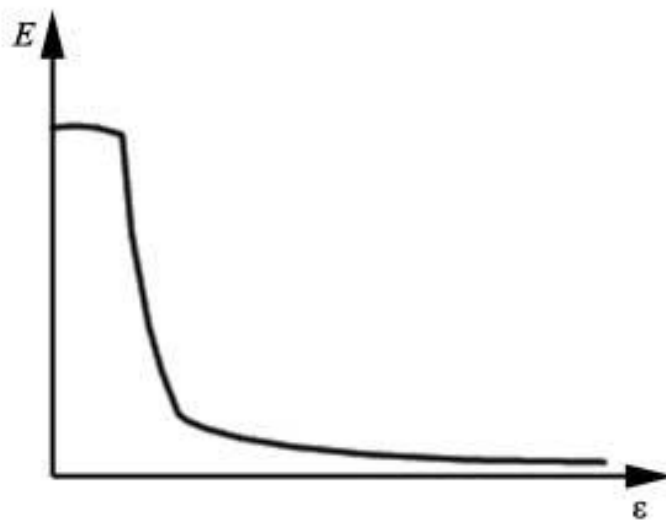


Рис. 2. Модуль пружності $E = \Phi(\epsilon)/\epsilon$.

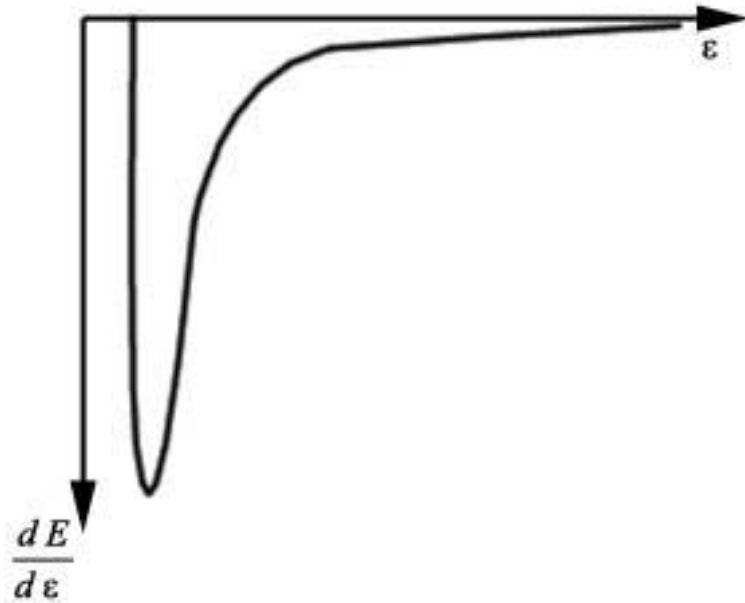


Рис. 3. Похідна модуля пружності $\frac{dE}{d\varepsilon}$.

Як видно з рис. 2 $E(\varepsilon)$ – це монотонна, спадна функція, яка прямує до деякої невід’ємної границі, а її похідна $\frac{dE}{d\varepsilon}$ – функція, яка прямує до нуля за зростання ε . Беручи до уваги, що

$$\frac{dA}{d\varepsilon} = \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{dE}{d\varepsilon} \frac{dz}{1-\mu} (1-\mu) \leq \left(\frac{dE}{d\varepsilon} \right)_{\max} \cdot h,$$

а також те, що завжди можна знайти таке значення ε' , для якого

$$\frac{d\varepsilon''}{d\varepsilon'} \leq \left[\frac{q^* \alpha_{\max} t_{\max}}{A(1-\mu)} - \frac{q}{A^2} \right] \frac{dA}{d\varepsilon'} \leq \left[\frac{q^* \alpha_{\max} t_{\max}}{A(1-\mu)} - \frac{q}{A^2} \right] \left(\frac{dE}{d\varepsilon} \right)_{\max} \cdot h < 1,$$

переконаємось, що процес послідовного наближення завжди збіжний.

Практично для більшості матеріалів – $\mu \neq \text{const}$, але ця обставина не впливає на збіжність процесу послідовного наближення, оскільки

$$\frac{d\mu}{d\varepsilon} \rightarrow 0 \text{ при } \varepsilon \rightarrow \infty.$$

Загальний розв'язок рівняння (4) отримуємо розкладом виразу $\frac{1}{p}W(p)$ (6)

на прості дроби та обернення $W(p) \rightarrow w(x)$ за допомогою таблиць перетворення Лапласа-Карсона

$$W(p) = \frac{1}{p} \left[-Q_n(p) + \frac{v}{r} \bar{N}_x(p) - \frac{1-v}{r} T_1 \right] \sum_{k=1}^4 C_{0k} \frac{p}{p-p_k} + w_0 \sum_{k=1}^4 C_{1k} \frac{p}{p-p_k} +$$

$$+ w'_0 \sum_{k=1}^4 C_{2k} \frac{p}{p-p_k} + w''_0 \sum_{k=1}^4 C_{3k} \frac{p}{p-p_k} + w'''_0 \sum_{k=1}^4 C_{4k} \frac{p}{p-p_k}, \quad (15)$$

де в (15) маємо:

$$C_{ik} = \frac{F_{i1}(p_k)}{F'_2(p_k)} (i=0,1,2,3,4); \quad p_k = \pm \sqrt{\frac{S_M}{rD} \pm \sqrt{\left(\frac{S_M}{rD}\right)^2 - \frac{A}{r^2 D}}} - \text{корені}$$

рівняння $F_2(p) = 0$ ($k=1,2,3,4$); $F_1(p)$ – чисельник, а $F_2(p)$ – знаменник виразу $F_i(p) = \frac{F_{i1}(p)}{F_2(p)}$, причому $F_2(p) = p^4 - 2\frac{S_M}{rD}p^2 + \frac{A}{r^2 D}$.

Позначимо

$$a = \sqrt{\frac{S_M}{rD} + \sqrt{\left(\frac{S_M}{rD}\right)^2 - \frac{A}{r^2 D}}}, \quad b = \sqrt{\frac{S_M}{rD} - \sqrt{\left(\frac{S_M}{rD}\right)^2 - \frac{A}{r^2 D}}}.$$

Тоді $p_k = \pm a$, $p_k = \pm b$, причому a і b – дійсні числа. Як видно з виразу (6) $F_{i1}(a) = \pm F_{i1}(-a)$ (знак плюс за $i=0, 2, 4$). Аналогічно $F'_2(a) = 2a(a-b)(a+b) = -F'_2(-a)$. Отже, $C_{i1} = \pm C_{i2}$ та $C_{i3} = \pm C_{i4}$, де знак мінус стосується значень $i=0, 2, 4$.

Тоді

$$\sum_{k=1}^4 C_{ik} \frac{p}{p-p_k} \rightarrow \begin{cases} 2(C_{i1} \text{ch}ax + C_{i3} \text{sh}bx), i=1,3; \\ 2(C_{i1} \text{sh}ax + C_{i3} \text{ch}bx), i=0,2,4. \end{cases}$$

Виконуючи з урахуванням наведених міркувань обернення виразу (15) в простір оригіналів, отримуємо вираз

$$\begin{aligned}
w(x) = & 2 \int_0^x \left[-q_n(\xi) + \frac{\nu}{r} N_x(\xi) - \frac{1-\nu}{r} T_1 \right] [C_{01} \operatorname{sha}(x-\xi) + C_{03} \operatorname{shb}(x-\xi)] d\xi + \\
& + 2w_0(C_{11} \operatorname{chax} + C_{13} \operatorname{chbx}) + 2w'_0(C_{21} \operatorname{shax} + C_{23} \operatorname{shbx}) + 2w''_0(C_{31} \operatorname{chax} + C_{33} \operatorname{chbx}) + \\
& + 2w'''_0(C_{41} \operatorname{shax} + C_{43} \operatorname{shbx}),
\end{aligned} \tag{16}$$

в якому неважко обчислити на основі (5) та (16)

$$C_{11} = \frac{a^3 - 2 \frac{S_M}{rD} a}{2a(a^2 - b^2)} = \frac{a^2 - a^2 - b^2}{2(a^2 - b^2)} = -\frac{b^2}{2(a^2 - b^2)},$$

оскільки $a^2 + b^2 = 2 \frac{S_M}{rD}$;

$$C_{13} = \frac{b^3 - 2 \frac{S_M}{rD} b}{2b(b^2 - a^2)} = -\frac{b^2 - a^2 - b^2}{2(a^2 - b^2)} = \frac{a^2}{2(a^2 - b^2)};$$

$$C_{21} = \frac{a^2 - 2 \frac{S_M}{rD}}{2a(b^2 - a^2)} = -\frac{b^2}{2a(a^2 - b^2)} = \frac{a^2}{2(a^2 - b^2)}; \quad C_{23} = \frac{a^2}{2b(a^2 - b^2)};$$

$$C_{31} = \frac{a}{2a(a^2 - b^2)} = \frac{1}{2(a^2 - b^2)} = \frac{a^2}{2(a^2 - b^2)}; \quad C_{33} = -\frac{1}{2(a^2 - b^2)};$$

$$C_{41} = \frac{1}{2a(a^2 - b^2)}; \quad C_{43} = -\frac{1}{2b(a^2 - b^2)};$$

$$C_{01} = \frac{1}{D} C_{41}; \quad C_{03} = \frac{1}{D} C_{43}.$$

Підставляючи зазначені вирази в (16), можна записати:

$$w(x) = \frac{1}{a^2 - b^2} \int_0^x F(\xi) \left[\frac{\operatorname{sha}(x-\xi)}{a} - \frac{\operatorname{shb}(x-\xi)}{b} \right] d\xi +$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{w_0}{a^2-b^2}(b^2\text{ch}ax-a^2\text{ch}bx)-\frac{w'_0}{a^2-b^2}\left(\frac{b^2}{a}\text{sh}ax-\frac{a^2}{b}\text{sh}bx\right)- \\
& -\frac{w''_0}{a^2-b^2}(\text{ch}ax-\text{ch}bx)+\frac{w'''_0}{a^2-b^2}\left(\frac{\text{sh}ax}{a}-\frac{\text{sh}bx}{b}\right). \tag{17}
\end{aligned}$$

Якщо $S_M^2 < \frac{A}{D}$, то $a = \beta + i\gamma$, $b = \beta - i\gamma$,

$$\text{причому } \beta = \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{A}{r^2D} + \frac{S_M}{rD}}} \text{ i } \gamma = \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{A}{r^2D} - \frac{S_M}{rD}}}.$$

Тоді

$$\begin{aligned}
w(x) &= \frac{1}{2(\beta^2 + \gamma^2)} \int_0^x F(x-\xi) \left(\frac{\text{ch}\beta\xi \sin \gamma\xi}{\gamma} - \frac{\text{sh}\beta\xi \cos \gamma\xi}{\beta} \right) d\xi + \\
& + w_0 \left(\text{ch}\beta x \cos \gamma x - \frac{\beta^2 - \gamma^2}{\beta\gamma} \text{sh}\beta x \sin \gamma x \right) + \\
& + w'_0 \frac{\beta(3\gamma^2 - \beta^2) \text{ch}\beta x \sin \gamma x + \gamma(3\beta^2 - \gamma^2) \text{sh}\beta x \cos \gamma x}{2\beta\gamma(\beta^2 + \gamma^2)} + w''_0 \frac{\text{sh}\beta x \sin \gamma x}{2\beta\gamma} \\
& + w'''_0 \frac{\beta \text{ch}\beta x \sin \gamma x - \gamma \text{sh}\beta x \cos \gamma x}{2\beta\gamma(\beta^2 + \gamma^2)}. \tag{17}
\end{aligned}$$

де

$$F(x) = \frac{1}{D} \left[-q_n(x) + \frac{\nu}{r} N_x(x) - \frac{1-\nu}{r} T_1 \right].$$

Якщо $F(x) = \text{const}$, то з (17) матимемо

$$\begin{aligned}
w(x) &= F \frac{2\beta\gamma(1 - \text{ch}\beta x \cos \gamma x) + (\beta^2 - \gamma^2) \text{sh}\beta x \sin \gamma x}{2\beta\gamma(\beta^2 + \gamma^2)} + \\
& + w_0 \left(\text{ch}\beta x \cos \gamma x - \frac{\beta^2 - \gamma^2}{\beta\gamma} \text{sh}\beta x \sin \gamma x \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + w_0' \frac{\beta(3\gamma^2 - \beta^2) \operatorname{ch}\beta x \sin \gamma x + \gamma(3\beta^2 - \gamma^2) \operatorname{sh}\beta x \cos \gamma x}{2\beta\gamma(\beta^2 + \gamma^2)} + w_0'' \frac{\operatorname{sh}\beta x \sin \gamma x}{2\beta\gamma} \\
& + w_0''' \frac{\beta \operatorname{ch}\beta x \sin \gamma x - \gamma \operatorname{sh}\beta x \cos \gamma x}{2\beta\gamma(\beta^2 + \gamma^2)}.
\end{aligned}
\tag{18}$$

На пружній стадії та першому наближенні – $\mu(z) = \text{const}$, отже, $f_4 = S_M = 0$. У цьому випадку $\beta = \gamma$ і залежності (17), (18) відповідають розв'язку рівняння згину ізотропної оболонки [1].

Висновки

1. Перетворенням розв'язувального диференціального рівняння деформації конструктивно-ортотропної циліндричної оболонки одержано рівняння деформації ізотропної циліндричної оболонки, вважаючи при цьому коефіцієнти заповнення такими, що дорівнюють одиниці.

2. Показано можливість інтегрування отриманого рівняння за допомогою операторного методу застосуванням інтегрального перетворення Лапласа-Карсона, внаслідок чого записано загальний розв'язок у просторі зображень для компоненти вектора переміщень в осьовому напрямі.

3. Записано сукупність співвідношень і залежностей, які дають змогу визначати напруження в довільній точці перерізу оболонки за пружних деформацій.

4. Сформульовано метод змінних параметрів пружності, на основі якого виконується розрахунок на міцність циліндричних оболонок у пружно-пластичній ділянці.

5. Доведено збіжність процесу послідовного наближення.

6. Записано загальний розв'язок розв'язувального рівняння теорії циліндричних оболонок розкладанням отриманого виразу для зображення осьового переміщення на прості дроби та обернення за допомогою таблиць перетворення Лапласа-Карсона.

Бібліографічний список

1. Аксельрад Э. Л. Гибкие оболочки / Э. Л. Аксельрад. – М. : Наука, 1976. – 376 с.
2. Биргер И. А. Круглые пластины и оболочки вращения / И. А. Биргер. – М. : Оборонгиз, 1961. – 317 с.
3. Гольденблатт И. И. Нелинейные проблемы теории упругости / И. И. Гольденблатт. – М. : Наука, 1974. – 486 с.
4. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек / А. Л. Гольденвейзер. – М. : Наука, 1976. – 512 с.
5. Добрянський І. Вплив перепаду температур на несучу здатність та експлуатаційну надійність сталобетонних балок / І. Добрянський, А. Грищевич // Вісник Львівського державного аграрного університету : архітектура і сільськогосподарське будівництво. – 2003. – № 4. – С. 15–18.

6. Добрянський І. М. Врахування конвективного теплообміну при дослідженні процесів термічного розтріскування в бетонних зразках за дії лазерного опромінення на основі моделі крихкого руйнування / І. М. Добрянський // *Машинознавство*. – 2012. – № 1 (175). – С. 32–35.
7. Добрянський І. М. Напружений стан елементів бетонних конструкцій за дії загального і локалізованого іонізуючого опромінення / І. М. Добрянський // *Машинознавство*. – 2011. – № 5–6 (167–168). – С. 49–51.
8. Коляно Ю. М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела / Ю. М. Коляно. – К. : Наук. думка, 1992. – 280 с.
9. Лучко Й. Й. Уточнений розрахунок і дослідження напружено-деформованого стану балки при згині / Й. Й. Лучко, І. М. Добрянський // *Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту ім. акад. В. Лазаряна*. – 2010. – Вип. 33. – С. 155–160.
10. Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов / В. В. Панасюк. – К. : Наук. думка, 1991. – 415 с.
11. Подстригач Я. С. Термоупругость тел неоднородной структуры / Я. С. Подстригач, В. А. Ломакин, Ю. М. Коляно. – М. : Наука, 1984. – 338 с.
12. Hector L. G. Thermal stresses in materials due to laser heating / L. G. Hector, R. V. Hetnarski // *Thermal stresses IV* / ed. R. V. Hetnarski. – Amsterdam : Elsevier, 1996. – P. 453–531.

Добрянська Л., Добрянський І., Шмиг Р., Грицина О. Методи уточненого розрахунку пружних та пружно-пластичних деформацій конструкцій циліндричного типу

У статті наведено алгоритм перетворення диференціального рівняння деформації конструктивно-ортотропної циліндричної оболонки на рівняння деформації ізотропної циліндричної оболонки.

Ключові слова: пружний, пружно-пластичний, циліндричний тип, диференціальний, деформація, виведення, оболонка.

Dobranska L., Dobranskyii I., Shmyh R., Hrytsyna O. Methods of the specified calculation of resilient and resiliently plastic deformations of cylinder type constructions

In the article the transformation algorithm of differential equalization of constructively-orthotropic deformation of cylinder shell on isotropic cylinder shell deformation equalization is presented.

Key words: elastic, elastic-plastic, cylindrical type, differential, deformation, breeding, shell.

Добрянская Л., Добрянский И., Шмиг Р., Грицина А. Методы уточненного расчета упругих и упруго-пластических деформаций конструкций цилиндрического типа

В статье приведен алгоритм преобразования дифференциального уравнения деформации конструктивно-ортотропной цилиндрической оболочки в уравнение деформации изотропной цилиндрической оболочки.

Ключевые слова: упругий, упруго-пластический, цилиндрический типы, дифференциальный, деформация, вывод, оболочка.