

УДК 539.3

ВПЛИВ ЖОРСТКОСТЕЙ СЕРЕДОВИЩА ТА ВКЛЮЧЕННЯ НА КОНЦЕНТРАЦІЮ НАПРУЖЕНЬ НА ПОВЕРХНІ ВКЛЮЧЕННЯ

*Т. Бубняк, к. ф.-м. н., В. Якимець, к.т.н.
Львівський національний аграрний університет*

Постановка проблеми. Під час побудови елементів будівельних конструкцій та різних композитних матеріалів, що використовуються на виробництві, часто виникає необхідність врахування жорсткості основного матеріалу та включень, які можуть бути обумовлені технологією виробництва, що часто послаблює міцність конструкції та призводить до передчасного її руйнування. Дослідження впливу характеру контакту між середовищем та включенням, а також міцнісних характеристик компонент на розподіл напружень, є важливим завданням теорії пружності з погляду побудови композитних матеріалів, стійких до руйнування.

Сучасні конструкційні споруди містять деталі, виготовлені з анізотропних матеріалів, наприклад, склопластик, пластмаси тощо. Такі конструктивні матеріали часто містять неоднорідності у вигляді сфероїдальних включень чи порожнин. За механічних і теплових навантажень на конструкцію в околі цих неоднорідностей виникає нерівномірно розподілене поле напружень, величину якого необхідно враховувати у розрахунку деталей на міцність.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Просторові задачі теорії пружності займають важливе місце серед задач механіки деформованого твердого тіла.

У праці Ю. М. Подільчука [1] єдиним методом побудовані точні розв'язки першої та другої граничних задач теорії пружності для ізотропних тіл канонічної форми. Отримані загальні розв'язки для сфери, циліндра, стиснутого та витягнутого еліпсоїдів тощо.

Актуальною є проблема визначення напруженого стану трансверсально-ізотропного тіла, яке містить таке саме включення за умови неідеального механічного і теплового контактів на межі розділу фаз за дії лінійного механічного або теплового навантаження.

Одним із ефективних методів розв'язку задач теорії пружності є метод Фур'є, який базується на представленні загальних розв'язків рівнянь рівноваги через потенціальні функції [2].

Важливі результати в цьому напрямі отримані у працях вчених: В.Т. Грінченка, Ф.Д. Коваленка, Я.С. Підстригача, Ю.М. Подільчука, І.О. Мотовиловця, К.В. Соляник-Красса, В.Л. Рвачова, Ю.М. Коляно та багатьох інших, в яких побудовані точні розв'язки просторових задач теорії пружності і статичної термопружності у сферичній, циліндричній, сфероїдальній, параболічній та інших системах координат.

Постановка завдання. Наше завдання – дослідження впливу жорсткостей середовища та включення на концентрацію нормальних і меридіальних напружень

на поверхні сфероїдального включення. Перерозподіл напружень від стиску до розтягу, чи, навпаки, в певних зонах може слугувати причиною утворень тріщин, що у свою чергу призводить до руйнування композиту.

Залежно від жорсткостей середовища та включення, контакту між ними, а також від форми дії силового чи температурного поля, необхідно отримати характерні особливості розподілу нормальних та меридіальних напружень на поверхні включення.

Виклад основного матеріалу. У дослідженні розглянуто трансверсально-ізотропне середовище, яке містить включення у формі стиснутого сфероїда. На межі розділу фаз вибрані умови неідеального теплового і механічного контактів [5].

Поставлену задачу розв'язуємо методом Фур'є, який полягає у представленні загального розв'язку рівнянь рівноваги через потенціальні функції [3].

Задовольняючи граничні умови неідеального контакту (2) в [4], отримуємо нескінченну систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення коефіцієнтів розкладу, яка розв'язується методом редукції.

Розрахунок термонапруженого стану трансверсально-ізотропного середовища зі сфероїдальним включенням під дією лінійного температурного поля,

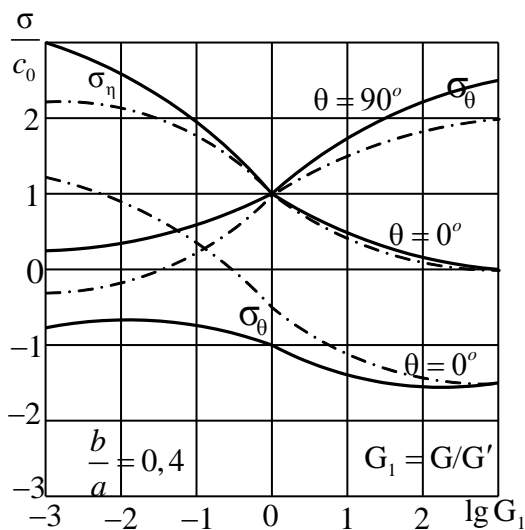


Рис. Концентрація напружень залежно від жорсткостей за умови розтягу вздовж OZ.

вздовж осі OZ, здійснювали в умовах неідеального контакту для матеріалів із пружними характеристиками:

включення $-(10^{10} \text{Н/м}^2)$ $\tilde{c}_{11} = 5,97$;
 $\tilde{c}_{12} = 2,62$; $\tilde{c}_{13} = 2,17$; $\tilde{c}_{23} = 6,17$;
 $\tilde{c}_{44} = 1,64$; середовище $-$
 (10^{10}Н/м^2) $c_{11} = 30,7$; $c_{12} = 16,5$;
 $c_{13} = 10,3$; $c_{23} = 35,81$; $c_{44} = 7,53$.
 Усі інші $- c_{ij} = 0$ – як для включення, так і для середовища.

На рисунку наведено графіки напружено-деформівного стану, що досягається на екваторі включення ($\theta = \pi/2$) залежно від співвідношення пружних властивостей G/G' середовища та включення на поверхні сфероїдального включення у випадку розтягу вздовж осі OZ.

Висновки. Аналізуючи отримані результати, бачимо, що за умови значного зменшення жорсткості включення ($G/G' \rightarrow \infty$) неідеальний механічний контакт обумовлює менший вплив на розподіл напружень σ_r і σ_θ (неідеальному контакту

відповідають суцільні лінії). Значення напружень у цьому разі прямують до відповідних значень на поверхні. Коли ж жорсткості середовища і включення майже однакові – $G/G' \rightarrow 1$, неідеальний механічний контакт призводить до неоднорідності напружено-деформівного поля, на відміну від умов повного спаю (ідеальному контакту – пунктирні лінії). У цьому разі неідеальність контакту зумовлює відхилення нормальних напружень на поверхні розділу фаз від відповідних номінальних у середовищі приблизно на 35-40%. Для $G' \rightarrow 0$ спостерігається суттєва відмінність у концентрації напружень залежно від контакту. Зокрема для ідеального контакту концентрація напружень майже зівставна зі значеннями, отриманими для середовища із впаєним жорстким включенням. У разі порушень умов спаю різниця між ними, наприклад, для $\lg(G/G') = -3$ дорівнює відповідно $\sigma_n/c_0 - 18\%$, $\sigma_\theta/c_0 - 30\%$, причому для останньої компоненти спостерігається ще й перерозподіл напружень.

Бібліографічний список

1. Подильчук Ю. Н. Граничные задачи статики упругих тел / Ю. Н. Подильчук // *Пространственные задачи теории упругости и пластичности* : в 5 т. – К. : Наук. думка, 1984. – Т. 1. – 303 с.
2. Соколовський Я. І. Напряженное состояние трансверсально-изотропной среды со сфероидальным включением при неидеальном механическом контакте / Я. І. Соколовський, Т. І. Бубняк // *Теоретическая и прикладная механика*. – 1995. – Вып. 25. – С. 17-26.
3. Соколовський Я. І. Просторова задача трансверсально-ізоотропного середовища із сфероїдальним включенням при неідеальному механічному контакті / Я. І. Соколовський, Т. І. Бубняк // *Доп. НАН України*. – 1996. – № 9. – С. 45-50.
4. Бубняк Т. І. Характеристика концентрації нормальних напружень на поверхні включення / Т. І. Бубняк, В. Т. Якимець // *Вісник Львівського національного аграрного університету: архітектура і сільськогосподарське будівництво*. – 2014. – № 15 – С. 23-27.
5. Бубняк Т.І. Ріст напружень в околі сфероїдального включення / Т. І. Бубняк, І. Т. Бубняк // *Вісник Львівського державного аграрного університету : архітектура і сільськогосподарське будівництво*. – 2007. – № 8. – С. 21–25.

Бубняк Т., Якимець В. Вплив жорсткостей середовища та включення на концентрацію напружень на поверхні включення

Досліджено характер концентрації нормальних і меридіальних напружень на поверхні сфероїдального включення в умовах ідеального та неідеального механічних контактів між середовищем та включенням для одноосного розтягу.

Ключові слова: потенціальні функції, трансверсально-ізоотропне середовище, ідеальний та неідеальний контакти, сфероїд, поле напружень.

Bubnyak T., Yakymets V. Influence of rigidity and enabling environment for the concentration of stresses on the surface of the inclusion

The nature and concentration of the normal meridian stress on the surface of a spheroidal inclusion under ideal and non-ideal mechanical contact between the environment and switching to uniaxial tension.

Key words: potential function, transversely isotropic medium, perfect and imperfect contacts, spheroid, field stresses.

Бубняк Т., Якимець В. Влияние жесткостей среды и включения на концентрацию напряжений на поверхности включения

Исследован характер концентрации нормальных и меридиальных напряжений на поверхности сфероидального включения в условиях идеального и неидеального механических контактов между средой и включением для одноосного растяжения.

Ключевые слова: потенциальные функции, трансверсально-изотропная среда, идеальный и неидеальный контакты, сфероид, поле напряжений.