

contains the real contour of the plate. The lower bound of this sequence is contour K_0 of the plate macroelement. Plate macroelement is connection of the real plate P and its addition to the rectangular area bounded by contour K_0 . This plate is named as basic one.

The equilibrium equations are performed for macroelement and boundary conditions are wrote on the line corresponding to contour of real plate in the nodes which are zero points of trigonometric functions, included in the model.

Key words: method, macroelements, mathematical model, plate, zero of a function, shape and force functions

Делявский М., Росиньски К. Метод расчета напряженно-деформированного состояния тонких криволинейных плит

Предложен метод расчета тонких непрямоугольных плит, назван методом макроэлементов. Рассматриваются тонкая плита толщины h и последовательность прямоугольников, каждый из которых вполне содержит в себе контур реальной плиты. Макроэлементом является прямоугольная плита минимальных размеров, контур которой полностью покрывает реальную плиту. Нижняя граница этой последовательности названа базовым контуром и обозначена через K_0 . Реальная плита дополнена в прямоугольной области ограниченной контуром L_0 , названа базовой плитой. Сочетание базовой плиты и ее математического аналога названы макроэлементом плитовым. Уравнения равновесия выполняются для макроэлемента, а граничные условия – внутри макроэлемента на линиях, соответствующие контуру рассматриваемой плиты. Граничные условия записываются в узлах, которые являются нулевыми точками тригонометрических функций, входящих в модель макроэлемента.

Ключевые слова: метод, макроэлементы, математическая модель, плита, нулевые точки, координатные и силовые функции.

УДК 624.07:614.8

**ВПЛИВ ХАРАКТЕРУ ЗМІНИ ТЕПЛОФІЗИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ
БЕТОНУ НА ТЕМПЕРАТУРНІ ПОЛЯ КОНСТРУКЦІЙ
ПІД ЧАС ВИЗНАЧЕННЯ ЇХ ВОГНЕСТІЙКОСТІ**

*Ю. Боднар, к.т.н., В. Бар, магістр, Р. Мазурак
Львівський національний аграрний університет*

Постановка проблеми. Важливим параметром будівельної конструкції, зокрема залізобетонної, є її межа вогнестійкості. Її можна визначити за

результатами експериментальних досліджень або розрахунковими методами. Під час застосування останніх необхідно визначати температурне поле у конструкції при дії пожежі. Ця задача є нелінійною і нестационарною. На сьогодні пропонуються різні залежності теплофізичних властивостей бетону від температури.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Згідно з вимогами до розрахункових методів визначення межі вогнестійкості будівельних конструкцій [1] математичні моделі повинні бути нестационарними, із теплофізичними та механічними характеристиками матеріалів, які залежать від температури. У монографіях А.Ф. Мілованова і А.І. Яковлева [2; 3] подані узагальнені результати експериментальних досліджень зміни фізико-механічних і теплофізичних властивостей бетонів від температури. Складніші залежності теплофізичних властивостей від температури запропоновано у [4]. Визначення межі вогнестійкості будівельних конструкцій розрахунковим шляхом розглянуто у багатьох працях, зокрема [2; 3].

Постановка завдання. Метою дослідження є порівняння результатів розрахунків температурних полів у залізобетонних конструкціях під час пожежі для різних видів залежностей теплофізичних властивостей від температури.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо задачу про визначення температурного поля конструкції, що нагрівається під впливом пожежі. Процес нагріву конструкції є нестационарним, оскільки температура в довільній точці конструкції змінюється в часі внаслідок дії на конструкцію змінної в часі температури середовища пожежі t_c .

Задача про знаходження поля температур у конструкції – це диференціальне рівняння теплопровідності, яке для випадку змінних теплофізичних характеристик матеріалу має вигляд:

$$\rho c \frac{dt}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) ,$$

(1)

де t – температура в точках конструкції; τ – час; ρ – густина бетону; c – питома теплоємність; λ – теплопровідність бетону.

Для отримання розв'язку задачі необхідно рівняння (1) розв'язати за заданих крайових умов. Ці умови охоплюють початкові (розподіл температури всередині конструкції в початковий момент часу) і граничні умови (закон взаємодії поверхні конструкції з навколишнім середовищем).

Для задач вогнестійкості, як правило, приймають рівномірний розподіл температури у конструкції в початковий момент часу (початкові умови):

$$t(x, y, z, 0) = 20^{\circ}\text{C} \quad (2)$$

Граничні умови дають змогу визначити закономірності теплообміну між середовищем пожежі й поверхнею конструкції.

Під час дослідження вогнестійкості залізобетонних конструкцій визначення температурних полів із використанням уточнених методів, які базуються на теорії теплопровідності, норми рекомендують враховувати температурну дію за пожежі (граничні умови) тепловим потоком на поверхню конструкції, який охоплює конвекційну й променеву частини [6]:

$$\dot{h}_{net} = \dot{h}_{net,c} + \dot{h}_{net,r} , \quad (3)$$

де конвекційна складова потоку $\dot{h}_{net,c} = \alpha_c \cdot (t_c - t_m)$;

α_c – коефіцієнт конвекційного теплообміну, Вт/(м²К);

t_c – температура газового середовища поряд із конструкцією, що зазнає вогневого впливу, °С;

t_m – температура поверхні конструкції, °С.

За стандартного температурного режиму t_c задається формулою

$$t_c = 345 \cdot \lg(8\tau + 1) + t_e, \quad (4)$$

де τ – час, що відраховується від початку випробування, хв.;

t_c – температура середовища, яка відповідає часу τ , °С;

t_e – початкова температура середовища, яка відповідає часу $\tau = 0$, °С.

Коефіцієнт конвекційного теплообміну норми [6] рекомендують приймати $\alpha_c = 25$ Вт/(м²К).

Якщо прийняти таким, що дорівнює одиниці, кутовий коефіцієнт опромінення і ступінь чорноти полум'я, то променеву складову теплового потоку визначають формулою:

$$\dot{h}_{net,r} = \varepsilon_m \cdot \sigma \cdot \left[(t_r + 273)^4 - (t_m + 273)^4 \right], \quad (5)$$

де t_r – ефективна температура випромінювання вогневого середовища, яку приймаємо такою, що дорівнює t_c ;

t_m – температура поверхні конструкції;

ε_m – ступінь чорноти поверхні конструкції (приймаємо $\varepsilon_m = 0,8$);

σ – стала Стефана-Больцмана ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²К⁴));

На поверхні конструкції, яка не обігривається, можна приймати [6]:

$$\dot{h}_{net} = 9,0 \cdot (t_c - t_m) \quad (6)$$

Поставлена задача є непростюю у зв'язку з нелінійністю (температура у заданій точці конструкції залежить від характеристик матеріалу – теплопровідності й теплоємності, а ті у свою чергу, як показує експеримент, залежать від температури).

Температурна задача у зазначеній постановці надзвичайно складна. Одним із методів її вирішення є метод скінченних елементів. На сьогодні є багато програмних комплексів методу скінченних елементів, які дають змогу виконувати теплотехнічний розрахунок з урахуванням змінних теплофізичних характеристик матеріалу. Далі ми виконаємо розрахунки в рамках пакету Elcut Student.

Теплоємність бетону залежить від його виду (легкий або важкий), а також від виду заповнювача (силікатний або карбонатний). Ця величина залежна від температури, а залежність може визначатися таким поліномом [5]:

$$c(t) = C + D \cdot t \text{ кДж/(кг} \cdot \text{°C)},$$

(7)

де значення коефіцієнтів C , D приймається залежно від виду бетону [5] і для важкого бетону на силікатному заповнювачі $C = 0,71$, $D = 0,00083$.

Відповідно до європейських норм залежність теплоємності бетону від температури складніша. Згідно з [4], питома теплоємність $c_p(t)$ бетону в сухому стані ($u = 0$ %) на силікатному та карбонатному заповнювачах залежить від температури:

$$\begin{aligned} c_p(t) &= 900 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)} && \text{для } 20 \text{ °C} \leq t \leq 100 \text{ °C} \\ c_p(t) &= 900 + (t-100) \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)} && \text{для } 100 \text{ °C} < t \leq 200 \text{ °C} \\ c_p(t) &= 1000 + (t-200)/2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)} && \text{для } 200 \text{ °C} < t \leq 400 \text{ °C} \\ c_p(t) &= 1100 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)} && \text{для } 400 \text{ °C} < t \leq 1200 \text{ °C} \end{aligned} \quad (8)$$

Порівнюючи подані залежності для теплоємності бетону, можна відзначити їх істотну не тільки кількісну, а й якісну відмінність.

Теплопровідність бетону залежить від виду бетону та від температури. Відповідно до [5], ця залежність може визначатися таким поліномом:

$$\lambda(t) = A - B \cdot t \text{ Вт/(м} \cdot \text{°C)} \quad (9)$$

де значення коефіцієнтів A , B приймається залежно від виду бетону [5], і для важкого бетону на силікатному заповнювачі $A = 1,2$, $D = 0,00035$.

У [4] наведені співвідношення для визначення верхньої та нижньої меж теплопровідності бетону λ за різних температур в інтервалі $20 \text{ °C} \leq t \leq 1200 \text{ °C}$:

- верхня межа

$$\lambda = 2 - 0,2451(t/100) + 0,0107(t/100)^2, \text{ Вт/(м} \cdot \text{K)} \quad (10)$$

- нижня межа

$$\lambda = 1,36 - 0,136(t/100) + 0,0057(t/100)^2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{K)} \quad (11)$$

Розглянемо залізобетонну плиту товщиною 100 мм, виготовлену з бетону густиною 2350 кг/м^3 на силікатному заповнювачі. Виконаємо розрахунок температурного поля за одностороннього нагрівання згідно зі стандартним температурним режимом (4) і використанням Elcut. На рис. 1, 2

подано графіки розподілу температури за товщиною плити, отримані в результаті розрахунків та наведені у [5].

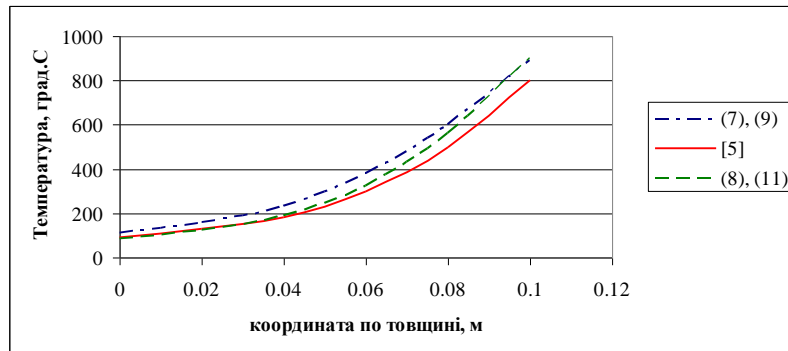


Рис. 1. Розподіли температури за товщиною плити ($\tau = 60$ хв.)

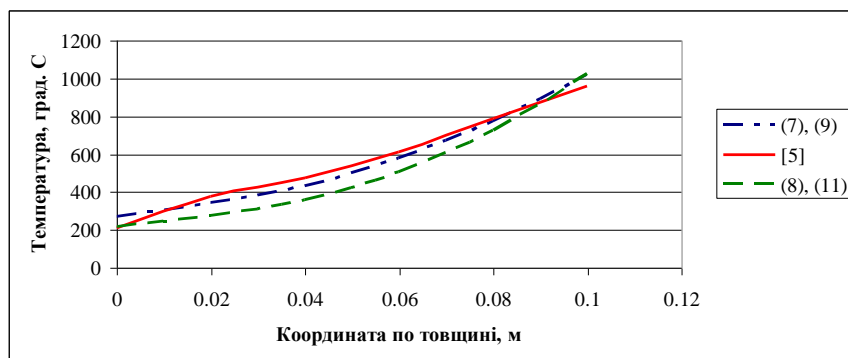


Рис. 2. Розподіли температури за товщиною плити ($\tau = 120$ хв.)

На рис. 3, 4 наведено графіки розподілу температури за товщиною плити, отримані в результаті розрахунків із та без урахування променевої складової теплового потоку.

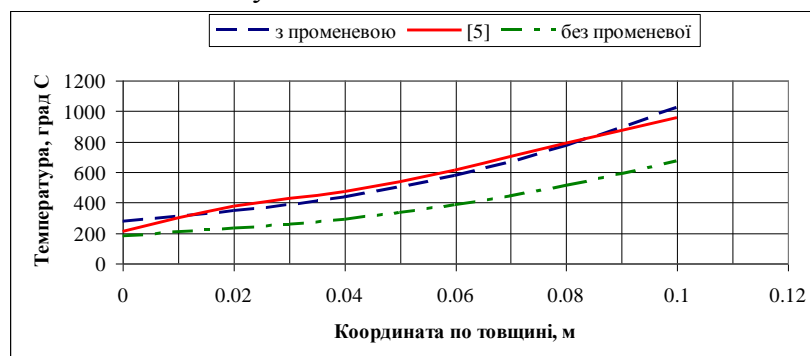


Рис. 3. Розподіли температури за товщиною плити за різних ГУ ($\tau = 120$ хв.)

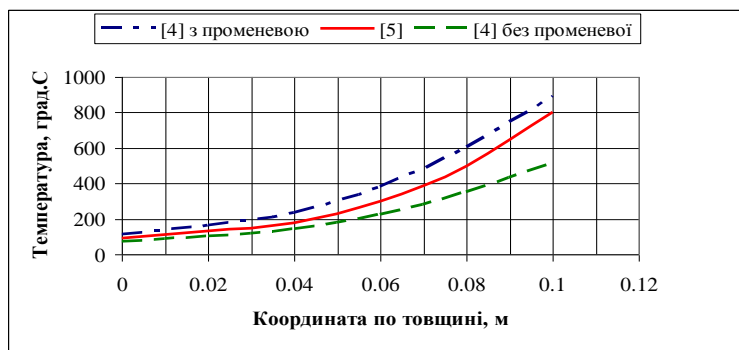


Рис. 4. Розподіли температури за товщиною плити за різних ГУ ($\tau = 60$ хв.)

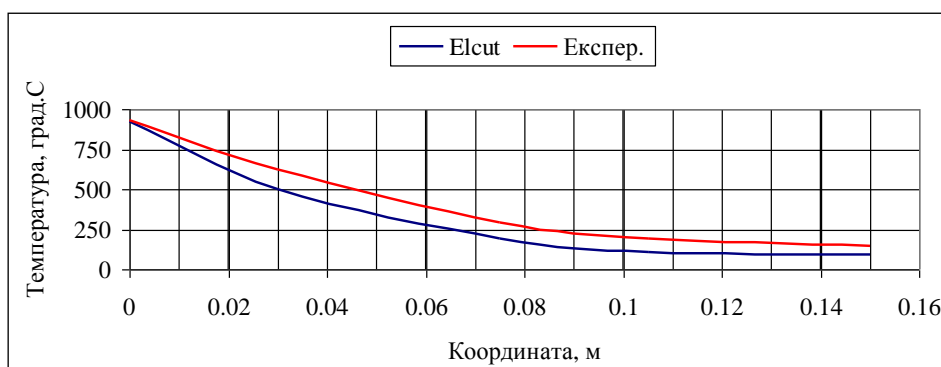


Рис. 5. Розподіли температури за віссю симетрії (половина перерізу) ($\tau = 60$ хв.)

Розглянемо температурне поле в залізобетонній колоні квадратного перерізу розміром 300 x 300 мм із високоміцного бетону, яка нагрівається з усіх боків. Не враховуючи зміну температури вздовж колони, отримаємо плоску задачу теплопровідності. Температура нагрівання зростає відповідно до стандартної кривої пожежі. На рис. 5 подано розподіл температури вздовж осі симетрії перерізу, отриманий з використанням (7), (9), а на рис. 6 – із використанням (8), (11). Здійснюється порівняння з результатами експериментів [2].

Висновки. Отримані результати розрахунків температурного поля у пластині добре узгоджуються з відомими результатами [5] (рис. 1, 2). Урахування теплообміну між конструкцією і нагрітим середовищем за рахунок випромінювання суттєво впливає на результати розрахунку (див. рис. 3, 4). Різниця між результатами, отриманими з використанням (7), (9) та (8), (10), (11), не перевищує 12%. Температурне поле в колоні, отримане у результаті розрахунків із застосуванням співвідношень (8), (10), (11),

точніше, ніж отримане із застосуванням (7), (9). Різниця із результатами експериментів у найбільш нагрітій зоні не перевищує 6.

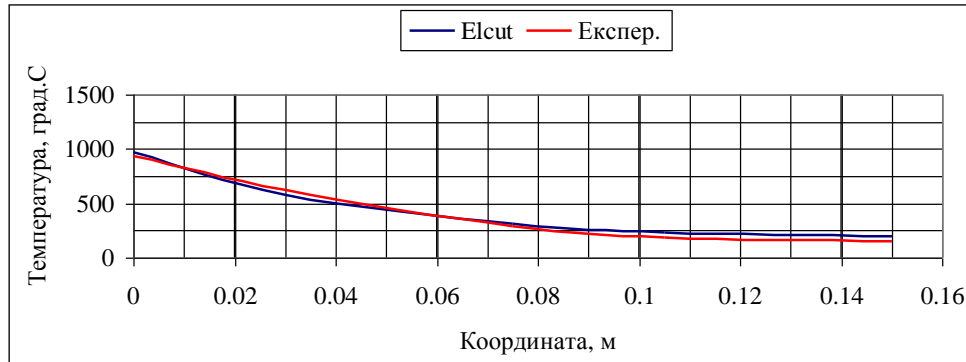


Рис. 6. Розподіли температури за віссю симетрії (половина перерізу) ($\tau = 60$ хв.)

Бібліографічний список

1. ДБН В.1.1-7-2002 Захист від пожежі. Пожежна безпека об'єктів будівництва. – К. : Держбуд України, 2003. – 42 с.
2. Милованов А. Ф. Стойкость железобетонных конструкций при пожаре / Милованов А. Ф. – М. : Стройиздат, 1998. – 304 с.
3. Яковлев А. И. Расчет огнестойкости строительных конструкций / Яковлев А. И. – М. : Стройиздат, 1988. – 143 с.
4. ДСТУ-Н Б EN 1992-1-2:2012 Єврокод 2. Проектування залізобетонних конструкцій. Ч. 1-2. Загальні положення. Розрахунок конструкцій на вогнестійкість (EN 1992-1-2:2004, IDT+ NA:2013). – К. : Мінрегіон України, 2013. – 129 с.
5. СТО 36554501-006-2006. Правила по обеспечению огнестойкости и огнесохранности железобетонных конструкций. – М., 2006. – 81 с.
6. ДСТУ-Н EN 1991-1-2:2010. Єврокод 1. Дії на конструкції. Ч. 1-2. Загальні дії. Дії на конструкції під час пожежі (EN 1991-1-2:2002, IDT). – К. : Мінрегіонбуд України, 2011. – 75 с.

Боднар Ю., Бар В., Мазурак Р. Вплив характеру зміни теплофізичних параметрів бетону на температурні поля конструкцій під час визначення їх вогнестійкості

Описано постановку задачі про температурне поле залізобетонної конструкції, яка перебуває під впливом високої температури, обумовленої пожежею. У рамках програмного комплексу Elcut Student отримано розв'язки задач для пластини, що нагрівається по одній із площин, та квадратної колони, що нагрівається з усіх боків. Враховано зміну теплофізичних параметрів бетону від температури.

Ключові слова: температурне поле, залізобетонні конструкції, висока температура, пожежа, Elcut.

Bodnar Yu., Bar V., Mazurak R. Influence of changes in thermal parameters of temperature field of concrete structures in determining their fire

The problem described temperature field of reinforced concrete structures, which is under high temperature caused by fire. As part of the software system Elcut Student obtained for solutions of plates, heated in one of the planes and the square column, heated on all sides. Included changing thermal parameters of concrete temperature.

Key words: temperature field, concrete structures, high temperature, fire, Elcut.

Боднар Ю., Бар В., Мазурак Р. Влияние характера изменения теплофизических параметров бетона на температурные поля конструкций при определении их огнестойкости

Описана постановка задачи о температурном поле железобетонной конструкции, которая находится под влиянием высокой температуры, обусловленной пожаром. В рамках программного комплекса Elcut Student получены решения задач для пластины, которая нагревается по одной из плоскостей, и квадратной колонны, которая нагревается со всех сторон. Учтено изменение теплофизических параметров бетона от температуры.

Ключевые слова: температурное поле, железобетонные конструкции, высокая температура, пожар, Elcut.

УДК 539.3

**КОНЦЕНТРАЦІЯ МЕРИДІАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ
У ВКЛЮЧЕННІ ПІД ЧАС РОЗТЯГУ**

Т. Бубняк, к. ф.-м. н.

Львівський національний аграрний університет

Постановка проблеми. Сучасні технології високопродуктивного обладнання, прокатних станів, будівельних конструкцій та споруд містять елементи, виготовлені з анізотропних матеріалів, які, частково змінюючи структуру середовища, можуть суттєво впливати на концентрацію напружень в околі анізотропних включень, що в одних випадках зумовлені технологією виробництва, а в інших вводяться з метою покращання