

Ключові слова: залізобетонна балка, напружено-деформований стан, гіпотеза плоских перерізів, агресивне середовище, корозія.

Стаття надійшла 28.08.2017.

УДК 663.52

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОДУКТИВНОСТІ БІОГАЗОВОЇ УСТАНОВКИ ЯК АЛЬТЕРНАТИВНОГО ДЖЕРЕЛА ЕНЕРГІЇ

*В. Дмитрів, д. т. н., Г. Дмитрів, старший викладач
Львівський національний аграрний університет*

Постановка проблеми. Успішне функціонування тваринницького підприємства залежить від утилізації відходів. Це актуально для тваринницьких ферм з високою продуктивністю і з малими площами території, що зумовлює нагромадження органічних відходів і створює проблему їх утилізації та зберігання. За відсутності достатньої площі для екскрементів тварин істотно зростають енерговитрати на переробку й вивезення гною. Одним із перспективних напрямів утилізації гною в умовах екологічних обмежень є анаеробне зброджування в біореакторах – метантенках, оскільки це вирішує питання енерго- і ресурсозбереження, охорони навколишнього середовища. Тому розроблення аналітичних моделей параметрів технологічного процесу виробництва біогазу є актуальними.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На сьогодні біогазові установки з об'ємом метантенка понад 100 м³ і дотриманням технології забезпечують позитивний енергетичний ефект. Тому є низка технологічних рішень компонування обладнання, що забезпечує максимальне дотримання технології метанового бродіння [1; 2]. У результаті бродіння біомаси, крім метану, отримують якісні добрива без втрат азоту, фосфору і калію [3; 4].

Особливості та характеристики біогазових технологій широко розглянуті у працях [1; 2; 5–10], однак, серед них недостатньо інформації для загальноприйнятого математичного опису процесу, що дало б змогу розрахувати процес у різних варіантах роботи. Математичний опис анаеробного бродіння і його розрахунок повинен ґрунтуватися на адекватній кінетичній моделі [11–15].

Найчастіше приводять два рівняння, які ґрунтуються на залежностях Моно і Михаеліса-Ментена, які використовують для описування мікробіологічних процесів:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{K_m \cdot S \cdot x}{K_s + S}, \quad (1)$$

$$\frac{dx}{dt} = \gamma \cdot \left(-\frac{dS}{dt} \right) - b_0 \cdot x. \quad (2)$$

Підставивши рівняння (1) у рівняння (2) та розділивши на x , отримаємо залежність:

$$\frac{dx}{d\mu} / x = \mu = \frac{\gamma \cdot K_m \cdot S}{K_s + S} - b_0 \cdot x \quad (3)$$

Ці залежності не описують стадій процесу бродіння і належать до кінетичних моделей, якими можна описати вхід-вихід за біомасою та субстратом без врахування виходу біогазу.

Для оцінки лужної реакції середовища Ендрюс ввів коефіцієнт інгібування K_i , і тоді питому швидкість росту біомаси зброджуваного субстрату описують залежністю:

$$\mu = \mu_m \cdot \frac{1}{1 + K_s/S + S/K_i} \quad (4)$$

У залежностях (1-4) змінні характеризують: S – концентрація зброджуваного субстрату, кг/т; μ – питома швидкість росту біомаси зброджуваного субстрату, дб⁻¹; K_m – максимальна константа швидкості росту популяції, 1/добу; K_s – константа Михаеліса, дорівнює концентрації субстрату, за якої швидкість реакції становить половину від максимальної; x – концентрація анаеробних молекул у субстраті; γ – коефіцієнт виходу клітинної маси бактерій за розпаду одиниці субстрату, г/г; K_i – коефіцієнт інгібування.

Процес стимулювання росту анаеробних бактерій впливає на вихід біогазу. Як показав аналіз, на продуктивність анаеробного бродіння впливає концентрація анаеробних молекул у субстраті.

Постановка завдання. Завдання дослідження – розробити модель швидкості виходу біогазу зі середовища субстрату.

Виклад основного матеріалу. За розкладання біомаси в метантенку виділяється біогаз у вигляді окремих бульбашок, які піднімаються вгору, одночасно взаємодіючи з твердими частинками, і спонтанно перемішують зароджуваний субстрат. Перемішувати субстрат можна і за безпосередньої подачі метану в середовище зароджуваної біомаси. Це дасть змогу забезпечити рівномірний контакт метаноутворювальних бактерій зі субстратом, оновити граничні поверхні летючих речовин.

Використання газу для перемішування субстрату унеможливорює розрив оболонки метаноутворювальних бактерій. У метантенку на початку анаеробного розкладання з молекули органічної речовини субстрату виділяється насичений розчин і змішується з водою субстрату. За досягнення їх насичення формується газова бульбашка, яка, спливаючи, зумовлює місцеве збурення субстрату.

Розглянемо сили, які будуть діяти на бульбашку (див. рис.), з урахуванням, що бульбашка – одинична кулька, поверхня якої стійка в довільний момент часу [16; 17].

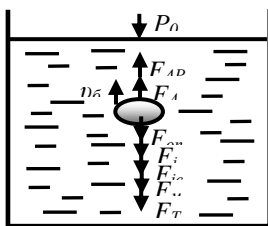


Рис. Схема дії сил на газову бульбашку за спливання: $F_{оп}$ – сила опору субстрату; F_i – сила інерції газової бульбашки; F_{ic} – сила інерції приєднаної маси субстрату; F_M – реактивна сила Мещерського; F_A – сила Архімеда; $F_{\Delta P}$ – сила від різниці тисків; F_T – сила тертя; P_0 – тиск на вільній поверхні

Рівняння дії сил на бульбашку біогазу, яка спливає в субстраті (див. рис.), має вигляд:

$$\bar{F}_{\Delta P} + \bar{F}_A - \bar{F}_{on} - \bar{F}_i - \bar{F}_{ic} - \bar{F}_M - \bar{F}_T = 0. \quad (5)$$

Підставимо в рівняння (5) вирази сил і одержимо таку залежність (6) дії сил на бульбашку біогазу:

$$(\rho_C \cdot g \cdot h - P_0) \cdot S_{mid} + g \cdot V_{\delta} \cdot (\rho_C - \rho_{\delta}) - \xi_{on} \cdot \rho_{\delta} \cdot \frac{v_{\delta}^2}{2} \cdot S_{mid} - \\ - \rho_{\delta} \cdot V_{\delta} \cdot \frac{dv_{\delta}}{dt} - K_{3K} \cdot \rho_C \cdot V_{\delta} \cdot \frac{dv_C}{dt} - K_P \cdot v_{\delta} \cdot \frac{dM}{dt} - F_T = 0 \quad (6)$$

де ρ_C – густина субстрату біомаси в метантенку, кг/м^3 ; ρ_{δ} – густина бульбашки біогазу, кг/м^3 ; h – висота розташування бульбашки в субстраті, м; g – прискорення вільного падіння, м/с^2 ; S_{mid} – площа міделевого перерізу бульбашки біогазу, м^2 ; V_{δ} – об'єм бульбашки біогазу, м^3 ; ξ_{on} – коефіцієнт лобового опору; v_{δ} – швидкість спливання бульбашки біогазу, м/с ; dv_{δ}/dt – абсолютне прискорення бульбашки біогазу, м/с^2 ; K_{3K} – коефіцієнт захоплення рідкого компонента бульбашкою біогазу; dv_C/dt – абсолютне прискорення субстрату в зоні спливання бульбашки, м/с^2 ; K_P – коефіцієнт реактивності, зумовлений характером зміни маси бульбашки по її поверхні; M – маса бульбашки біогазу, кг.

Проведемо заміну в диференціальному рівнянні (6), виділивши константи:

$$A_2 = (\rho_C \cdot g \cdot h - P_0) \cdot S_{mid} + g \cdot V_{\delta} \cdot (\rho_C - \rho_{\delta}) - K_{3K} \cdot \rho_C \cdot V_{\delta} \cdot \frac{dv_C}{dt} - F_T,$$

$$B = \rho_{\delta} \cdot V_{\delta}, A_1 = \xi_{on} \cdot \frac{\rho_{\delta}}{2} \cdot S_{mid}, A_3 = K_P \cdot \frac{dM}{dt}.$$

Диференціальне рівняння (6) набуде вигляду:

$$-A_1 \cdot v_{\delta}^2 + A_2 - A_3 \cdot v_{\delta} - B \cdot \frac{dv_{\delta}}{dt} = 0. \quad (7)$$

Рівняння (7) підпадає під диференціальне рівняння виду

$$f_1(t) \cdot g_1(v_{\delta}) \cdot v'_{\delta} = f_2(t) \cdot g_2(v_{\delta}). \quad (8)$$

У диференціальному рівнянні: $g_1(v_{\delta}) = 1$; $g_2(v_{\delta}) = -A_1 \cdot v_{\delta}^2(t) - A_3 \cdot v_{\delta}(t) + A_2$; $f_1(t) = 1$; $f_2(t) = 1/B$.

Приведемо диференціальне рівняння (7) до вигляду $\frac{g_1(v_{\delta})}{g_2(v_{\delta})} \cdot v'_{\delta} = \frac{f_2(t)}{f_1(t)}$,

розділивши обидві частини рівняння (7) на $g_2(v_{\delta})$, помножимо на dt , й отримаємо:

$$-\frac{dv_{\delta}(t)}{A_1 \cdot v_{\delta}^2(t) + A_3 \cdot v_{\delta}(t) - A_2} = \frac{dt}{B}. \quad (9)$$

Проінтегруємо диференціальне рівняння (9)

$$\int -\frac{1}{A_1 \cdot v_{\delta}^2 + A_3 \cdot v_{\delta} - A_2} \cdot dv_{\delta} = \int \frac{1}{B} \cdot dt. \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
& -\sqrt{\frac{1}{4A_1A_2+A_3^2}} \log \left(v_{\bar{o}} + \frac{1}{2A_1} \left(-4A_1A_2\sqrt{\frac{1}{4A_1A_2+A_3^2}} - A_3^2\sqrt{\frac{1}{4A_1A_2+A_3^2}} + A_3 \right) \right) + \\
& + \sqrt{\frac{1}{4A_1A_2+A_3^2}} \log \left(v_{\bar{o}} + \frac{1}{2A_1} \left(4A_1A_2\sqrt{\frac{1}{4A_1A_2+A_3^2}} + A_3^2\sqrt{\frac{1}{4A_1A_2+A_3^2}} + A_3 \right) \right) = C + \frac{t}{D}
\end{aligned} \quad (11)$$

де C – постійна інтегрування.

$$\begin{aligned}
v_{\bar{o}1} = \frac{1}{2A_1} & \left(\frac{A_3}{e^{\frac{C-t}{B}\sqrt{4A_1A_2+A_3^2}} - 1} - \frac{A_3 e^{\frac{C}{B}\sqrt{4A_1A_2+A_3^2}}}{e^{\frac{C}{B}\sqrt{4A_1A_2+A_3^2}} - e^{\frac{t}{B}\sqrt{4A_1A_2+A_3^2}}} - \right. \\
& \left. - \frac{\sqrt{4A_1A_2+A_3^2}}{e^{\frac{C-t}{B}\sqrt{4A_1A_2+A_3^2}} - 1} - \frac{\sqrt{4A_1A_2+A_3^2} e^{\frac{C}{B}\sqrt{4A_1A_2+A_3^2}}}{e^{\frac{C}{B}\sqrt{4A_1A_2+A_3^2}} - e^{\frac{t}{B}\sqrt{4A_1A_2+A_3^2}}} \right). \quad (12)
\end{aligned}$$

Постійну інтегрування C визначаємо з умови, що за $t = 0$, $v_{\bar{o}1} = 0$, $C = 0$. Рівняння для визначення швидкості спливання бульбашки біогазу буде мати вигляд:

$$v_{\bar{o}} = \frac{e^{\frac{t\sqrt{2A_1A_2+A_3^2}}{B}} \left(2A_3 - \sqrt{2A_1A_2+A_3^2} \right) - A_3 - \sqrt{2A_1A_2+A_3^2}}{2A_1 \left(1 - e^{\frac{t\sqrt{2A_1A_2+A_3^2}}{B}} \right)}. \quad (13)$$

Розподіл швидкостей бульбашок біогазу в субстраті нерівномірний. Спливання бульбашок зумовлює зсув (ковзання) шарів суспензії, що обумовлює виникнення дотичних напружень.

Вихід біогазу визначаємо так:

$$V_{\Gamma} = v_{\bar{o}} \cdot S_{mid} \cdot n_{\bar{o}} \cdot t, \quad (14)$$

де $n_{\bar{o}}$ – кількість бульбашок біогазу, що утворюється за секунду, шт./с

Висновки. Можна прийняти, що інтенсивність вільного перемішування пропорційно виходу біогазу – що більше газовиділення, то активнішим буде процес спонтанного перемішування в метантенку.

За спливання у в'язкому субстраті газові бульбашки натрапляють на опір, який створює збурення в субстраті. Тому максимальна швидкість збуреного потоку буде спостерігатися на поверхні газової бульбашки і зменшується з віддаленням її одна від одної.

Із зменшенням об'єму метантенка збільшується ймовірність використання максимальної швидкості спливання бульбашки за умови зменшення висоти шару збродженого субстрату в метантенку.

Бібліографічний список

1. Дмитрів В. Т. Основи теорії машиновикористання у тваринництві / В.Т. Дмитрів. – Львів : Афіша, 2008. – 260 с.
2. Машиновикористання у тваринництві: лабор. практикум / за ред. В. Т. Дмитріва. – Львів : Магнолія плюс, 2004. – 252 с.

3. Огляд відновлюваних джерел енергії в сільському та лісовому господарстві України / Г. Г. Гелетуха, Т. А. Железна, Г. М. Голубовська-Онисімова, А. Є. Коненченков. – К. : Ін-тут екон. досліджень та політ. консультацій, 2006. – 58 с. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.ier.com.ua/files//Konsult_Work_Ukr/AgPP%2006_Ukr.pdf.
4. Шевченко І. А. Шляхи використання органічних відходів тваринництва / І. А. Шевченко, В. М. Павліченко, О. О. Ляшенко // *Механізація, екологізація та конвертація біосировини у тваринництві* : зб. наук. пр. Інституту механізації тваринництва УААН. – 2009. – Вип. 1 (3–4). – Запоріжжя : ІМТ УААН, 2009. – С. 3–16.
5. Ковалев А. А. Перспективы применения анаэробного сбраживания для переработки навоза / А. А. Ковалев, П. И. Гриднев // *Механизация и электрификация сел. хоз-ва.* – 1985. – № 8. – С. 38–39.
6. Ясеневкий В. А. Оборудование для получения биогаза из навоза / В. А. Ясеневкий, В. С. Таргоня // *Механизация и электрификация сельского хозяйства.* – 1990. – № 6. – С. 23–25.
7. Семененко И. В. Проектирование биогазовых установок / И. В. Семененко. – Сумы : ПФ «МакДен», ИПП «Мрия-1»ЛТД, 1996. – 347 с.
8. Сербін В. А. Нетрадиційні та поновлювані джерела енергії в системах ТГП / В. А. Сербін. – Макіївка : ДонДАБА, 2003. – 153 с.
9. Новітні технології біоенергоконверсії : монографія / Я. Б. Блюм, Г. Г. Гелетуха, та ін. – К. : Аграр Медіа Груп, 2010. – 326 с.
10. Дмитрів Г. Структурно-функціональна модель технологічного процесу виробництва біогазу / Г. Дмитрів, В. Дмитрів // *Вісник Львівського національного аграрного університету : агроінженерні дослідження.* – 2013. – № 17. – С. 93–98.
11. Пляцук Л. Д. Математическое моделирование процесса обезвреживания осадков сточных вод в биосульфидогенных условиях / Л. Д. Пляцук, Е. Ю. Черныш // *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут».* – 2013. – № 37. – С. 148–160.
12. Абаев Г. Н. Обобщение данных по кинетике метаногенеза отходов очистных сооружений / Г. Н. Абаев, Р. А. Андреева, Л. П. Шевченко // *Вестник Полоцкого государственного университета.* – 2012. – № 11. – С. 109–116.
13. Michaelis L. Die kinetik der invertinwirkung / L. Michaelis, M. L. Menten // *Biochem. Z.*, 1913. – Т. 49. – С. 34. – [Electronic resource]. – Mode of access : http://path.upmc.edu/divisions/chp/PDF/Michaelis-Menten_Kinetik.pdf.
14. Королев С. А. Исследование стационарных решений и оптимизация параметров математической модели метаногенеза / С. А. Королев, Д. В. Майков, И. Г. Русяк // *Вестник Томского государственного университета.* – 2012. – № 3(19). – С. 15–21.
15. Васильев Ф. А. Технология анаэробной переработки навоза крупного рогатого скота в накопительном режиме : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.20.01 / Ф. А. Васильев. – Улан-Удэ, 2011. – 23 с.
16. Дмитрів В. Т. До питання моделювання зрідженого потоку компонентів комбікорму / В. Т. Дмитрів, Р. В. Городняк // *Вісник Харківського нац. техн. університету с. г. ім. Петра Василенка.* – 2009. – Вип. 79. Технічні системи і технології тваринництва. – Харків : ХНТУСГ, 2009. – С. 224–229.
17. Дмитрів В. До питання теорії руху молоко-повітряної суміші в доїльному апараті / В. Дмитрів // *Вісник Львівського державного аграрного університету : агроінженерні дослідження.* – 2007. – № 11. – С. 124–130.

Дмитрів В., Дмитрів Г. Математична модель продуктивності біогазової установки як альтернативного джерела енергії

Розглянуто процес анаеробного бродіння біомаси в метантенку – як виділення біогазу у вигляді окремих бульбашок, які піднімаються вгору, одночасно взаємодіючи з твердими частинками, спонтанно перемішують зароджуваний субстрат. Приведено сили, що діють на бульбашку, та виведено математичну залежність спливання бульбашки біогазу. Продуктивність виходу біогазу визначається швидкістю спливання бульбашки і їх концентрацією.

Ключові слова: метантенк, метан, швидкість бульбашки, математична модель, молекула анаеробна, біомаса.

Dmytriv V., Dmytriv G. Mathematical model of productivity biogas installation – as an alternative energy source

The process of anaerobic fermentation of biomass in the digester – a selection of biogas in separate bubbles that rise up while interacting with the solid particles, mixed accidentally emerging substrate. Powered forces acting on the bubble and derived mathematical dependence floating bubbles biogas. Performance biogas output is determined by the speed floating bubbles and their concentration.

Key words: digester, methane, speed bubbles, mathematical model, molecule anaerobic, biomass.

Дмитрив В., Дмитрив Г. Математическая модель производительности биогазовой установки как альтернативного источника энергии

Рассмотрен процесс анаэробного брожения биомассы в метантенке – как выделение биогаза в виде отдельных пузырьков, которые поднимаются вверх, одновременно взаимодействуя с твердыми частицами, спонтанно перемешивая зарождающийся субстрат. Приведены силы, действующие на пузырек, выведена математическая зависимость всплытия пузырька биогаза. Производительность выхода биогаза определяется скоростью всплытия пузырька и их концентрацией.

Ключевые слова: метантенк, метан, скорость пузырька, математическая модель, молекула анаэробна, биомасса.

Стаття надійшла 24.04.2017.