

## ПРИНЦИПИ ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК, ПІДСИЛЕНИХ ДОДАТКОВОЮ СТРИЖНЕВОЮ АРМАТУРОЮ ЗА ДІЇ НАВАНТАЖЕННЯ

Р. Титаренко, аспірант, Р. Хміль, к. т. н.  
Національний університет «Львівська політехніка»

<https://doi.org/10.31734/architecture2018.19.094>

**Постановка проблеми.** Сьогодні ймовірнісні методи розрахунку будівельних конструкцій набувають усе більшого поширення в Україні, оскільки дають змогу встановлювати гарантований рівень їх надійності на стадії проектування. Крім того, ймовірнісний підхід до розрахунку дає змогу здійснювати кількісну оцінку надійності конструкцій (на відміну від методу граничних станів, концепція якого покладена в основу нормативних документів більшості країн Європи та США), оперуючи при цьому такими параметрами як ймовірність їх відмови або безвідмовної роботи. У свою чергу зростання обсягів робіт із реконструкції наявних будівель та споруд, що має місце в будівництві на сьогодні, вимагає дослідити вплив стохастичних параметрів на кількісну оцінку надійності способів підсилення конструкцій, що перебувають в експлуатації.

У нашому випадку пропонуємо змодельувати ситуацію, в якій залізобетонну балку (як згинаний елемент, що часто потребує підсилення за реконструкції будівель та споруд зі збірного залізобетону) підсилюватимемо за дії навантаження за допомогою додаткової стрижневої арматури, а також пропонуємо методику кількісної оцінки надійності такого способу підсилення. Враховуючи, що на сьогодні практично немає досліджень, які б зарахували до методики розрахунку надійності рівень навантаження на конструкцію, що практично завжди присутній за підсилення, автори дослідження вважають цю проблему актуальною для її опрацювання в найближчому майбутньому.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Для розрахунку напружено-деформованого стану залізобетонних згинаних елементів, підсиленних додатковою арматурою, у тому числі за дії навантаження, розроблено чимало наукових праць [1-3]. Однак проблема оцінки надійності таких конструкцій недостатньо вивчена на сьогодні як у нашій країні, так і в інших країнах Європи та світу. Серед авторів, у публікаціях яких описано дослідження надійності підсиленних різними методами балок, виокремимо С. Г. Альсаєда [4],

Х. А. Барроса [5], Б. Р. Еллінгвуда [6], П. О. Сунака [7], С. Ф. Пічугіна [8; 9].

**Постановка завдання.** Завдання нашого дослідження – розроблення принципової методики оцінки надійності залізобетонних балок, підсиленних додатковою стрижневою арматурою за дії навантаження, враховуючи вплив на конструкцію стохастичних параметрів, що відображають реальні умови експлуатації конструкції.

**Виклад основного матеріалу.** Для розробки алгоритму оцінки надійності адаптуємо розроблену методику [9], а також використаємо основоположні тези теорії ймовірностей [10]. На основі цього запропонуємо алгоритм розрахунку надійності підсиленних залізобетонних балок.

Більшість випадкових параметрів резерву несучої здатності підсиленних балок описують нормальним законом розподілу, оскільки їх статистична мінливість незначна – стохастичні зміни аргументів  $(x_1, \dots, x_n)$  перебувають у межах 5...25%.

У нашому дослідженні як випадкові, статистично незалежні параметри приймемо: міцність матеріалів (бетон, стрижнева розтягнута та стиснута арматура), геометрію підсиленого перерізу (ширина та приведена корисна висота перерізу), а також рівень діючого навантаження на конструкцію під час підсилення. Для оцінки надійності за основу візьмемо розрахунок за міцністю нормального перерізу підсиленої балки. Прийняті в розрахунок статистичні характеристики (математичні сподівання і стандарти) пропонуємо визначати на основі рекомендацій [11], а також експериментальних досліджень, проведених у Національному університеті «Львівська політехніка» [3]. Отож, випадкове значення граничного згинального моменту  $M_{ult}^{\%}$ , що сприймається балкою, підсиленою додатковою стрижневою арматурою за дії навантаження, з урахуванням розташування арматури у стиснутій зоні (за збереження умови  $x \leq x_R$ ), запишемо як

$$M_{ult}^{\%} = f(\mathcal{S}_c, \mathcal{S}_s, \mathcal{S}_{s,add}, \mathcal{S}_{s,dis}^{dd}, \mathcal{S}_{sc}, \mathcal{B}, d_{red}^{\%}) = \mathcal{S}_c \mathcal{B} (d_{red}^{\%} - 0,5\%) + \mathcal{S}_{sc} A_s (d_{red}^{\%} - a), \quad (1)$$

де  $\mathcal{S}_0$  – випадкове значення опору бетону на стиск для першої групи граничних станів;  $\mathcal{S}_s$ ,  $\mathcal{S}_{s,add}$  – випадкові значення міцності на розтяг основної та додаткової стрижневої арматури відповідно;  $\mathcal{S}_{sc}$  – випадкове значення міцності на стиск верхньої арматури;  $\mathcal{B}_0$ ,  $\mathcal{d}_{red}^0$  – випадкові значення ширини та приведеної корисної висоти перерізу підсиленої балки відповідно (див. рис. 1);  $a'$  – відстань від центру ваги стиснутої арматури до верхньої грані перерізу (див. рис. 1);  $\mathcal{X}_0$  – висота стиснутої зони бетону, яка в нашому випадку дорівнює:

$$\mathcal{X}_0 = \frac{\mathcal{S}_0 A_s + \mathcal{S}_{s,add} A_{s,add} \mathcal{g}_{s,dis}^{add} - \mathcal{S}_{sc} A_s'}{\mathcal{S}_0 \mathcal{B}_0}, \quad (2)$$

де  $A_s$ ,  $A_{s,add}$  – площі перерізу основної та додаткової розтягнутої стрижневої арматури відповідно;  $\mathcal{g}_{s,dis}^{add}$  – випадкове значення коефіцієнта використання перерізу додаткової стрижневої арматури (залежить від рівня навантаження на балку до підсилення).

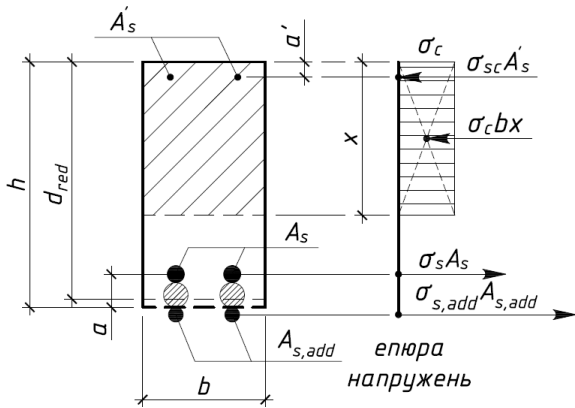


Рис. 1. Схема діючих зусиль і епюра напружень у нормальному перерізі балки, підсиленої додатковою стрижневою арматурою, за  $x \leq x_R$

Підставивши вираз (2) для  $\mathcal{X}_0$  у формулу (1), з подальшим поетапним спрощенням, отримуємо:

$$\begin{aligned} M_{ult}^0 &= (\mathcal{S}_0 A_s + \mathcal{S}_{s,add} A_{s,add} \mathcal{g}_{s,dis}^{add}) \mathcal{d}_{red}^0 - \\ &\quad - \frac{0,5}{\mathcal{S}_0 \mathcal{B}_0} (\mathcal{S}_0^2 A_s^2 + \mathcal{S}_{s,add}^2 A_{s,add}^2 \mathcal{g}_{s,dis}^{add 2}) - \\ &\quad - \frac{\mathcal{S}_0 A_s \mathcal{S}_{s,add} A_{s,add} \mathcal{g}_{s,dis}^{add} - \mathcal{S}_{sc} A_s' (\mathcal{S}_0 A_s + \mathcal{S}_{s,add} A_{s,add} \mathcal{g}_{s,dis}^{add})}{\mathcal{S}_0 \mathcal{B}_0} - \\ &\quad - \mathcal{S}_{sc} A_s' a'. \end{aligned} \quad (3)$$

Математичне сподівання граничного згинального моменту  $\bar{M}_{ult}$  одержимо, підставивши в отриманий спрощений вираз (3) математичні сподівання випадкових аргументів.

Далі визначимо коефіцієнти для знаходження стандарту граничного згинального моменту підсиленої балки у вигляді часткових похідних функції  $\bar{M}_{ult} = f(x_1, \dots, x_n)$  за змінними  $x_1, \dots, x_n$ .

Отже, для математичних сподівань параметрів міцності матеріалів і навантаження  $\bar{S}_c$ ,  $\bar{S}_s$ ,  $\bar{S}_{s,add}$ ,  $\bar{g}_{s,dis}^{add}$ ,  $\bar{S}_{sc}$  коефіцієнти  $D_{S_c}$ ,  $D_{S_s}$ ,  $D_{S_{s,add}}$ ,  $D_{g_{s,dis}^{add}}$ ,  $D_{S_{sc}}$  набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned} \bullet D_{S_c} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{S}_c} = \frac{0,5}{\bar{S}_c^2 \bar{b}} \left[ (\bar{S}_s A_s)^2 + (\bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add})^2 + (\bar{S}_{sc} A_s')^2 \right] + \\ &\quad + \frac{\bar{S}_s A_s \bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add} - \bar{S}_{sc} A_s' (\bar{S}_s A_s + \bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add})}{\bar{S}_c^2 \bar{b}}; \\ \bullet D_{S_s} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{S}_s} = A_s \bar{d}_{red} - \frac{A_s}{\bar{S}_c \bar{b}} (\bar{S}_s A_s + \bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add} - \bar{S}_{sc} A_s'); \\ \bullet D_{S_{s,add}} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{S}_{s,add}} = A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add} \bar{d}_{red} - \frac{A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add}}{\bar{S}_c \bar{b}} \times \\ &\quad \times (\bar{S}_s A_s + \bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add} - \bar{S}_{sc} A_s'); \\ \bullet D_{g_{s,dis}^{add}} &= \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{g}_{s,dis}^{add}} = \bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{d}_{red} - \frac{\bar{S}_{s,add} A_{s,add}}{\bar{S}_c \bar{b}} \times \\ &\quad \times (\bar{S}_s A_s + \bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add} - \bar{S}_{sc} A_s'); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\bullet D_{S_{sc}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{S}_{sc}} = \frac{A_s'}{\bar{S}_c \bar{b}} (\bar{S}_s A_s + \bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add} - \bar{S}_{sc} A_s') - A_s' a'.$$

У свою чергу для математичних сподівань параметрів геометрії перерізу після підсилення  $\bar{b}$ ,  $\bar{d}_{red}$  вирази для знаходження коефіцієнтів  $D_b$ ,  $D_{d_{red}}$  такі:

$$\bullet D_b = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{b}} = \frac{0,5}{\bar{S}_c \bar{b}^2} \left[ (\bar{S}_s A_s)^2 + (\bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add})^2 + (\bar{S}_{sc} A_s')^2 \right] + \frac{\bar{S}_s A_s \bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add} - \bar{S}_{sc} A_s' (\bar{S}_s A_s + \bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add})}{\bar{S}_c \bar{b}^2};$$

$$\bullet D_{d_{red}} = \frac{\partial \bar{M}_{ult}}{\partial \bar{d}_{red}} = \bar{S}_s A_s + \bar{S}_{s,add} A_{s,add} \bar{g}_{s,dis}^{add}.$$

Числові ж значення коефіцієнтів одержимо, підставляючи в отримані вирази (4) та (5) математичні сподівання випадкових аргументів.

Враховуючи, що в більшості випадків реальних умов підсилення класи основної та додаткової арматури приймають тотожними ( $\bar{S}_s = \bar{S}_{s,add}$ ), стандарт граничного згинального моменту  $\hat{M}_{ult}$ , у нашому випадку запишемо так:

$$\hat{M}_{ult} = \sqrt{\left[ \begin{aligned} & [D_{S_c} \hat{S}_c]^2 + [(D_{S_s} + D_{S_{s,add}}) \hat{S}_s]^2 + [D_{g_{s,dis}^{add}} \hat{g}_{s,dis}^{add}]^2 + \\ & + [D_{S_{sc}} \hat{S}_{sc}]^2 + [D_b \hat{b}]^2 + [D_{d_{red}} \hat{d}_{red}]^2 \end{aligned} \right]} \quad (6)$$

де  $\hat{S}_c$ ,  $\hat{S}_s$ ,  $\hat{g}_{s,dis}^{add}$ ,  $\hat{S}_{sc}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{d}_{red}$  – стандарти змінних  $x_1, \dots, x_n$  (за умови, що  $\hat{S}_s = \hat{S}_{s,add}$ ).

Для оцінки надійності конструкції обчислюємо характеристику безпеки (індекс надійності – згідно з [4]), яка в нашому випадку має такий вигляд:

$$b = \frac{\bar{M}_{ult} - M_{ult}}{\hat{M}_{ult}}, \quad (7)$$

де  $M_{ult}$  – розрахункова несуча здатність нормального перерізу підсиленої балки.

Отже, на основі отриманої характеристики безпеки кількісну оцінку надійності конструкції (у вигляді показника ймовірності її відмови) встановлюємо за допомогою функції помилок (більше відомої як функції Лапласа)  $f(b)$  [8]:

$$Q(b) = 0,5 - f(b). \quad (8)$$

У свою чергу ймовірність безвідмовної роботи підсиленої балки (або ж її надійність) визначають згідно з таким виразом:

$$P(b) = 0,5 + f(b). \quad (9)$$

**Висновки.** На основі проаналізованої літератури та сформульованого завдання дослідження розроблено принципову аналітичну методику оцінки надійності залізобетонних балок, підсиленних додатковою стрижневою арматурою за дії навантаження.

Розроблена методика дає змогу включати в розрахунок такі стохастичні параметри:

- міцність бетону, а також розтягнутої та стиснутої арматури (мінливість параметрів міцності);
- рівень навантаження, за якого виконується підсилення додатковою стрижневою арматурою (мінливість параметра навантаження);
- ширину та приведену корисну висоту перерізу після підсилення (мінливість геометричних параметрів).

Титаренко Р., Хміль Р.

## ПРИНЦИПИ ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК, ПІДСИЛЕНИХ ДОДАТКОВОЮ СТРИЖНЕВОЮ АРМАТУРОЮ ЗА ДІЇ НАВАНТАЖЕННЯ

Підкреслено переваги ймовірнісних методів розрахунку будівельних конструкцій, у тому числі можливість встановлення гарантованого рівня надійності конструкції на стадії проектування, а також розрахунку кількісної оцінки її надійності, використовуючи при цьому ймовірнісні показники.

Враховуючи зростання обсягів робіт із реконструкції наявних будівель та споруд, запропоновано теоретичну модель розрахунку надійності залізобетонних балок (як згинаних елементів, що часто потребують підсилення за реконструкції), підсиленних додатковою стрижневою арматурою за дії навантаження.

Проаналізовано технічну літературу за темою теоретичних досліджень (посібники, рекомендації, публікації, дисертації та ін.). На основі цього аналізу викладено проблеми, не достатньо вивчені на сьогодні,

## Бібліографічний список

1. Rafeeqi S. Theoretical Model for Ultimate Moment Capacity of RC Beams Strengthened by Unbonded Reinforcement. *Arabian journal for science and engineering*. 2014. Vol. 37. P. 1849-1870.
2. Minelli F., Plizzari G. A., Cairns J. Flexure and shear behavior class of RC beams strengthened by external reinforcement. *Concrete repair, rehabilitation and retrofitting II: Proceedings of the 2nd international conference*. Cape Town, 2009. P. 377-378.
3. Римар Я. В. Міцність та деформативність залізобетонних балок, підсиленних під навантаженням нарощуванням арматури: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Львів, 2009. 135 с.
4. Alsayed S. H., Siddiqui N. A. Reliability of shear-deficient RC beams strengthened with CFRP-strips. *Construction and Building Materials*. 2013. Vol. 42. P. 238-247.
5. Lima J. L., Barros J. A. Reliability analysis of shear strengthening externally bonded FRP models. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Structures and Buildings*. 2011. Vol. 164. P. 43-56.
6. Wang N. Y., Ellingwood B. R., Zureick A. H. Reliability-Based Evaluation of Flexural Members Strengthened with Externally Bonded Fiber-Reinforced Polymer Composites. *Journal of Structural Engineering-ASCE*. 2010. Vol. 136. P. 1151-1160.
7. Сунак П. О., Шостак А. В., Синій С. В., Сунак О. П. Методика визначення надійності підсиленних шаром сталефібробетону залізобетонних елементів при реконструкції будівель і споруд. *Коммунальное хозяйство городов*. 2010. № 93. С. 498-503.
8. Пичугин С. Ф. Оценка надежности железобетонных балок с углепластиковым внешним армированием. *Строительство, материаловедение, машиностроение. Серия: Инновационные технологии жизненного цикла объектов жилищно-гражданского, промышленного и транспортного назначения*. 2014. Вып. 77. С. 153-157.
9. Пичугин С. Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий: монография. Москва: Изд-во АСВ, 2011. 456 с.
10. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. Москва: Высш. шк., 2001. 575 с.
11. Лычев А. С. Надежность строительных конструкций: учеб. пособие. Москва: Изд-во АСВ, 2008. 184 с.

а також актуальні завдання і задачі, які потребують подальшої розробки, теоретичних й експериментальних досліджень; у тому числі таку проблему як урахування рівня навантаження під час підсилення залізобетонних згинаних елементів за оцінювання надійності підсилення.

На основі адаптації наявної методики розрахунку надійності, а також використавши основоположні тези теорії ймовірностей, розроблено принципову аналітичну методику оцінки надійності залізобетонних балок, підсиленних додатковою стрижневою арматурою за дії навантаження, яка дає змогу включати в розрахунок такі стохастичні параметри: міцність бетону, а також розтягнутої та стиснутої арматури (мінливість параметрів міцності); рівень навантаження, за якого виконується підсилення додатковою стрижневою арматурою (мінливість параметра навантаження); ширину та приведену корисну висоту перерізу після підсилення (мінливість геометричних параметрів).

**Ключові слова:** оцінка надійності, ймовірність відмови, стохастичність, підсилення, рівень навантаження, залізобетонна балка, додаткова арматура, методика.

**Tytarenko R., Khmil R.**

### **PRINCIPLES OF RELIABILITY EVALUATION OF REINFORCED CONCRETE BEAMS, STRENGTHENED WITH ADDITIONAL REINFORCING BARS UNDER LOADING**

The article highlights advantages of probabilistic methods of calculation of building constructions, including the possibility of establishing a guaranteed level of reliability of construction at the design stage, as well as calculating the quantitative assessment of its reliability, using the probabilistic indicators.

Taking into account a growth of reconstruction's works of existing buildings and structures, the theoretical model of calculation of reliability of reinforced concrete (RC) beams (like the bending members, that often require strengthening during reconstruction), strengthened with additional reinforcing bars under loading is proposed.

The technical literature on the topic of theoretical research (manuals, recommendations, publications, dissertations, etc.) is also analyzed. On the basis of this analysis, the questions, which are sufficiently studied as of today, as well as actual objectives and problems, that require further development, theoretical and experimental investigations are highlighted; including the such problem as taking into account the level of loading on strengthening RC bending members when we evaluate their reliability.

On the basis of the adaptation of the existing methodology of reliability design and also using the fundamental thesis of probability theory, the principle analytical method for assessing of reliability of RC beams, strengthened with additional reinforcing bars under load is developed. It allows include in the reliability design the following stochastic parameters: the strength of concrete, as well as stretched and compressed reinforcement (variability of strength parameters); the level of loading at which is performed strengthening additional reinforcing bars (variability of load parameter); width and resulted working height of the cross section after strengthening (variability of geometric parameters).

**Key words:** reliability evaluation, probability of failure, stochasticity, strengthening, load level, reinforced concrete beam, additional reinforcement, methodology.

*Стаття надійшла 02.04.2018.*