

*М.М. Семерак, д-р техн. наук, професор, Д.В. Харишин  
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)*

## **ВПЛИВ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТАЛУ І БЕТОНУ НА ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ТРУБОБЕТОННИХ КОЛОН ЗА УМОВ НАГРІВУ**

Запропонована математична модель визначення та дослідження напружено-деформованого стану труобетонної конструкції з центральним армуванням при її нагріві. Запропонований метод визначення температурних напружень і переміщень в трьохшарових циліндричних колонах. Одержані аналітичні вирази для знаходження радіальних, кільцевих та осьових температурних напружень при нагріві колони на деяку постійну величину температури. Проведено розрахунки температурних напружень. Результати представлені графічно. Встановлено вплив фізико-механічних характеристик металу і бетону на величину напружень. Показано вплив коефіцієнта Пуассона і температурного коефіцієнта лінійного розширення металу і бетону на напружено-деформований стан трубо бетонної конструкції.

**Ключові слова:** труобетонні колони, температура, фізико-механічні характеристики, термонапружений стан.

*М.М. Semerak, D.V. Kharyshyn*

## **INFLUENCE OF PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES OF METAL AND CONCRETE ON THERMAL STRESS OF STEEL TUBE CONFINED CONCRETE PILLARS DURING HEATING**

The mathematical model for determination and research of stress-strain state inside STCC construction with central reinforcement during heating has been proposed. The method for thermal stresses and displacements determining in the three-layered cylindrical columns has been developed. Analytical expressions for finding the radial, axial and hoop temperature stresses during heating the pillar at a constant temperature value have been obtained. The calculations of thermal stresses have been conducted. The results have been presented graphically. The influence of physical and mechanical properties of metal and concrete on stress values has been investigated. The influence of Poisson's ratio and temperature coefficient of linear expansion of metal and concrete on the stress-strain state inside STCC construction has been explored.

**Key words:** STCC pillar, temperature, physical and mechanical characteristics, thermo-stressed state.

**Актуальність теми.** Труобетон є кусково-однорідним конструктивним елементом, який складається з двох компонентів – зовнішнього (металевої оболонки) та внутрішнього (бетонного ядра). Найбільшого поширення отримали оболонки зі сталевих труб кільцевого поперечного перерізу [1,2,3]. В якості ядра застосовують важкі бетони. Суттєвий вплив на міцність такого комплексного елемента мають фізико-механічні характеристики матеріалів (модуль пружності і коефіцієнт Пуассона), а при зміні температури конструкції ще й температурний коефіцієнт лінійного розширення та величина зміни температури [4,5,6].

Послання сталеві оболонки і бетонного ядра в одному конструктивному елементі приводить до значного перевищення спільної несучої здатності над сумісною роботою компонентів при навантаженні. Сумісну роботу забезпечують зусилля, що виникають на межі компонентів – зусилля контакту. В залежності від способу передачі навантаження роль окремих компонентів контактного зусилля суттєво змінюються.

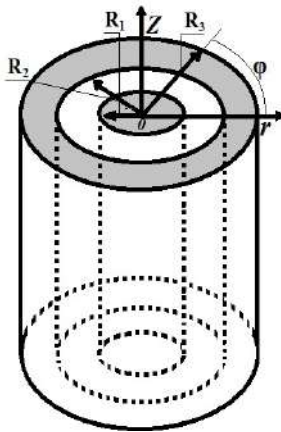
На сьогодні накопичено значний досвід із дослідження та впровадження трубобетонних конструкцій. Існує багато наукових публікацій у цій галузі, але відсутні роботи з питань поведінки трубобетонних конструкцій при їх нагріві.

**Мета роботи.** Розробити аналітичну методику визначення термонапруженого стану трубобетонної колони з врахуванням впливу фізико-механічних параметрів металу і бетону, геометричних розмірів конструкції та величини зміни температури.

**Постановка задачі.** В роботі розглядається трубобетонна колона, яка складається з металевої труби радіусом  $R_3$  заповненої бетоном і арматури радіусом  $R_1$  розміщеної вздовж центральної вісі  $z$  (рис. 1).

При розрахунку граничного стану колони напруження від силового і температурного навантаження додаються. В роботі запропонована методика аналітичного дослідження температурних напружень в трубобетоні зумовлених його нагрівом. Аналітичні дослідження проведемо в циліндричній системі координат  $(r, \varphi, z)$ . Початок координат розмістимо в центрі колони. Вісь  $z$  суміщена з вісю симетрії колони.

Для дослідження впливу зміни температури на міцність колони, до узагальненого закону Гука додамо деформації зумовлені температурою [7,8].



$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu \sigma_z - \nu \sigma_\varphi) + \alpha_t \Delta t, \\ \varepsilon_\varphi &= \frac{1}{E}(\sigma_\varphi - \nu \sigma_z - \nu \sigma_r) + \alpha_t \Delta t, \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu \sigma_r - \nu \sigma_\varphi) + \alpha_t \Delta t. \end{aligned} \quad (1)$$

**Рисунок 1** – Схематичне зображення

де  $\varepsilon_r, \varepsilon_\varphi, \varepsilon_z$  – відносні переміщення точок поперечного перерізу колони вздовж осей,  $r, \varphi, z$ ;  $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z$  – радіальні, кільцеві і осьові температурні напруження відповідно, Па;  $E$  – модуль пружності, Па;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\alpha_t$  – температурний коефіцієнт лінійного розширення (ТКЛР),  $\frac{1}{K}$ ;  $\Delta t = t - t_0$ ;  $t_0$  – початкова температура колони,  $^{\circ}C$ ;  $t$  – температура нагріву колони,  $^{\circ}C$ .

Розв'язуючи ці рівняння відносно напружень одержимо

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ (1-\nu)\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\varphi + \nu\varepsilon_z - (1+\nu)\alpha t \right], \\ \sigma_\varphi &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ (1-\nu)\varepsilon_\varphi + \nu\varepsilon_r + \nu\varepsilon_z - (1+\nu)\alpha t \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Оскільки колона навантажена вагою верхніх поверхів то при її нагріванні відносне видовження вздовж вісі  $z$  прийемо рівним нулю.

Виражаючи в формулах (2) деформації через переміщення  $u$  вздовж радіуса  $r$

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}, \quad (3)$$

і підставляючи їх в рівняння рівноваги

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\varphi = 0, \quad (4)$$

одержимо диференціальне рівняння для знаходження переміщень  $u$  вздовж радіуса  $r$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{dt}{dr}. \quad (5)$$

Для зручності інтегрування запишемо рівняння (5) у вигляді

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d(ur)}{dr} \right] = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{dt}{dr}, \quad (6)$$

Інтегруючи це рівняння двічі по  $r$ , знаходимо загальний розв'язок

$$u = A_r + \frac{B}{r} + \frac{1}{r} \frac{1+\nu}{1-\nu} \int_a^r \alpha_t t r dr. \quad (7)$$

де  $A$  і  $B$  – сталі інтегрування, які знаходяться з граничних умов.

Якщо трубобетонна колона нагріта на деяку постійну величину  $\Delta t = t - t_0$  то вираз (7) спроститься

$$u_i = A_i + \frac{B_i}{r}. \quad (8)$$

Підставивши вираз (3) і (8) в рівняння (2) одержимо

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ A - \frac{B}{r^2} (1+2\nu) - (1+\nu) \alpha_t \Delta t \right], \\ \sigma_\varphi &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ A + \frac{B}{r^2} (1-2\nu) - (1+\nu) \alpha_t \Delta t \right], \\ \sigma_z &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [2\nu A - (1+\nu) \alpha_t \Delta t]. \end{aligned} \quad (9)$$

Система рівнянь (9) справедлива для кожного шару трубобетону. Позначимо індексом 1 всі фізико-механічні характеристики центральної арматури, числами 2 і 3 позначимо характеристики бетону і труби відповідно.

$$\begin{aligned} \sigma_{r(i)} &= \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left[ A_i - \frac{B_i}{r^2} (1+2\nu_i) - (1+\nu_i) \alpha_{t(i)} \Delta t \right], \\ \sigma_{\varphi(i)} &= \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left[ A_i + \frac{B_i}{r^2} (1-2\nu_i) - (1+\nu_i) \alpha_{t(i)} \Delta t \right], \\ \sigma_{z(i)} &= \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} [2\nu_i A_i - (1+\nu_i) \alpha_{t(i)} \Delta t], \end{aligned} \quad (10)$$

де  $i=1, 2, 3$ .

При розрахунках трубобетонної колони, як кусково-однорідної конструкції, необхідно дотримуватись умов, що радіус  $r$  змінюється в інтервалі:

1. В центральній арматурі, тобто в області 1

$$0 \leq r \leq R_1.$$

2. В області 2 заповненій бетоном

$$R_1 \leq r \leq R_2.$$

3. По товщині зовнішньої труби

$$R_2 \leq r \leq R_3 .$$

Для знаходження сталих інтегрування  $A_i$  і  $B_i$  ( $i=1,2,3$ ) запишемо граничні умови

$$1) u_1 \neq \infty \text{ при } r = 0, \quad 2) \sigma_r^{(3)} = 0 \text{ при } r = R_3, \quad (11)$$

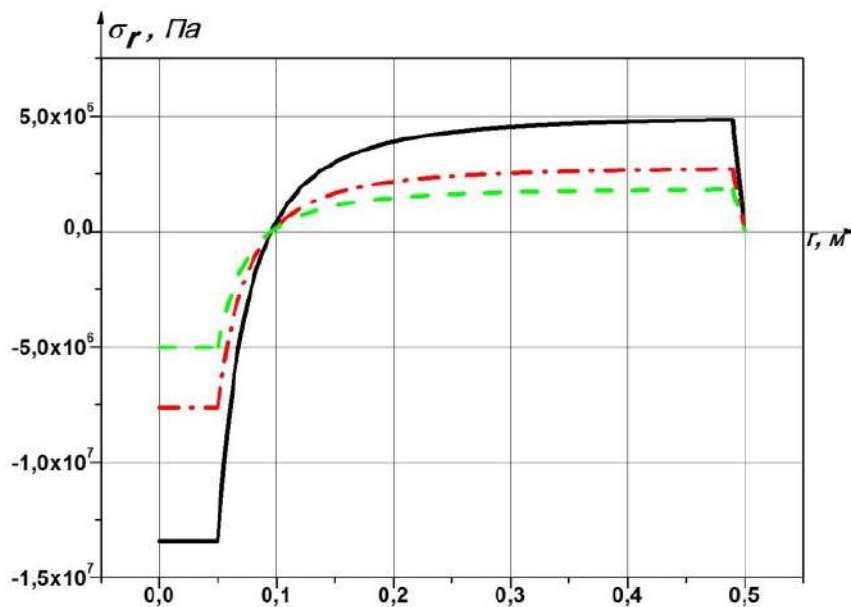
$$3) u_1 = u_2 \text{ при } r = R_1, \quad 4) \sigma_r^{(1)} = \sigma_r^{(2)} \text{ при } r = R_1, \quad (12)$$

$$5) u_2 = u_3 \text{ при } r = R_2, \quad 6) \sigma_r^{(2)} = \sigma_r^{(3)} \text{ при } r = R_2. \quad (13)$$

Враховуючи вирази (8) і (10) та умови (11)-(13) одержано систему із шести рівнянь для знаходження шести невідомих  $A_i$  і  $B_i$  ( $i=1, 2, 3$ ). Розв'язок системи одержаний методом Крамера за допомогою програми MathCAD. При дослідженнях прийнято такі характеристики  $R_1 = 0,05$ , м;  $R_2 = 0,49$ , м;  $R_3 = 0,5$ , м;  $\nu_1 = 0,3$ ;  $\nu_2 = 0,17$ ;  $\nu_3 = 0,3$ ,  $E_1 = 2,1 \cdot 10^{11}$ , Па;  $E_2 = 2,1 \cdot 10^{10}$ , Па;  $E_3 = 2,1 \cdot 10^{11}$ , Па;  $\alpha_i^{(1)} = \alpha_i^{(3)} = 14 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$ ;  $\alpha_i^{(2)} = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$ .

Знайдені числові значення  $A_i$  і  $B_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) підставлялись в рівняння (10) і знаходились значення температурних напружень.

Результати досліджень зображені графічно на рисунках 2-6.

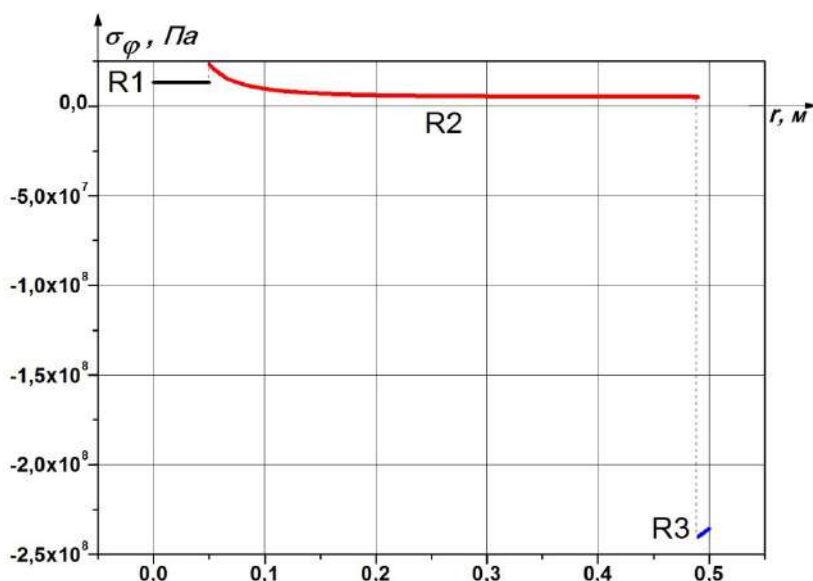


**Рисунок 2** – Зміна величини радіальних температурних напружень вздовж радіуса з метою впливу теплофізичних характеристик

На рисунку 2 показана зміна радіальних температурних напружень вздовж радіуса поперечного перерізу колони. Суцільною лінією показано зміну напружень при вказаних вище характеристиках сталі і бетону. Штриховою лінією показано зміну напружень при рівних значеннях  $\alpha_i^i$  ( $\alpha_i^{(1)} = \alpha_i^{(2)} = \alpha_i^{(3)} = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$ ). Штрихпунктирною лінією показана зміна напружень при рівності коефіцієнтів Пуассона ( $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = 0,2$ ).

Аналіз графіків показує, що в центральному стержні в усіх випадках виникають стискаючі напруження, які є постійними вздовж радіуса. В бетоні на поверхні контакту з центральним металевим стержнем напруження однакові з напруженнями в металі. Із збільшенням біжучого радіуса напруження з області стиску переходять в область розтягу і найбільші значення досягають на границі контакту із зовнішньою трубою. По товщині зовнішньої труби виникають розтягуючі напруження. На внутрішній поверхні вони рівні з напруженнями в бетоні. При наближенні до зовнішньої поверхні вони зменшуються і на поверхні  $r=R_3$  дорівнюють.

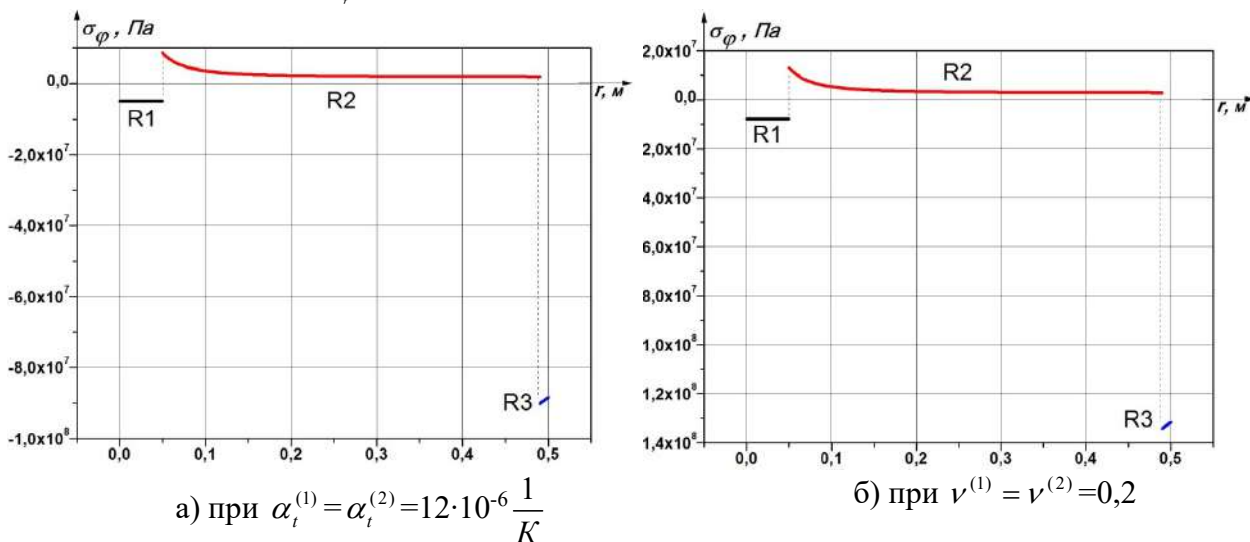
У випадку коли коефіцієнти лінійного розширення  $\alpha_i^i$  ( $i=1,2,3$ ) рівні між собою (штрихова лінія) то максимальні стискаючі напруження в області 1 зменшуються на 43%, а розтягуючі напруження в областях 2 і 3 також зменшуються на 62%. При рівних  $\nu_i$  ( $i=1,2,3$ ) (штрих пунктирна лінія) напруження зменшуються на 43% в області 1,2,3.



**Рисунок 3** – Зміна величини кільцевих температурних напружень вздовж радіуса  $r$  при різних значеннях характеристик сталі і бетону

На рисунку 3 показана зміна величини кільцевих температурних напружень вздовж радіуса  $r$  при різних значеннях характеристик сталі і бетону.

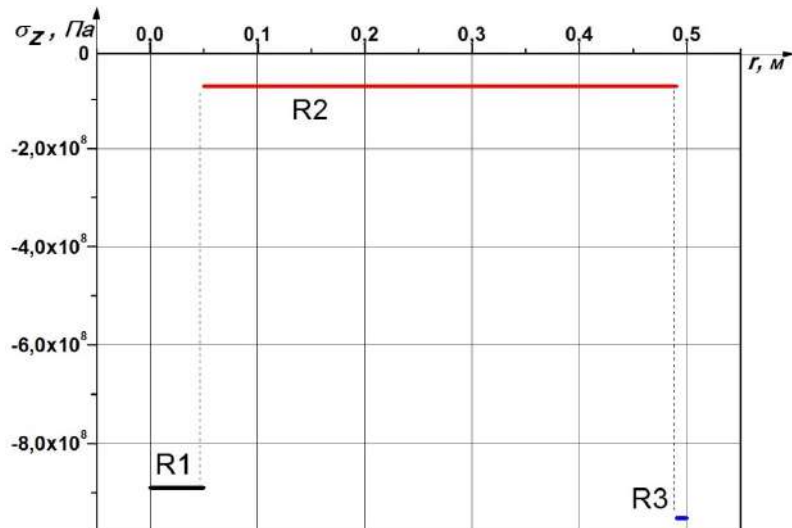
Аналіз рисунка показує, що в області 1 і 2 виникають напруження розтягу, а в області 3 виникають напруження стиску, причому максимальні напруження стиску виникають на зовнішній поверхні труби ( $\sigma_\varphi = 240$  МПа).



**Рисунок 4** – Зміна величини кільцевих температурних напружень вздовж радіуса  $r$

На рисунку 4а показана зміна величини кільцевих температурних напружень вздовж радіуса  $r$ . При рівних  $\alpha_i^i = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$  ( $i=1,2,3$ ) максимальні стискаючі напруження зменшуються на 62% порівняно з напруженнями, зображеними на рисунку 3.

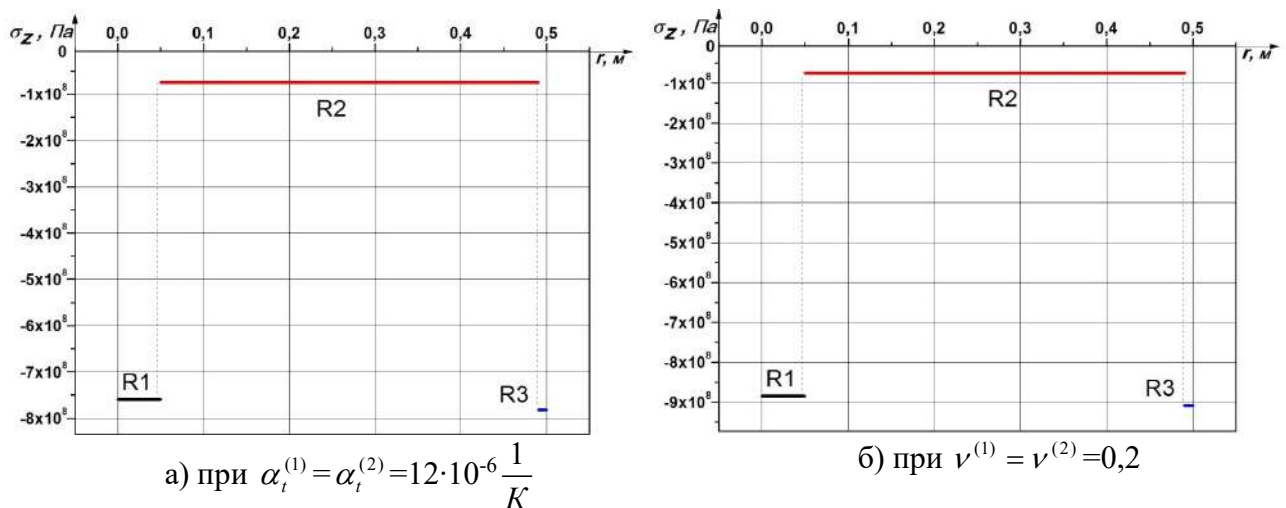
На рисунку 4б показана зміна величини кільцевих температурних напружень вздовж радіуса  $r$ . При однакових  $\nu^{(i)} = 0,2$  ( $i=1,2,3$ ) максимальні напруження зменшуються на 44% порівняно з напруженнями, зображеними на рисунку 3.



**Рисунок 5** – Зміна величини осьових температурних напружень вздовж радіуса при різних значеннях характеристик сталі і бетону

На рисунку 5 показана зміна величини осьових температурних напружень вздовж радіуса при різних значеннях характеристик сталі і бетону.

Аналіз залежностей показує, що напруження  $\sigma_z$  є стискаючими. Максимального значення вони досягають в зовнішній оболонці і дорівнюють  $\sigma_z = -9,53 \cdot 10^8$  Па.



**Рисунок 6** – Зміна величини осьових температурних напружень вздовж радіуса  $r$

Аналіз рисунка 6 показує, що при однакових  $\alpha_i^i=12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$  ( $i=1,2,3$ ) максимальні температурні напруження зменшуються на 18% (рис. 6а), а при однакових  $\nu^{(i)}=0,2$  ( $i=1,2,3$ ) зменшаться на 4,6% (рис. 6б) порівняно з напруженнями, зображеними на рисунку 5

#### **Висновки**

1. Розроблено методику визначення та дослідження температурних напружень в трубобетоні залежно від його геометричних розмірів, фізико-механічних характеристик сталі і бетону та величини температури.

2. Показано, що на температурні напруження в трубобетоні впливає різниця ТКЛР, модулів пружності та коефіцієнтів Пуассона бетону і сталі.

3. При однакових ТКЛР радіальні розтягувальні напруження в бетоні і металеві труби на поверхні їх з'єднання зменшуються на 62%, а стискаючі напруження на поверхні з'єднання металевого осердя і бетону – на 43%. При рівних коефіцієнтах Пуассона напруження зменшуються в сталі і бетоні на 43%.

4. Кільцеві температурні напруження при однакових ТКЛР зменшуються на 62%, а при рівних коефіцієнтах Пуассона зменшуються на 44%.

5. Осьові температурні напруження є стискаючими. При однакових ТКЛР вони зменшуються на 18%, а при однакових коефіцієнтах Пуассона бетону та сталі – зменшуються на 4,6%

#### **Список літератури:**

1. Трубобетон: монографія / Л. І. Стороженко, Д. А. Єрмоленко, О. І. Лапенко. – Полтава: АСМІ, 2010. – 306 с.
2. Стороженко Л. І. Сталезалізобетонні конструкції. Дослідження, проектування, будівництво, експлуатація / Л. І. Стороженко, В. М. Сурдін, В. І. Єфіменко, В. І. Вербицький. – Кривий Ріг: КТУ, 2007. – 448 с.
3. Семерак М. М. «Напружено-деформований стан трубобетонних елементів за умов нагрівання» / М. М. Семерак, Д. В. Харишин / збірник наук. праць «Пожежна безпека» № 29, ЛДУБЖД, 2016 р. – с. 136-141.
4. Семерак М. М. Вплив фізико-механічних параметрів на термоміцність кусково-однорідних конструкції / М. М. Семерак, А. М. Домінік / збірник наук. праць «Пожежна безпека» № 15, ЛДУБЖД, УкрНДПБ, 2009 р. – с. 12-15.
5. Семерак М. М. Вогнестійкість бетонних конструкцій циліндричної форми / М. М. Семерак, А. М. Домінік, В. М. Байтала, В. В. Чернецький // Зб. наук. праць. – 2012. – №21.
6. Несучі конструкції зі сталевих труб, заповнених центрифугованим бетоном: дисертація доктора технічних наук: 05.23.01/ Єфіменко В. І. – Дніпропетровськ – 2009. – 414 с.
7. EN 1994-1-2:2009 Eurocode 2: Design of composite steel and concrete structures Part 1-2: General rules – Structural fire design, Brussels, 2009.
8. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.

#### **References:**

1. Trubobeton: monohrafiya / L. I. Storozhenko, D. A. Yermolenko, O. I. Lapenko. – Poltava: ASMI, 2010. – 306 s.
2. Storozhenko L. I. Stalezalizobetonni konstruktsiyi. Doslidzhennya, proektuvannya, budivnytstvo, ekspluatatsiya / L. I. Storozhenko, V. M. Surdin, V. I. Yefimenko, V. I. Verbyts'kyu. – Kryvyi Rih: KTU, 2007. – 448 s.
3. Semerak M. M. Napruzhennoye-deformovaniye stan trubobetonnyimi yelementiv za umov nagrivannya / M. M. Semerak, D. V. Kharyshyn / zbirnik nauk. Prats' «Pozhezhna bezpeka» № 29, LDUBZHD, 2016 r. – s. 136-141.

4. Semerak M. M. Vplyv fizyko-mekhanichnykh parametriv na termomitsnist' kuskovo-odnorodnykh konstruktsi / M. M. Semerak, A. M. Dominik / zbirnyk nauk. prats' «Pozhezhna bezpeka» № 15, LDUBZHD, UkrNDIPB, 2009 r. – s. 12-15.
5. Semerak M. M. Vohnestiykist' betonnykh konstruktsiy tsylindrychnoyi formy / M. M. Semerak, A. M. Dominik, V. M. Baytala, V. V. Chernets'kyi // Zb. nauk. prats'. – 2012. – №21.
6. Nesuchi konstruktsiyi zi stalevykh trub, zapovnenykh tsentryfuhovanyim betonom: dysertatsiya doktora tekhnichnykh nauk: 05.23.01/ Yefimenko V. I. – Dnipropetrovs'k – 2009. – 414 s.
7. EN 1994-1-2:2009 Eurocode 2: Design of composite steel and concrete structures Part 1-2: General rules – Structural fire design, Brussels, 2009.
8. Tymoshenko S. P., Hud'er Dzh. Teoryya upruhosty. – M.: Nauka, 1975. – 576 s.

