

**БАГАТОФАКТОРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
ВІДКАЧУВАННЯ ПОВІТРЯ
В СИСТЕМІ “ДОЇЛЬНИЙ СТАКАН – ПУЛЬСАТОР”**

І. Дмитрів, асистент

Львівський національний аграрний університет

Постановка проблеми. Під час проектування доїльних апаратів, аналізу їх роботи, виникає необхідність у динамічних характеристиках відкачування повітря з камер змінного вакуумметричного тиску. Доїльний апарат як технічна система складається з функціональних елементів, які дозволяють структурно описати його [1]. Для функціонального узгодження елементів необхідно знати динамічні характеристики роботи доїльного апарата, зокрема часові параметри режимів роботи.

Тому експериментальні дослідження дадуть змогу оптимізувати конструктивні й технологічні параметри пульсатора доїльного апарата.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Досліджувались динамічні характеристики пневмосистем надлишкового тиску [2; 3].

Проте на сьогодні, поряд з іншими, достатньо ефективним методом для визначення взаємовпливу окремих параметрів вважається метод теорії планування експерименту [4; 5].

Постановка завдання. Наше завдання – розробити методіку моделювання конструктивно-технологічних параметрів відкачування повітря в системі “доїльний стакан – пульсатор” методом проведення багатофакторного планованого експерименту.

Виклад основного матеріалу. Для розв’язання задачі обґрунтування конструктивних і технологічних параметрів системи “доїльний стакан – пульсатор” можна використати будь-який метод лінійного, нелінійного або й динамічного програмування. Достатньо ефективним методом для визначення взаємовпливу окремих параметрів є метод планування експерименту, що забезпечує універсальність, можливість, за наявності невеликого обсягу вхідної інформації, здійснити дослідження й отримати достовірні результати, немає жорсткої регламентації щодо його застосування. Залежно від поставленої мети дослідник вибирає тип експерименту, який буде покладений в основу методу планування, вид функції відгуку, способи оцінки отриманої інформації тощо [6; 7].

Вибір факторів, які потрібно враховувати, – це найвідповідальніший чинник багатофакторного планованого експерименту (БПЕ). Впливові фактори можуть бути вибрані за допомогою спеціальних відсіювальних експериментів або на основі однофакторного експерименту. За результатами таких експериментів формуються рівні варіювання факторів. Ця процедура належить до неформалізованого розділу БПЕ. Побудова матриці планування експерименту, математичної моделі, аналіз отриманих результатів мають формалізований характер, але залишається

можливість для прийняття обґрунтованих рішень [8].

Планування експерименту дозволяє варіювати ряд факторів і одержати одночасно кількісну оцінку всіх впливових факторів. На відміну від класичного регресійного аналізу, є можливість уникнути кореляції між коефіцієнтами рівняння регресії. Використовуючи статистичний підхід, математична модель процесу є в загальному вигляді поліномом n -го степеня, тобто відрізком ряду Тейлора, в який розкладається невідома функція (1):

$$y(x_1, \dots, x_k) = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i \cdot x_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{\substack{i,j,u=1 \\ i \neq j \neq u}}^k b_{iju} \cdot x_i \cdot x_j \cdot x_u + \sum_{i=1}^k b_{ii} \cdot x_i^2 + \dots, \quad (1)$$

де b_0 – вільний член; b_i – лінійні ефекти; b_{ij} – ефекти парної взаємодії; b_{ii} – квадратичні ефекти; b_{iju} – ефекти потрійної взаємодії.

Доцільно використовувати поліном другого порядку, оскільки він легко піддається систематизації і дослідженню на екстремум, а для лінійної моделі дає змогу отримати точніші результати оцінювання взаємодії факторів на критерій відгуку [7]. Для цього використовують ядро ПФЕ (табл. 1) і принципи побудови ортогональних центральних композиційних планів (ОЦКП) (табл. 2). Число дослідів N повинно бути не менше числа визначаючих коефіцієнтів у рівнянні регресії другого порядку для k факторів.

Для дослідження системи “доїльний стакан – пульсатор” основними факторами, які впливають на тривалість відкачування, згідно з результатами теоретичних досліджень [9], є значення вакуумметричного тиску x_1 , діаметр дроселювального отвору x_2 , через який відкачується повітря в пульсаторі, об’єм камер змінного вакуумметричного тиску x_3 .

Межі значень факторів вибирали на основі реальних режимів роботи доїльної системи. Для кожного фактору вибрано два рівні – нижній і верхній, у межах якого фактор буде змінювати своє значення під час експерименту. Після цього було визначено основний, нульовий рівень, навколо якого симетрично розміщувалися експериментальні точки. Потім вибрали інтервал варіювання факторів.

Зміна об’єму камери змінного вакуумметричного тиску у планованому експерименті є обмеженим фактором, оскільки типорозмірний ряд доїльних стаканів вітчизняного виробництва обмежений, для отримання розширеної матриці планування ввели фіктивну змінну $x_3=1$ (планований експеримент при сталому об’ємі камер змінного вакуумметричного тиску).

Таблиця 1

Матриця планування експерименту для лінійної регресійної залежності

№ досліджу	Керовані фактори		Відгук $y(t)$, с
	$x_1(P)$	$x_2(d)$	
1	1	1	0,0458
2	-1	1	0,0486

3	1	0	0,0686
4	-1	0	0,1044
5	0	1	0,0528
6	0	0	0,09
7	1	-1	0,21
8	0	-1	0,2506
9	-1	-1	0,303

Для того щоб матриця планування мала властивість ортогональності, вводимо стовпчик в табл. 2 з коректованими значеннями рівня x' , які розраховуємо за формулою [10]:

$$(x'_i)^2 = x_i^2 - \frac{\sum x_i^2}{N} \quad (2)$$

Матрицю розрахунків коефіцієнтів рівняння подано в табл. 2, в якій стовпчики 2-7 складають ортогональну матрицю планування, стовпчик 8 – значення відгуку експерименту; перші чотири досліді – це матриця повного факторного експерименту 2².

Відповідно до даних табл. 2 розраховуємо коефіцієнти рівняння регресії. Значення коефіцієнтів регресії характеризують внесок кожного фактора в значення функції відгуку і розраховуються за формулами [10]:

$$b_1 = \frac{\sum(x_1 \cdot y)}{6}, \quad b_2 = \frac{\sum(x_2 \cdot y)}{6}, \quad b_{11} = \frac{\sum((x'_1)^2 \cdot y)}{2}, \quad b_{22} = \frac{\sum((x'_2)^2 \cdot y)}{2},$$

$$b_{12} = \frac{\sum(x_1 \cdot x_2 \cdot y)}{4}, \quad b_0 = \frac{\sum(x_3 \cdot y)}{9} - 0,67 \cdot b_{11} - 0,67 \cdot b_{22}. \quad (3)$$

Результати розрахунку коефіцієнтів рівняння регресії наведено в табл. 3.

Таблиця 2

Розширена матриця ортогонального планування розрахунку коефіцієнтів двофакторної моделі другого порядку

№ досліді	x3	x1	x2	x1·x2	$(x'_1)^2$	$(x'_2)^2$	y, c (t, c)
1	2	3	4	5	6	7	8
1	+1	1	1	1	0,33	0,33	0,04578
2	+1	-1	1	-1	0,33	0,33	0,0486
3	+1	1	-1	-1	0,33	0,33	0,21
4	+1	-1	-1	1	0,33	0,33	0,303
5	+1	1	0	0	0,33	-0,67	0,0686
6	+1	-1	0	0	0,33	-0,67	0,1044
7	+1	0	1	0	-0,67	0,33	0,0528
8	+1	0	-1	0	-0,67	0,33	0,2506
9	+1	0	0	0	-0,67	-0,67	0,09

Σ	9	6	6	4	2	2	
----------	---	---	---	---	---	---	--

Для використання в рівнянні (1) натуральних значень факторів, проводимо перетворення лінійних членів рівняння з кодованих значень у натуральні, які визначили за формулою [11]:

$$b_i x_i = \frac{b_i}{\varepsilon_i} X_i - \frac{b_i}{\varepsilon_i} X_{0i}, \quad (4)$$

де X_i – натуральне значення фактору; X_{0i} – натуральне значення фактору на нульовому рівні; ε – інтервал варіювання.

Перетворення лінійних членів рівняння, які взаємодіють, проводили за формулою [11]:

$$b_{ij} x_i x_j = \frac{b_{ij}}{\varepsilon_i \varepsilon_j} (X_i X_j - X_i X_{0j} - X_j X_{0i} + X_{0i} X_{0j}). \quad (5)$$

Для перетворення квадратних членів використовували формулу [11]:

$$b_{ii} x_i^2 = \frac{b_{ii}}{\varepsilon_i^2} (X_i^2 - 2X_i X_{0i} + X_{0i} X_{0i}^2). \quad (6)$$

Результати розрахунку натуральних коефіцієнтів рівняння регресії подано у табл. 3.

Таблиця 3

Результати розрахунку коефіцієнтів рівняння регресійної моделі другого порядку

Коефіцієнти рівняння регресії	Кодовані коефіцієнти	Дійсні коефіцієнти
b_0	0,0908	1,5824
b_1	-0,0219	-0,005925
b_2	-0,1027	-0,7245
b_{12}	0,0226	0,00565
b_{11}	-0,003	-0,0001875
b_{22}	0,0622	0,0622

Рівняння регресії, яке моделює тривалість відкачування повітря з камер змінного вакуумметричного тиску системи “доїльний стакан–пульсатор”, в натуральних факторах набуде вигляду

$$t = 1,5824 - 0,005925 P_i - 0,7245 d_{nep} - 0,00565 P_i d_{nep} - 0,0001875 P_i^2 + 0,0622 d_{nep}^2, \text{ с}, \quad (7)$$

де P_i – значення вакуумметричного тиску, до якого необхідно відкачати повітря камер змінного вакуумметричного тиску системи “доїльний стакан–пульсатор”, кПа; d_{nep} – діаметр перепускного каналу, по якому відкачують повітря, мм.

Відтворюваність дослідів оцінюємо критерієм Кохрена (G -критерій) за умови, що $G_p \leq G_T$, де G_T – табличне значення критерію Кохрена, визначається для степенів вільності $f_1=C-1$, $f_2=N$ і рівня значущості q (у технічних розрахунках приймають 5%-ний рівень значущості $q = 0,05$); G_p – розрахункове значення критерію Кохрена; C – число повторюваності дослідів; N – кількість дослідів.

Розрахункове значення критерію Кохрена згідно з [11–14] буде становити $G_p = 0,472$, що менше табличного значення критерію Кохрена, яке становить $G_T = 0,5584$ [11], отже, дослід відтворюється.

Проводимо оцінку значущості коефіцієнтів регресії. Для цього визначаємо середню дисперсію S^2 [11; 15]:

$$S^2 = \frac{0,0039611}{9} = 0,0004401$$

і дисперсію визначення коефіцієнтів регресії S_A^2 [10; 14]:

$$S_A^2 = \frac{0,0004401}{9 \cdot 5} = 9,78 \cdot 10^{-6}$$

Для порівняння кожного коефіцієнта регресії з виразом S_{At} необхідно визначити t -критерій Стьюдента для вибраного значення значущості (0,95) та степеня вільності $f = N(C-1)$: $f = 9 \cdot (5-1) = 36$.

Табличне значення критерію становить $t = 2,020$ [11].

Якщо $|b_i| > S_{At}$ – коефіцієнт значущий і член з даним коефіцієнтом залишається у рівнянні регресії, в іншому випадку опускається [11; 15].

Вираз $S_{At} = 1,976 \cdot 10^{-5}$. Провівши порівняння кожного коефіцієнта (див. табл. 3), можна зробити висновок, що всі коефіцієнти значущі.

Придатність рівняння регресії для опису реальної залежності критерію оптимізації від факторів визначається відомим методом [11-15]. Для цього визначаємо критерій Фішера (F -критерій).

Розрахункове значення F -критерію становить $F_{роз} = 0,0863$ при дисперсії адекватності $S_{ад}^2 = 3,8 \cdot 10^{-5}$.

Для степеня вільності головної дисперсії $f_1 = 3$ та дисперсії адекватності $f_2 = 36$ табличне значення F -критерію становить 2,9 [11].

Оцінимо адекватність моделі, порівнявши розрахункове і табличне значення F -критерію: $0,0863 \leq 2,29$.

Оскільки виконується умова $F_p \leq F_T$, – модель адекватна.

Висновки. Застосування методу планування експерименту при моделюванні відкачування повітря з камер змінного вакуумметричного тиску системи “доїльний стакан – пульсатор” є доцільним для отримання достовірної інформації про часові характеристики процесу роботи пульсатора залежно від конструктивних і технологічних параметрів системи. Результати дослідження і виведене рівняння регресії показали, що одержана математична модель є адекватною і повністю відтворюється.

Бібліографічний список

1. Дмитрів В. Модель витрати повітря елементами доїльного апарата / В. Дмитрів // Вісник Львівського державного аграрного університету : агроінженерні дослідження. – 2006. – № 10. – С. 483-488.
2. Дмитриев В. Н. Основы пневмоавтоматики / В. Н. Дмитриев, В. Г. Граденкин. – М. : Машиностроение, 1973.

3. Ибрагимов И. А. Элементы и системы пневмоавтоматики / И. А. Ибрагимов, Н. Г. Фарзоне, Л. В. Илясов. – 2-е изд., перераб. и дополн. – М. : Высш. шк., 1985.
4. Веников В. А. Теория подобия и моделирования / В.А. Веников. – М. : Высш. шк., 1984.
5. Гусейнов Ф. Г. Планирование эксперимента в задачах электроэнергетики / Ф. Г. Гусейнов, О.С. Мамедяров. – М. : Энергоатомиздат, 1988.
6. Федоров В. В. Теория оптимального эксперимента / В. В. Федоров. – М. : Наука, 1971.
7. Финни Д. Введение в теорию оптимального эксперимента / Д. Финни. – М. : Наука, 1970.
8. Адлер Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – М. : Наука, 1976.
9. Дмитрив И. В. Моделирование времени истечения воздуха из ограниченного пространства / И. В. Дмитрив, В. Т. Дмитрив // Motrol. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture. – Lublin ; Rzeszow, 2013. – Vol. 15, № 4. – P. 193-197.
10. Планирование эксперимента и применение вычислительной техники в процессе синтеза резин / под ред. В. Ф. Евстратова, Л. Г. Шварца. – М. : Химия, 1970. – С. 112-140.
11. Мельников С. В. Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов / С. В. Мельников, В. Р. Алешкин, П. М. Рошин. – Л. : Колос, 1980.
12. Красовский Г. И. Планирование эксперимента / Г. И. Красовский, Г. Ф. Филаретов. – Мн. : Мзд-во БГУ, 1982.
13. Шенк Х. Теория инженерного эксперимента / Х. Шенк ; – пер. с англ. Е. Г. Коваленко. – М. : Мир, 1972.
14. Грановский В. А. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях / В. А. Грановский, Т. Н. Сирая. – Л. : Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990.
15. Веденяпин Г. В. Общая методика экспериментальных исследований и обработка опытных данных / Г. В. Веденяпин. – 3-е изд. – М. : Колос, 1973.

Дмитрів І. Багатофакторне моделювання відкачування повітря в системі “доїльний стакан – пульсатор”

Наведена матриця планованого багатофакторного експерименту. Для набуття властивості ортогональності введено коректовані значення рівнів факторів та рівняння для їх розрахунку. Подано рівняння розрахунку коефіцієнтів рівняння регресії для умовних і дійсних значень факторів. Наведено рівняння регресії та його оцінка за критеріями значущості коефіцієнтів.

Ключові слова: планований експеримент, регресійна модель, пульсатор, критерій Фішера, доїльний апарат.

Dmytriv I. Multivariable design of pumping out of air is in system “milking glass – pul'sator”

Resulted matrix of the planned multivariable experiment. For gaining characteristic ortogonal the corrected values of levels of factors and equalization are entered for their calculation. Equalization of calculation of coefficients of rivnchyannya

regression is resulted for the conditional and actual values of factors. Equalization of regression and his estimation after the criteria of meaningfulness of coefficients is given.

Key words: planned experiment, regressive model, pul'sator, criterion of Fishera, milking vehicle.

Дмитрий И. Многофакторное моделирование откачивания воздуха в системе “доильный стакан – пульсатор”

Приведена матрица планированного многофакторного эксперимента. Для приобретения свойств ортогональности введены скорректированные величины уровней факторов и уравнения для их расчета. Приведены уравнения расчета коэффициентов уравнений регрессии для условных и реальных значений факторов. Приведены уравнение регрессии и его оценка по критериям значимости коэффициентов.

Ключевые слова: планируемый эксперимент, регрессионная модель, пульсатор, критерий Фишера, доильный аппарат.