Economic Cooperation and Development / H. Gassmann // The OECD Observer.. – December 1995/ January 1996. - No 197. – P. 38-42.
13. Прогнозный анализ многоотраслевого комплекса в условиях неопределенности. –Таллин, 1980. – 182 с.

O. Alyokhin

VIABILITY OF INDUSTRIAL ENTERPRISES: FORMALIZATION AND EVALUATION

On the basis of a formal model of the economic company viability refined the content of the concept of sustainability, particularly the viability of the enterprise as a measurement object, a concept of measuring its level on the basis of methods of decision making under uncertainty, the basic problem to be solved to create a general theory of viability.

Key words: enterprise, vitality, mathematical modeling, evaluation.

О. Б. Альохін

ЖИТТЄЗДАТНІСТЬ ПРОМИСЛОВИХ ПІДПРИЄМСТВ: ФОРМАЛІЗАЦІЯ І ОЦІНКА

На основі формальної моделі життєздатності підприємства уточнені економічний зміст поняття життєздатності, особливості життєздатності підприємства як об'єкту вимірювання, запропонована концепція виміру її рівня на основі методів прийняття рішень в умовах невизначеності, визначені основні завдання, що підлягають вирішенню для створення загальної теорії життєздатності підприємств.

Ключові слова: промислове підприємство, життєздатність, математичне моделювання, оцінка.

УДК 330.46

Диленко В.А.

МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА ПРИ ГАРАНТИРОВАННЫХ УРОВНЯХ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО НАКОПЛЕНИЯ И НЕПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПОТРЕБЛЕНИЯ

Рассматривается математическая модель динамики национального дохода с учетом влияния научно-технического прогресса и гарантированными уровнями производственного накопления и непроизводственного потребления. Даная модель анализируется методами теории оптимального управления.

Ключевые слова: *национальный доход, производственное накопление, непроизводственное потребление, научно-технический прогресс, гарантированные уровни, оптимальная динамика*

Инновационный этап развития современной экономики определяет актуальность задач математического моделирования процессов экономического роста с учетом научно-технического прогресса.

В классических моделях данного типа, например [2, с. 92 – 98; 3; 5, с. 789 - 792 и др], технологический прогресс традиционно отражается в соответствующих производственных функция в форме автономного НТП. При исследовании математических моделей оптимального экономического роста, в том числе и тех, которые учитывают воздействие научно-технического прогресса, главным образом рассматриваются проблемы построения и анализа стационарных (сбалансированных) и оптимальных траекторий эволюции элементов моделируемых экономических систем. Воздействие собственно технологического прогресса в данных моделях, его интенсивности (темпа НТП) на особенности оптимального развития соответствующих экономических процессов не анализируется.

В [1] построена математическая модель оптимальной динамики национального дохода, его распределения на производственное накопление и непроизводственное потребление, которая, в отличие от моделей указанного выше типа, обладает определенными особенностями:

- технологический прогресс в данной модели представлен с позиции характерной для современной экономики тенденции снижения ее капиталоемкости [4].

- экономико-математический анализ модели имеет целью в первую очередь выявление закономерностей воздействия НТП на оптимальные траектории развития рассматриваемой экономической системы.

Проведенный анализ модели [1] показал, что при любых условиях ее оптимальные траектории содержат интервалы времени, для которых полностью отсутствует либо производственное накопление, либо непроизводственное потребление. Такая картина по очевидным причинам плохо согласуется с реальными социально-экономическими процессами.

Поэтому целью настоящей работы является модификация и анализ модели оптимальной динамики национального дохода [1] с учетом требований обязательного обеспечения некоторого гарантированного уровня производственного накопления и непроизводственного потребления.

Будем полагать, что непроизводственное потребление в течение всего анализируемого периода T не должно быть ниже некоторого минимально допустимого значения c_0, которое, естественно, не должно превосходить начальной величины национального дохода y_0. Аналогично на производственное накопление должна направляться величина, не меньшая фиксированной доли γ ($0 < \gamma < 1$) национального дохода (за вычетом c_0). С учетом указанных условий математическая модель оптимальной динамики национального дохода, представленная в [1], примет следующий вид

$$\int_0^T (y(t) - u(t))dt \to \max, \tag{1}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{B_0} e^{kt} u(t), \tag{2}$$

$$\gamma(y(t) - c_0) \le u(t) \le y(t) - c_0, \tag{3}$$

где $y(t)$, $u(t)$ и $c(t)$ - соответственно величины национального дохода, производственного накопления (инвестиции) и непроизводственного потребления в момент времени t; B_0 - капиталоемкость национального дохода в начальный момент времени, т.е. $B(0) = B_0$; k – параметр, определяющий темп снижения указанной капиталоемкости. Данный параметр можно интерпретировать и как показатель интенсивности (темпа) реализации НТП.

Оптимизационная модель (1) – (3) представляет собой постановку задачи оптимального управления (максимизации за анализируемый период T суммарной величины непроизводственного потребления), в которой фазовой координатой является объем национального дохода $y(t)$, а управляющим параметром - величина производственного накопления $u(t)$.

Для данной задачи функция Гамильтона имеет вид

$$H(y,u,p,t) = y(t) + [(T-t)\frac{1}{B_0}e^{kt} - 1]u(t) \quad (4)$$

Согласно принципу максимума, если $u^*(t)$ оптимальная траектория управляющих параметров, то

$$u^*(t) = \begin{cases} y(t) - c_0,\ если\ (T-t)e^{kt} > B_0 \\ \gamma(y(t) - c_0),\ если\ (T-t)e^{kt} < B_0 \end{cases}. \quad (5)$$

Соответственно переключательная функция для $u^*(t)$ имеет вид

$$\varphi(t) = (T-t)e^{kt},\ 0 \le t \le T. \quad (6)$$

Графическое представление функции $\varphi(t)$ (рис. 1 и 2) позволяет выделить возможные варианты решений рассматриваемой задачи оптимального управления [1]. Рассмотрим основные из них.

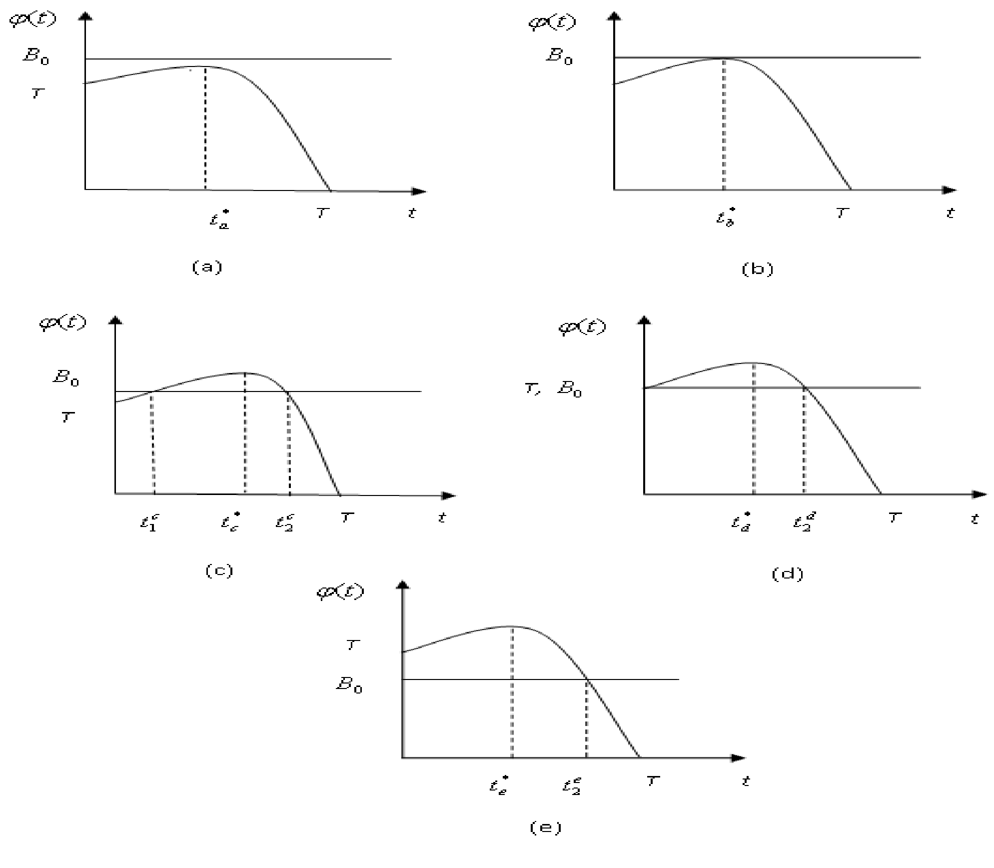

Рис. 1. Соотношения значений функции $\varphi(t)$ и B_0 при $k > 1/T$

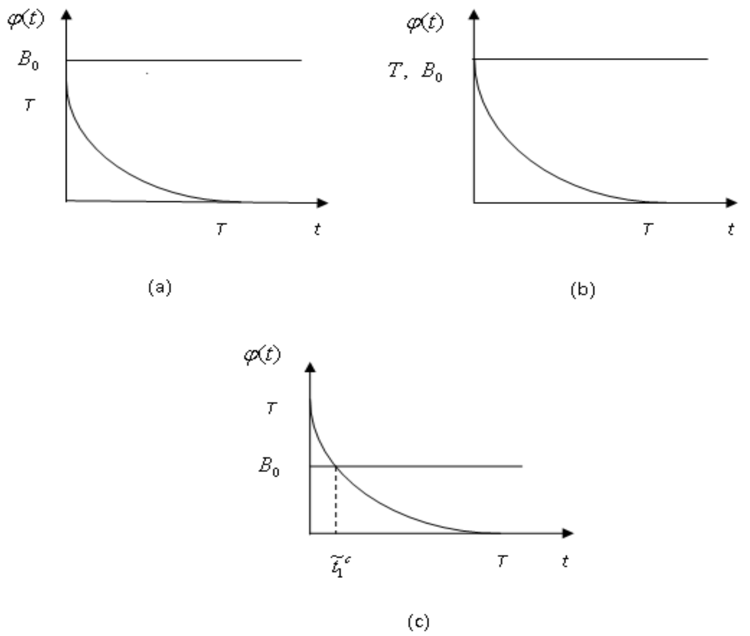

Рис. 2. Соотношения значений функции $\varphi(t)$ и B_0 при $k \leq 1/T$

Если для значений параметров k, B_0 и T выполняются условия

$$k > \frac{1}{T}, \;\; B_0 > \varphi^*(t^*) = \frac{1}{k} e^{kT-1} \;, \tag{7}$$

где $\varphi^*(t^*)$ - максимальное значение функции переключения при $k > 1/T$, то согласно (5)

$$u^*(t) \;=\; \gamma(y(t) - c_0), \;\; 0 \leq t \leq T \;. \tag{8}$$

Решая далее дифференциальное уравнение (2) в соответствующей форме получаем оптимальную динамику величины национального дохода

$$y^*(t) = (y_0 - c_0) e^{\frac{\gamma}{B_o k}(e^{kt} - 1)} + c_0, \;\; 0 < t < T \tag{9}$$

и соответственно оптимальные эволюции величин производственного накопления

$$u^*(t) \;=\; \gamma(y_0 - c_0) e^{\frac{\gamma}{kB_0}(e^{kt} - 1)}, \;\; 0 \leq t \leq T \tag{10}$$

и непроизводственного потребления

$$c^*(t) \;=\; (1-\gamma)(y_0 - c_0) e^{\frac{\gamma}{kB_0}(e^{kt} - 1)} + c_0, \;\; 0 \leq t \leq T \tag{11}$$

Графики траекторий $u^*(t)$, $c^*(t)$ для данного случая представлены на рис. 3. При этом

$$u^*(0) \;=\; \gamma(y_0 - c_0) \;, \tag{12}$$

$$u^*(T) \;=\; \gamma(y_0 - c_0) e^{\frac{\gamma}{kB_0}(e^{kT} - 1)} \;, \tag{13}$$

$$c^*(0) \;=\; (1-\gamma) y_0 + \gamma c_0 \;, \tag{14}$$

$$c^*(T) \;=\; (1-\gamma)(y_0 - c_0) e^{\frac{\gamma}{kB_0}(e^{kT} - 1)} + c_0 \;. \tag{15}$$

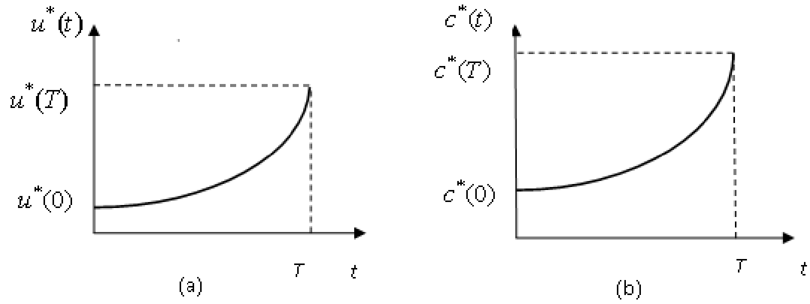

Рис. 3. Траектории $u^*(t)$ и $c^*(t)$ при условиях (7)

При выполнении соотношений

$$k > \frac{1}{T}, \quad B_0 < \frac{1}{k} e^{kT-1}, \; B_0 > T \tag{16}$$

траектория $u^*(t)$ определяется следующим образом

$$u^*(t) = \begin{cases} \gamma(y(t) - c_0), \; 0 \le t < t_1^c \\ y(t) - c_0, \;\; t_1^c < t < t_2^c \\ \gamma(y(t) - c_0), \; t_2^c < t \le T \end{cases} . \tag{17}$$

Тогда для случаев, определенных соотношением (17), в соответствии с (2) получаем выражение, описывающее динамику национального дохода $y^*(t)$ для всего анализируемого периода.

$$y^*(t) = \begin{cases} (y_0 - c_0) e^{\frac{\gamma}{B_o k}(e^{kt} - 1)} + c_0, \; 0 \le t < t_1^c \\ C_1 e^{\frac{1}{B_o k} e^{kt}} + c_0, \;\; t_1^c < t < t_2^c \\ C_2 e^{\frac{\gamma}{B_o k} e^{kt}} + c_0, \;\; t_2^c < t \le T \end{cases} \tag{18}$$

где

$$C_1 = \frac{(y_0 - c_0) e^{\frac{\gamma}{kB_0}(e^{kt_1^c} - 1)} - c_0}{e^{\frac{1}{kB_0} e^{kt_1^c}}}, \tag{19}$$

$$C_2 = \frac{C_1 e^{\frac{1}{kB_0}(e^{kt_2^c} - 1)} - c_0}{e^{\frac{\gamma}{kB_0} e^{kt_2^c}}}. \tag{20}$$

Подставляя $y^*(t)$ из (18) в (17) получаем следующее выражение для вычисления траектории величины производственного накопления $u^*(t)$ в более детальном виде.

$$u^*(t) = \begin{cases} \gamma(y_0 - c_0)e^{\frac{\gamma}{B_o k}(e^{kt}-1)}, \ 0 \le t < t_1^c \\ C_1 e^{\frac{1}{B_o k}e^{kt}}, \ \ t_1^c < t < t_2^c \\ \gamma C_2 e^{\frac{\gamma}{B_o k}e^{kt}}, \ \ t_2^c < t \le T \end{cases} . \tag{21}$$

Используя (18) и (21) определяем траекторию непроизводственного потребления

$$c^*(t) = \begin{cases} (1-\gamma)(y_0 - c_0)e^{\frac{\gamma}{B_o k}(e^{kt}-1)} + c_0, \ 0 \le t < t_1^c \\ c_0, \ \ t_1^c < t < t_2^c \\ (1-\gamma)C_2 e^{\frac{\gamma}{B_o k}e^{kt}} + c_0, \ \ t_2^c < t \le T \end{cases} . \tag{22}$$

Особенности поведения траекторий $u^*(t)$ и $c^*(t)$ для рассматриваемого случая приведены на графиках рис. 4. При этом $u^*(0), c^*(0)$ определяются соответственно соотношениями (12) и (14).

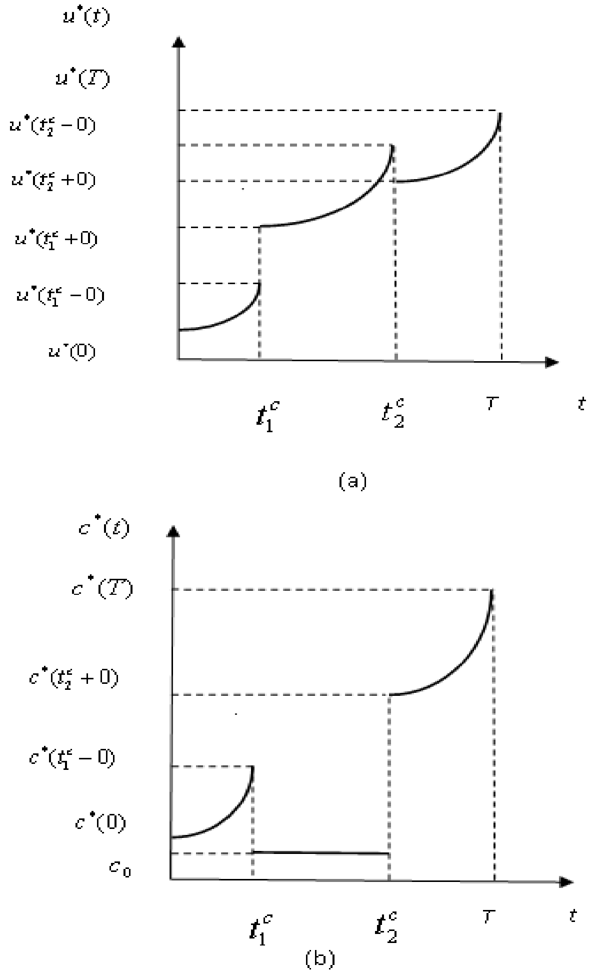

Рис. 4. Траектории $u^*(t)$ и $c^*(t)$ при условиях (16)

Для графика 4 (a) траектории $u^*(t)$

$$u^*(t_1^c - 0) = \gamma(y_0 - c_0)e^{\frac{\gamma}{kB_0}(e^{kt_1^c} - 1)}, \tag{23}$$

$$u^*(t_1^c + 0) = (y_0 - c_0)e^{\frac{\gamma}{kB_0}(e^{kt_1^c} - 1)}, \tag{24}$$

$$u^*(t_2^c - 0) = C_1 e^{\frac{1}{kB_0}e^{kt_2^c}}, \tag{25}$$

$$u^*(t_2^c + 0) = \gamma C_1 e^{\frac{1}{kB_0}e^{kt_2^c}}, \tag{26}$$

$$u^*(T) = \gamma C_2 e^{\frac{\gamma}{kB_0}e^{kT}}. \tag{27}$$

Очевидно, что $u^*(t_1^c - 0) < u^*(t_1^c + 0)$ и $u^*(t_2^c - 0) > u^*(t_2^c + 0)$. Соотношение величин $u^*(t_2^c - 0)$ и $u^*(T)$ зависит от конкретного сочетания значений параметров γ, k, B_0, c_0, y_0 и T.

Значения непроизводственного потребления в характерных точках графика рис. 4 (b) определяются следующим образом

$$c^*(t_1^c - 0) = (1-\gamma)(y_0 - c_0)e^{\frac{\gamma}{kB_0}(e^{kt_1^c} - 1)} + c_0, \tag{28}$$

$$c^*(t_2^c + 0) = (1-\gamma)C_1 e^{\frac{\gamma}{kB_0}e^{kt_2^c}} + c_0, \tag{29}$$

$$c^*(T) = (1-\gamma)C_2 e^{\frac{\gamma}{kB_0}e^{kT}} + c_0. \tag{30}$$

Заметим, что, т.к. $c_0 < y_0$, то, согласно соотношению (14) при любых значениях γ, c_0, y_0 $c_0 < c^*(0)$.

Если для значений параметров γ, B_0, T рассматриваемой математической модели справедливо условие (31),

$$k > \frac{1}{T}, \quad B_0 < \frac{1}{k}e^{kT-1}, \; B_0 = T. \tag{31}$$

то в соответствии с (5)

$$u^*(t) = \begin{cases} y(t) - c_0, \; 0 < t < t_2^d \\ \gamma(y(t) - c_0), \; t_2^d < t \le T \end{cases} \tag{32}$$

и решением уравнения (2) для данного случая получаем следующую траекторию величины национального дохода $y^*(t)$

$$y^*(t) = \begin{cases} (y_0 - c_0)e^{\frac{1}{B_o k}(e^{kt} - 1)} + c_0, \; 0 < t < t_2^d \\ C_3 e^{\frac{\gamma}{B_o k}e^{kt}} + c_0, \; t_2^d < t \le T \end{cases} \tag{33}$$

где

$$C_3 = \frac{(y_0 - c_0)e^{\frac{1}{kB_0}(e^{kt_2^d} - 1)} - c_0}{e^{\frac{\gamma}{kB_0}e^{kt_2^d}}}. \tag{34}$$

Тогда, согласно (33) выражения для определения величины производственного накопления $u^*(t)$ и непроизводственного потребления $c^*(t)$ приобретают вид

$$u^*(t) = \begin{cases} (y_0 - c_0)e^{\frac{1}{B_o k}(e^{kt} - 1)}, \ 0 < t < t_2^d \\ \gamma C_3 e^{\frac{\gamma}{B_o k}e^{kt}}, \ t_2^d < t \le T \end{cases}, \tag{35}$$

$$c^*(t) = \begin{cases} c_0, \ 0 < t < t_2^d \\ (1 - \gamma)C_3 e^{\frac{\gamma}{B_o k}e^{kt}} + c_0, \ t_2^d < t \le T \end{cases}. \tag{36}$$

Графики $u^*(t)$ и $c^*(t)$ представлены на рис. 5.

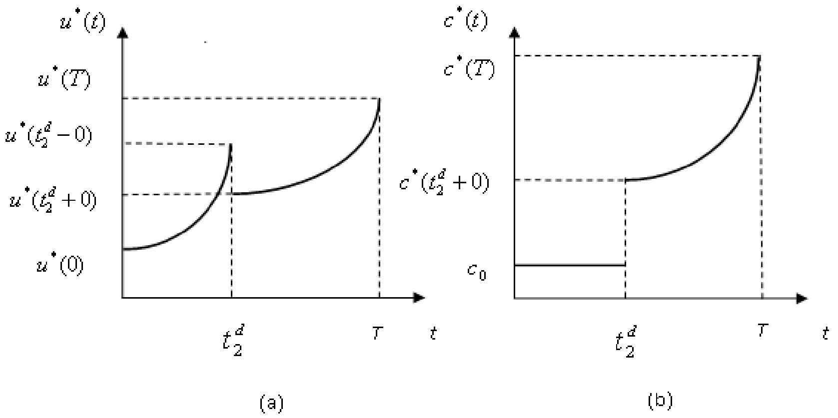

Рис. 5. Оптимальные траектории $u^*(t)$ и $c^*(t)$ при условиях (31)

Значения $u^*(t)$ и $c^*(t)$ при $t=0,\ t=t_2^d-0,\ t=t_2^d+0,\ T$ на графиках рис. 5 определяются следующим образом

$$u^*(0) = (y_0 - c_0), \tag{37}$$

$$u^*(t_2^d - 0) = (y_0 - c_0)e^{\frac{1}{kB_0}e^{(kt_2^d - 1)}}, \tag{38}$$

$$u^*(t_2^d + 0) = \gamma[(y_0 - c_0)e^{\frac{1}{kB_0}e^{(kt_2^d - 1)}}, \tag{39}$$

$$u^*(T) = \gamma C_3 e^{\frac{\gamma}{kB_0}e^{kT}}, \tag{40}$$

$$c^*(t_2^d + 0) = (1-\gamma)(y_0 - c_0)e^{\frac{1}{kB_0}(e^{kt_2^d} - 1)} + c_0, \tag{41}$$

$$c^*(T) = (1 - \gamma)C_3 e^{\frac{\gamma}{kB_0}e^{kT}} + c_0. \tag{42}$$

Рассмотрим некоторые соотношения для формул (37) – (42). Из (38) и (39) видно, что при любых параметрах модели $u^*(t_2^d+0)<u^*(t_2^d-0)$. Согласно содержательным экономическим представлениям $c_0 << y_0$, поэтому $u^*(0)>c_0$. Учитывая экономический смысл параметра γ, полагается что $\gamma << 1$. Тогда в соответствии с (39) и (41) $u^*(t_2^d+0)<c^*(t_2^d+0)$ и согласно (40), (42) $u^*(T)<c^*(T)$. Соотношение $c^*(t_2^d+0)$ и $u^*(t_2^d-0)$ зависит от сочетания конкретных значений параметров модели.

Выше были рассмотрены решения задачи оптимального управления динамикой национального дохода (1) - (3) для параметров $k,\ B_0,\ T$, удовлетворяющих условиям (7), (16), (31). Для других возможных сочетаний значений данных параметров соответствующие решения анализируемой задачи оптимального управления качественно имеют тот же вид и отличаются только некоторыми деталями, которые могут быть легко учтены в уже рассмотренных случаях.

Таким образом, в работе выделены и получены качественно различные варианты решений задачи оптимального управления динамикой национального дохода, его распределения с учетом влияния автономного технологического прогресса и гарантированными уровнями производственного накопления и непроизводственного потребления. Данная модель и результаты ее анализа являются определенным развитием известных моделей экономического роста. Возможные направления дальнейшего исследования рассматриваемой модели могут быть связаны с отражением в ней других видов НТП и учетом фактора обесценивания благ (суммарного непроизводственного потребления) во времени.

Список использованной литературы

1. Диленко В.А. Особенности оптимального управления в одной модели экономического роста с технологическим прогрессом /В.А. Диленко // Бизнес Информ. – 2011. - № 8. – С. 107 – 113.
2. Лагоша Б.А. Оптимальное управление в экономике /Б.А. Лагоша – М.: Финансы и статистика, 2003. – 192 с.
3. Трофимов Г. О режимах долговременного экономического роста /Г. Трофимов // Вопросы экономики. – 2000. - №11. – С. 27 – 45.
4. Федулова Л. Перспективы инновационно-технологического развития промышленности Украины /Л. Федулова // Экономика Украины. – 2008. - № 7. – С. 24 – 36.
5. Экономико-математическое моделирование. – М.: Экзамен, 2006. – 798 с.

V. Dilenko

THE MODEL OF OPTIMAL ECONOMIC GROWTH WITH GUARANTEED LEVELS OF PRODUCTION ACCUMULATION AND NON-PRODUCTIVE CONSUMPTION

The article analyzes the problem of optimal control of the national income advance, taking into account the impact of scientific and technological progress and guaranteed levels of non-productive consumption and capital accumulation. Solutions to this problem for a specific combination of values of the basic economic parameters are obtained.

В. О. Діленко

МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ЕКОНОМІЧНОГО ЗРОСТАННЯ ЗА ГАРАНТОВАНИХ РІВНЯХ ВИРОБНИЧОГО НАКОПИЧЕННЯ ТА НЕВИРОБНИЧОГО СПОЖИВАННЯ

Розглядається математична модель динаміки національного доходу з урахуванням впливу науково-технічного прогресу і гарантованими рівнями виробничого накопичення та невиробничого споживання. Дана модель аналізується методами теорії оптимального управління.