

О.В. Жумік, Ю.А. Стадник

ОЦІНКА ЙМОВІРНОСТІ БАНКРУТСТВА УКРАЇНСЬКИХ СТРАХОВИХ КОМПАНІЙ

В статті розглядається модель банкрутства страхової компанії на основі знаходження ймовірності банкрутства в класичній моделі ризику. Оцінюється ймовірність банкрутства українських страховиків, яка розраховується виходячи з порівняння апроксимацій отриманих за допомогою різних математико-статистичних підходів. Також в роботі виконується визначення мінімально необхідного розміру страхового капіталу при певному рівні ризику, що вважається безпечним з точки зору страхової компанії.

Ключові слова: страхова компанія, страховий тариф, актуарні розрахунки, ймовірність банкрутства, класична модель ризику.

Постановка проблеми. Найважливішим завданням вітчизняного страхового бізнесу є визначення оптимальної величини страхового тарифу, яка, з одного боку, повинна забезпечувати страховій компанії не тільки захист від збитків, а й хороший прибуток, з іншого – конкурувати з тарифами інших страхових компаній.

Українські страховики переважно не визначають страхові тарифи самостійно, а використовують тарифи страхового ринку інших країн, ситуація на якому може значно відрізнятись від ситуації на вітчизняному ринку. Намаганням українських страховиків зробити власну оцінку страхових тарифів перешкоджають відсутність статистичних даних, які б реально описували стан українського страхового ринку, та нестабільність законодавчої бази в галузі страхування, що спричиняє ринкові коливання.

Наслідком такої ситуації є некоректне формування страхових тарифів, а, відповідно, неефективна страхова діяльність, що призводить до значних фінансових збитків і, навіть до банкрутства страхових компаній.

Виконати фахову оцінку стану страхового ринку, перспектив діяльності страхової компанії та ймовірності її банкрутства й встановити раціональні страхові тарифи допомагає актуарна математика, що включає систему математичних і статистичних методів прийняття рішень у страховій діяльності. Методологія актуарних розрахунків ґрунтується на застосуванні теорії ймовірностей, демографічної статистики та довгострокових фінансових обчислень інвестиційного доходу страховика.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Виконані в Україні в останнє десятиліття дослідження у сфері застосування актуарних розрахунків у діяльності вітчизняних страхових компаній мають фрагментарний характер. Основний внесок у розвиток цього напрямку досліджень здійснили В.Д. Базилевич, В.В. Волошин, О.В.Козьменко, С.М.Лаптев, А.Я. Оленко, С.С. Осадець, О.Ф. Філонюк. Однак головною рисою сучасного стану актуарної науки в нашій державі можна вважати величезний розрив, що існує між теорією й практикою. Незначна кількість таких робіт, де теоретичні розробки були б доведені до практичної реалізації; навіть демонстрації застосування актуарних розрахунків у діяльності українських страховиків одиничні, не говорячи про систематичне використання.

Тому в даній роботі зосередимось саме на практичній реалізації методів актуарної математики на основі статистичних даних про діяльність українських страхових компаній.

Мета і завдання статті. Метою даної статті є виконати практичну реалізацію моделі банкрутства страхової компанії на основі статистичних даних українського страхового ринку та оцінити ймовірності банкрутства українських страховиків.

В статті виконуються завдання застосування кількох математико-статистичних методів для апроксимації ймовірності банкрутства страхових компаній і порівняння отриманих результатів; розрахунку оцінки ймовірності банкрутства вітчизняних страховиків; визначення мінімально розміру страхового капіталу компаній необхідного для збезпечення їх фінансової стабільності та запобігання банкрутству.

Виклад основного матеріалу. Елементарною складовою ризику страхової компанії є індивідуальний позов. Залежно від ситуації іноді під індивідуальним позовом розуміють будь-який конкретний позов, а іноді - декілька позовів, породжених однією страховою угодою.

У межах теорії індивідуального ризику цікавляться лише розміром індивідуального позову X , виміряного в певних грошових одиницях.

Індивідуальні позови становлять інтерес не самі по собі, а передусім з позиції їх наслідків для фінансового стану компанії. Якщо у деякий момент часу t надходить позов величиною X та капітал компанії в цей момент u_t більший або дорівнює X , то компанія успішно виконає свої зобов'язання. Якщо ж $X > u_t$, то компанія не зможе сплатити позов; у такому випадку йдеться про банкрутство компанії (хоча на практиці компанія може позичити суму, якої не вистачає, $X - u_t$, та сплатити позов). Ймовірність банкрутства становить фундаментальний інтерес для компанії та є основою для прийняття найважливіших рішень.

Модель індивідуального ризику може бути використана у якості моделі функціонування страхової компанії, яка призначена для розрахунку ймовірності банкрутства. Вона базується на таких припущеннях:

1) аналізується фіксований відносно короткий проміжок часу (такий, що можна знехтувати інфляцією та не враховувати дохід від інвестування) — зазвичай один рік;

2) кількість угод страхування N фіксована та невипадкова;

3) плата за страховку повністю вноситься на початку періоду, що аналізується; ніяких надходжень протягом цього періоду немає;

4) ми спостерігаємо кожну окрему угоду страхування та знаємо статистичні властивості пов'язаного з ним індивідуального позову X (оскільки не всі угоди призводять до позову, деякі з випадкових величин X_1, \dots, X_N , де X_i — позов від i -ї угоди, можуть дорівнювати нулю).

У межах цієї моделі банкрутство визначається сумарним позовом $S = X_1 + \dots + X_N$ до страхової компанії. Якщо цей сумарний позов більший за капітал компанії, остання не зможе виконати всі свої зобов'язання та збанкрутує. Тому ймовірність банкрутства компанії дорівнює

$$R = P(X_1 + \dots + X_N > u). \quad (1)$$

У моделі припускається, що випадкові величини X_1, \dots, X_N — незалежні (таким чином, ми виключаємо катастрофічні нещасні випадки, що призводять до позовів одразу за декількома угодами).

Фактично явну формулу для ймовірності банкрутства $\psi(u)$ в класичній моделі ризику, що розглядається у роботі, можна вказати лише для того випадку, коли виплати страхової компанії розподілені за експоненціальним законом. Але ця ситуація досить рідко трапляється у практичній діяльності страхових компаній, до того ж вона є досить складною для обчислень. На практиці використовують наближені формули для обчислення функції $\psi(u)$, що є ймовірністю банкрутства компанії при початковому капіталі u .

Апроксимація Беекмана—Боверса для (u) [1]. Нехай

$$H(u) = P\left\{\inf_{t \geq 0} Q_t < -u : \inf_{t \geq 0} Q_t < 0\right\}. \quad (2)$$

Тоді

$$H(u) = \frac{\varphi(u) - \varphi(0)}{1 - \varphi(0)} = 1 - (1 + \theta)\psi(u), \quad (3)$$

звідки

$$\psi(u) = \frac{1}{1 + \theta}(1 - H(u)). \quad (4)$$

Апроксимація де Вільдера [1]. Ідея цієї оцінки така: ми апроксимуємо процес виплат у загальній класичній моделі ризику процесом, у якого виплати мають експоненціальний розподіл так, щоб

$$MQ_t^k = M\bar{Q}^k(t) \text{ при } k = 1, 2, 3.$$

Процес $Q(t)$ визначається трьома параметрами $(\bar{\lambda}, \bar{c}, \bar{\mu})$ або $(\bar{\lambda}, \bar{\theta}, \bar{\mu})$. для яких можна встановити такі рівності:

$$\tilde{\mu} = \frac{\mu_3}{3\mu_2}\theta, \quad \tilde{\theta} = \frac{2\mu_1\mu_3}{3\mu_2^2}\theta, \quad \tilde{\lambda} = \frac{9\mu_2^3}{2\mu_2^2}\lambda. \quad (5)$$

Отже,

$$\psi(u) = \psi_{DV}(u) = \frac{1}{1 + \tilde{\theta}} e^{-\frac{u\tilde{\theta}}{\tilde{\mu}(1+\tilde{\theta})}} \quad (6)$$

за самою побудовою апроксимації у випадку експоненціального розподілу виплат $\psi(u) = \psi_{DV}(u)$.

Експоненціальна апроксимація [1]. Позначимо через μ_i моменти функції $F(y)$ розподілу виплат Y_k так, що

$$\mu_i = M\mu^i, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Тоді має місце експоненціальна апроксимація, запропонована Ф. де Вільдером:

$$\psi_L(u) = e^{-\frac{2\mu_1\theta u}{\mu_2}} \left(1 + \left(\theta u - \frac{\mu_2}{2\mu_1} \right) \frac{4\theta\mu_1^2\mu_3}{3\mu_2^3} \right). \quad (7)$$

Апроксимація Лундберга [1]. Використавши оцінку Ове Лундберга, можна отримати таку апроксимацію ймовірності банкрутства:

$$\psi_L(u) = e^{-\frac{2\mu_1\theta u}{\mu_2}} \left(1 + \left(\theta u - \frac{\mu_2}{2\mu_1} \right) \frac{4\theta\mu_1^2\mu_3}{3\mu_2^3} \right). \quad (8)$$

Апроксимація Рені [2]. Використовуючи теорему А.Рені [1], можна отримати апроксимацію Рені

$$\psi_R(u) = \frac{1}{1 + \theta} e^{-\frac{2\mu_1\theta u}{\mu_2(1+\theta)}}. \quad (9)$$

Досить важливим є питання, яка з наведених оцінок дає найточніший результат для ймовірності банкрутства залежно від різних значень параметрів функції (u) . Після розгляду різних апроксимацій стає зрозумілим, що у кожному конкретному випадку реальної страхової компанії, використовуючи статистичні дані за попередні періоди, необхідно встановлювати ймовірнісний розподіл, який найточніше характеризує процес виплат компанії, обчислювати для цієї компанії декілька оцінок ймовірності банкрутства залежно від її стартового капіталу, а потім, порівнюючи отримані результати, робити висновок про реальний стан страхової компанії.

У практичних застосуваннях класичної моделі ризику інтенсивність надходження страхових позовів λ та функція розподілу їх величин $F(z)$ (або її перші три моменти μ_1 , μ_2 , μ_3) є параметрами моделі, а відносна страхова надбавка та власний капітал компанії u є змінними, що впливають на міру ризику. На практиці страхові компанії можуть збільшувати або зменшувати розмір параметрів θ та u для того, щоб ймовірність банкрутства не перевищувала певного безпечного (з погляду компанії) рівня p_0 . Можна визначити величину стартового капіталу компанії так, щоб ймовірність її банкрутства $\psi(u)$ залишалася на рівні p_0 . Коли виплати компанії мають експоненціальний розподіл, рівень стартового капіталу визначається за формулою [3]

$$u = -\frac{(1+\theta)\mu}{\theta} \ln(p_0(1+\theta)), \quad (10)$$

де p_0 — критичний рівень ймовірності банкрутства. Показник мінімального стартового капіталу, розрахований за формулою (10), дає змогу кожній страховій компанії визначити, нижче якого рівня небезпечно знижувати обсяг свого власного капіталу (якщо ймовірність банкрутства була нижча за необхідну) або на яку величину треба збільшити розмір власного капіталу чи відносну страхову надбавку (а отже, і загальний обсяг страхових платежів), щоб перебувати на безпечному (з погляду компанії) рівні.

Так, використовуючи дифузійну апроксимацію, ми отримаємо

$$u = \frac{-\ln p_0}{2\mu\theta} (\mu^2 + \theta^2). \quad (11)$$

Використовуючи апроксимацію де Вільдера, матимемо

$$u = \frac{-\ln p_0 - \ln(1+\tilde{\theta})}{\tilde{\theta}} (1+\tilde{\theta})\tilde{\mu}. \quad (12)$$

Використовуючи експоненціальну апроксимацію, одержимо

$$u = \frac{-(1+\ln p_0)\sqrt{\mu_2^2 + (4/3)\tilde{\theta}\mu_1\mu_2} + \mu_2}{2\mu_1\theta} \quad (13)$$

Використовуючи апроксимацію Рені, отримаємо

$$u = \frac{\mu_2(1+\theta)\ln(p_0(1+\theta))}{-2\mu_1\theta}. \quad (14)$$

У випадку апроксимації Беекмана-Боверса маємо:

$$u = \Gamma_{обр}(1 - p_0(1+\theta)), \quad (15)$$

де $\Gamma_{обр}$ — функція обернена до гамма-розподілу з параметрами μ_h і σ_h^2 .

Отже, для того, щоб обчислити значення ймовірності банкрутства страхової компанії потрібно лише знати середній розмір страхових виплат та відносну страхову надбавку. Слід зазначити, що страхові компанії України дуже відрізняються одна від одної залежно від кількості та розміру страхових виплат. Наприклад, за перше півріччя 2013 р. страхова компанія "Скарбниця" була лідером за сумами страхових виплат з добровільних видів страхування, виплативши своїм клієнтам понад 95 млн. грн. Ця сума розподілена лише за 12-и страховими виплатами. Таким чином, середній розмір однієї виплати компанії "Скарбниця" дорівнює близько 8 млн. грн. Схожі показники має "Злагода": понад 85 млн. грн. виплат за добровільними видами страхування лише у 9-и страхових випадках (середній розмір однієї виплати становить близько 9,5 млн. грн.). Зазначимо, що обов'язковими видами страхування ці компанії практично не займаються. Очевидно, подібні показники важко пояснити класичною моделлю ризику.

Водночас, переважна більшість страхових компаній України, що входять до першої сотні за обсягом власного капіталу, уклали за перше півріччя 2013 р. десятки тисяч

страхових угод. Кількість страхових позовів до цих компаній також порівняно велика і коливається від 100-200 виплат ("Лемма", "Альянс", "Княжа") до декількох десятків тисяч позовів (такі компанії, як "Оранта", "АСКА", „Уніка"). Таким чином, щоб порівняти страхові компанії з малою кількістю позовів та великими розмірами виплат із компаніями з великою кількістю позовів з порівняно малими розмірами виплат ми зробили певні припущення щодо середнього розміру виплат компанії. У нашій моделі під цим показником мається на увазі не середній розмір однієї виплати, а середній розмір виплати за певний проміжок часу, наприклад, за півмісяця. Відповідно до середніх розмірів страхових виплат великих та середніх страхових компаній України, ймовірність банкрутства було розраховано для середнього обсягу виплат у 50 000, 75 000, 100 000 та 200 000 грн. Відносна страхова надбавка дорівнює 30 %, 40% .

Проведені розрахунки ймовірностей банкрутства страхових компаній України на основі показників 2013 року показали, що для страхових компаній, розмір страхових резервів яких перевищує 25 млн. грн., ймовірність банкрутства перебуває на дуже низькому рівні, а саме не більше 0,01 %. Таким чином, можна стверджувати, що ймовірність банкрутства принаймні 50-и найбільших страхових компаній України практично нульова. Тому в подальших розрахунках оцінок ймовірності банкрутства розглядалися середні страхові компанії України із розміром страхових резервів від 1 млн. до 25 млн. грн., а це 40 страхових компаній України. У табл. 1 наведені результати розрахунків для деяких страхових компаній України.

Таблиця 1.

**Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України
 (експоненціальний розподіл, відносна страхова надбавка – 30%, точність - 10^{-4} %), %**

| Номер у рейтингу за страховими резервами | Страхова компанія | Страхові резерви станом на 31.12.2012, тис. грн | Середні виплати, грн | | | |
|--|-----------------------------|---|----------------------|--------|--------|---------|
| | | | 50000 | 75000 | 100000 | 200000 |
| 55 | УТІСО | 21 304,0 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0007 | 0,2353 |
| 56 | Страхові гарантії | 20 293,9 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0009 | 0,2614 |
| 57 | Кредо | 20 063,9 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0009 | 0,2618 |
| 58 | Нафтогазстрах | 19 018,8 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0013 | 0,3191 |
| 59 | Граве Україна | 17 031,3 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0014 | 0,3266 |
| 60 | Злагода | 16 684,5 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0016 | 0,3467 |
| 61 | Юнівес | 16 558,7 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0017 | 0,3634 |
| 62 | Мотор-Гарант | 16 490,0 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0020 | 0,3875 |
| 63 | Віді- страхування | 15 413,1 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0026 | 0,4506 |
| 64 | Домінанта СО | 15 160,2 | 0,0000 | 0,0001 | 0,0030 | 0,4784 |
| 65 | Довір'я Гарантія | 14 019,0 | 0,0000 | 0,0002 | 0,0047 | 0,5985 |
| 66 | Мега-Поліс | 12 997,9 | 0,0000 | 0,0003 | 0,0065 | 0,7068 |
| 67 | Теком | 12 873,8 | 0,0000 | 0,0004 | 0,0086 | 0,8151 |
| 68 | Крона | 12 311,0 | 0,0000 | 0,0006 | 0,0108 | 0,9125 |
| 69 | Аско-Медсервіс | 12 264,2 | 0,0000 | 0,0009 | 0,0156 | 1,0954 |
| 70 | Гарант-Система | 12 202,0 | 0,0000 | 0,0018 | 0,0259 | 1,4121 |
| 80 | Мономах | 6 541,8 | 0,0060 | 0,1408 | 0,6806 | 7,2358 |
| 81 | Поліс-Центр | 6 254,1 | 0,0152 | 0,2615 | 1,0828 | 9,1266 |
| 82 | Мегаполіс СО | 5 199,0 | 0,0161 | 0,2710 | 1,1122 | 9,2496 |
| 83 | Юнісон-Гарант | 4 476,5 | 0,1121 | 0,9890 | 2,9371 | 15,0310 |
| 84 | Промислово-Страховий альянс | 4 070,0 | 0,1177 | 1,0215 | 3,0091 | 15,2142 |

Авторами було розроблено електронну таблицю у пакеті Microsoft Excel, яка дає змогу отримати точне значення ймовірності банкрутства страхових компаній при різних

рівнях страхових виплат і різних розмірах відносних страхових надбавок. Слід ввести згадані два параметри діяльності компанії до відповідних клітин таблиці замість зазначених там, і на перетині стовпчика, що був змінений, та рядка з назвою відповідної страхової компанії прочитати значення ймовірності банкрутства.

Висновки. Зробимо висновки про те, як зміна параметрів моделі впливає на значення показника ймовірності банкрутства страхової компанії. Наприклад, ймовірність банкрутства компанії «Скарбниця» (стартовий капітал 7817,0 тис. грн.) приблизно у 10 разів більша за ймовірність банкрутства компанії «Мега-Поліс» (стартовий капітал 12997,9 тис. грн.) за однакових середніх розмірів страхових виплат та відносної страхової надбавки 30%. Для відносної страхової надбавки у 40% чи 50% ймовірності банкрутства цих компаній відрізняються ще більше (у 20-30 разів).

У разі збільшення середнього розміру страхових виплат, скажімо, з 75 тис. до 100 тис. грн. ймовірність банкрутства зростає по-різному, залежно від розміру початкового капіталу. Так, для порівняно малих ймовірностей банкрутства (менше 1%) ймовірність зростає у 5-10 разів (компанії «Злагода», «Кредо» тощо), а для середніх значень (1-5%) зростання ймовірності банкрутства вже не таке значне (у 2-3 рази, компанії «Крона», «Мономах» тощо).

Порівнюючи значення ймовірностей банкрутства за різних відносних страхових надбавок, можна зазначити, що у разі збільшення страхової надбавки з 30 до 40 % та з 40% до 50% ймовірність банкрутства знижується у 3-4 рази, причому для порівняно великих значень ймовірності банкрутства (у 4-5%) зниження цього показника не таке істотне, як для значень ймовірності, менших за 1%.

Зазначимо, що обчислити мінімальний розмір страхових резервів компанії для будь-якого рівня ймовірності банкрутства також можна за допомогою електронного аналога таблиць, розроблених авторами у пакеті Microsoft Excel, замінивши у відповідній клітинці таблиці значення ймовірності банкрутства.

Список використаної літератури

1. В.Д.Базилевич, К.С.Базилевич, Страхова справа. – 5-те вид., стер. – Знання, 2006. – 351с
 2. Сіренко І. Аналіз розвитку страхового ринку та оцінка його перспектив / І. Сіренко // Старова справа. – 2009. - № 3(35). – С. 23-25.
 3. Гаманкова О. Фінанси страхових організацій: навч. посібник / О. Гаманкова. – КНЕУ, 2007. – 326 с.
- Стаття надійшла до редакції 18.11.2014.

O. V. Zhumik, J. A. Stadnyk **EVALUATION OF THE PROBABILITY OF UKRAINIAN INSURANCE COMPANIES** **BANKRUPTCY**

This work is devoted to analysis of the activity of Ukrainian insurance companies and to implementation of the estimation of the probability of their bankruptcy using mathematical and statistical methods. The model of bankruptcy of an insurance company on the basis of the probability of bankruptcy in the classical risk model is used in the article to research the probability of bankruptcy of national insurance companies.

For the purpose of approximation of the probability of bankruptcy of insurance companies we applied several different mathematical and statistical methods: the Beekman-Bovers approximation, the Wilder approximation, the exponential approximation, the Lundberg approximation and the Reni approximation. The approximations results which had been obtained using these mathematical and statistical approaches were compared with each other. There was determined in such way which of the approaches made it possible to obtain the most exact value of the probability of bankruptcy of the insurance company.

The method was tested on the base of the statistics concerning the activities of Ukrainian insurance companies. The statistics of the national insurers that were characterized by different values of the indicators of insurance reserves, the number of insurance claims and amounts of payments was used for the research. We have made some assumptions about the average size of payments to compare the insurance companies with a small number of insurance claims and amounts of payments with large size companies that had the big number of insurance claims and the comparatively small amounts of payments. We didn't mean the average size of a single payment by the indicator of the average size of payments in our model, but the average payment of an insurance company for a certain period of time.

The calculations of the probability of bankruptcy of the Ukrainian insurance companies have shown that the probability of bankruptcy for the big insurance companies which had the amount of insurance reserves more than 25 000 000 UAH, was almost zero (0.01%). Therefore, the more detailed analysis of the probability of bankruptcy was performed for forty Ukrainian insurers which had medium amount of insurance reserves from 1 000 000 UAH to 25 000 000 UAH. We presented in the article the results of evaluation of the probability of bankruptcy for these insurance companies and analyzed the impact of changes in the average size of insurance claims and the amounts of insurance premiums on the change in the probability of bankruptcy of the company.

We also performed the determination of the minimal required amount of insurance capital at a certain level of risk that is considered safe from the standpoint of the insurance company for these 40 Ukrainian insurers.