УДК 378.147 : 536.75

Олександр Васильович Школа,

кандидат педагогічних наук, доцент, докторант кафедри теорії та методики навчання фізики і астрономії Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, м. Київ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ДОВЕДЕННЯ ТА АНАЛІЗУ ТЕОРЕМИ ЛІУВІЛЛЯ В СТАТИСТИЧНІЙ ТЕРМОДИНАМІЦІ

У статті розглядаються методичні рекомендації доведення й аналізу теореми Ліувілля в курсі термодинаміки і статистичної фізики педагогічного університету, що має важливе значення в фундаментальній і професійній підготовці майбутнього вчителя фізики. Ефективному засвоєнню одного з ключових питань курсу сприятиме максимальна лаконічність математичного апарату, чіткість і послідовність викладу навчального матеріалу відповідно до логіки його подання згідно з науковими "першоджерелами".

Ключові слова: *функція статистичного розподілу, статистичний ансамбль, фазовий простір.*

Постановка проблеми у загальному вигляді. У професійній підготовці майбутнього вчителя фізики курс теоретичної фізики займає особливе місце. Саме на його засадах відбувається формування найповніших уявлень про сучасну фізичну картину світу, поглиблення, систематизація й узагальнення знань щодо сутності фундаментальних фізичних теорій, опанування потужного арсеналу універсальних математичних методів у процесі пізнання фізичних явищ, шліфуються інтуїція та компетенції майбутнього фахівця.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано вирішення даної проблеми та на які опирається автор. У розпорядженні викладача курсу теоретичної фізики сьогодні існує значна кількість навчально-методичної літератури як вітчизняних, так і зарубіжних авторів. Серед них: російськомовні підручники А. Ансельма, І. Базарова, А. Василевського та В. Мултановського, І. Кваснікова, Л. Ландау і Е. Ліфшица; підручники вітчизняних авторів Л. Булавіна, Є. Венгера, О. Єрмолаєва, С. Королюка, С. Мельничука та О. Валя, І. Мороза, А. Федорченка; переклади таких іншомовних видань, як “Берклєєвський курс фізики”, “Фейманівські лекції з фізики”, “Статистична фізика” А. Зоммерфельда, Ч. Кіттеля, А. Райфа та ін. Незважаючи на методичну цінність цих видань, необхідність удосконалення методики викладання навчального курсу за сучасних умов модернізації вищої педагогічної освіти в контексті європейських вимог, посилення уваги до якості фундаментальної і професійної підготовки майбутніх учителів фізики, формування їх методологічної культури, моніторингу рівня навчальних досягнень є цілком очевидною.

Особистісна орієнтація освіти, перенесення уваги з процесу навчання на його результат, професійно-педагогічна спрямованість підготовки фахівців зумовлює модернізацію всієї дидактичної системи навчання курсу теоретичної фізики з переважно інформаційно-репродуктивної на проблемно-розвивальну, пошуково-креативну. З пасивного споживача знань студент має перетворитися на активного їх творця, оскільки справді фундаментальним є саме особистісне знання. Усі складові процесу навчання курсу теоретичної фізики мають працювати на студента, сприяючи його самореалізації, саморозвитку та професійному зростанню, що можливо реалізувати за умов системної, послідовної і цілеспрямованої співпраці всіх суб’єктів навчально-виховного процесу.

Як свідчить практика викладання, курс теоретичної фізики взагалі, а термодинаміки та статистичної фізики зокрема, є таким, що важко засвоюється, оскільки відрізняється високим рівнем формалізації основних понять, законів і теорій та відповідним рівнем математичного апарату. При цьому зменшення обсягу аудиторних годин і зміщення акцентів навчального навантаження студентів у бік самостійної роботи в контексті Болонського процесу стають певними перешкодами на шляху якісного засвоєння ними основних питань курсу. До останніх, зокрема, можна віднести і теорему Ліувілля про збереження фазового об’єму, яка відіграє важливу роль у класичній статистиці макроскопічних систем. З’ясування студентами фізичного змісту цієї теореми та особливо її наслідків є вкрай важливим у логіці вивчення дисципліни, оскільки надає можливість глибше пізнати сутність не лише одного з принципових питань статистичної теорії макрооб’єктів, але й багатьох наступних, зокрема приклади описування систем у фазовому просторі, застосування статистичного методу Гіббса до квантових макросистем, аналіз статистичної теорії нерівноважних процесів тощо.

У зв’язку з цим постає проблема підвищення ефективності навчально-виховного процесу, у тому числі і під час самостійної роботи студентів з основних, проблемних питань курсу теоретичної фізики, що сприятиме активізації пізнавальної діяльності, опануванню методології наукового пошуку, вирішенню теоретичних та практичних питань сучасної науки, а, отже, підвищенню рівня й якості їх фундаментальної підготовки.

Метою статті є стислий розгляд методичних особливостей доведення та аналізу фізичної сутності теореми Ліувілля як одного з ключових питань курсу статистичної термодинаміки, що потребує обов’язкового самостійного творчого опрацювання студентами (або може стати основою для розробки індивідуальних творчих завдань) і має важливе значення у фундаментальній та професійній підготовці майбутнього вчителя фізики.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Ефективному засвоєнню студентами одного з ключових питань курсу, на наш погляд, сприятиме максимальна лаконічність математичного апарату, чіткість і послідовність викладу навчального матеріалу відповідно до логіки його подання згідно з науковими “першоджерелами”. Статистична фізика, як відомо, є одним із розділів теоретичної фізики, який вивчає специфічні властивості макроскопічних систем, тобто таких систем, що складаються з величезної кількості частинок (молекул, атомів, електронів, фотонів, фононів тощо). Студенти мають чітко усвідомлювати, що саме велика кількість частинок призводить до появи нових закономірностей поведінки таких систем – статистичних законів, які мають імовірнісний характер, принципово не зводяться до динамічних законів та втрачають сенс при переході до систем із малою кількістю частинок. Основне завдання статистичної теорії при цьому зводиться, по суті, до встановлення зв'язку між властивостями окремих частинок і параметрами, які характеризують систему в цілому. Зазначимо, що знаходження останніх у статистичній теорії має велике значення, оскільки надає можливість її експериментальної перевірки.

Хаотичний рух частинок та їх взаємодія між собою і зовнішнім середовищем призводить до того, що як окремі динамічні характеристики, так і макропараметри системи в кожний момент часу мають випадкові значення. Тому для вирішення основного завдання статистичної теорії необхідно ввести функцію розподілу ймовірностей за відповідними станами і в подальшому, на основі фізично обґрунтованих припущень, встановити явний вигляд цієї функції для різного класу макроскопічних систем [4, с. 120].

Для введення функції розподілу в статистичній фізиці, зазвичай, розглядається фазовий простір, у якому вимірами є три узагальнені координати q_i та відповідні їм три узагальнені імпульси p_i. Кожна точка в такому просторі має $6N$ координат (q_i, p_i) і відображає певний мікроскопічний стан системи (її фазу). У статистичній фізиці рух системи описують *канонічними рівняннями Гамільтона:*

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}; \ \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}; \ (i = 1,2,...,3N), \tag{1}$$

де функція $H = E(q_i, p_i)$ є механічною енергією системи.

Згідно з означенням, фазовий простір є багатовимірним і тому – досить абстрактним поняттям, що обумовлює певні сумніви студентів щодо його реальності і доцільності використання. Проте, студенти мають чітко усвідомлювати, що останній не має нічого спільного з реальним фізичним простором та є лише зручною геометричною схемою, яка надає можливість формулювати багато положень статистичної теорії більш образною геометричною мовою, що і було використано одним з її засновників – видатним американським ученим Дж. Гіббсом.

Згідно з його статистичними уявленнями, рух окремої частинки описують точними законами динаміки. Проте, через невизначеність початкових умов розрахувати стан макросистеми ми не можемо, оскільки кожному її мікроскопічному стану відповідає певна ймовірність. Тому замість однієї реальної можна розглядати деяку уявну кількість аналогічних систем (*фазовий ансамбль систем*), кожна з яких перебуватиме в одному з можливих для досліджуваної системи мікроскопічному стані. Ураховуючи *гіпотезу Больцмана про рівнорозподіл мікроскопічних станів системи* та приписуючи кожній системі ансамблю за допомогою певної функції ту чи іншу ймовірність, маємо можливість визначення ймовірності будь-якого макроскопічного стану досліджуваної системи. Такий фазовий ансамбль, де стан кожної системи характеризують певною ймовірністю, називають *статистичним ансамблем Гіббса* (САГ). Іншими словами, уявлення про фазовий простір і САГ безпосередньо приводить нас до статистики [2, с. 23].

Оскільки усвідомлення студентами наведених вище положень статистичної теорії Гіббса є важливим у з'ясуванні багатьох питань класичної статистики, вважаємо доцільним їх обов'язкове самостійне опрацювання за літературними джерелами з подальшим обговоренням під час семінарських занять. Досвід викладання курсу свідчить, що навіть стислий історичний огляд життя і творчості видатного вченого, аналіз драми ідей щодо ствердження у науці атомістики та ймовірнісного підходу до теплових явищ значно підвищує пізнавальний інтерес студентів, забезпечує потужну мотивацію їх подальшої навчально-пізнавальної діяльності, сприяючи глибині і міцності набутих знань.

Французький математик Ж. Ліувілль, досліджуючи перетворення канонічних змінних у рівняннях Гамільтона у 1838 році, тобто задовго до створення статистичної теорії, довів теорему, згідно з якою функціональний визначник канонічного перетворення дорівнює одиниці. Застосувавши цю теорему згодом до молекулярної системи, Больцман виявив, що елемент фазового простору залишається незмінним. Але лише Гіббс повною мірою оцінив значення цієї теореми для розвитку статистичної термодинаміки, сутність міркувань якого подано нижче.

Системи САГ можуть розподілятися у фазовому просторі досить різноманітно. При цьому точки, що їх зображують, утворюватимуть деяку об'ємну "багатомірну хмару". Кількість систем dN у будь-якому елементарному об'ємі фазового простору, очевидно, буде пропорційним величині цього об'єму: $dN = f(q_1, q_2, ...p_N, t)dq_1 dq_2 \cdots dp_N = \rho d\Gamma$, де $\rho = f(q, p, t)$ – величина, яка визначає розподіл систем ансамблю у фазовому просторі. Імовірність перебування певної системи САГ у фазовому об'ємі $d\Gamma$ можна подати як:

$$dW = dN / N = (\rho / N)d\Gamma = \omega(q, p, t)d\Gamma, \tag{2}$$

де $\omega(q, p, t)$ – функція розподілу ймовірностей системи за її мікростанами.

Знаходження останньої є основним завданням статистичної фізики, надаючи можливість за відомими правилами теорії ймовірностей розрахувати середні значення основних характеристик системи – її макропараметрів. Однак, перед встановленням загального вигляду функції розподілу $\omega(q, p, t)$ необхідно звернути увагу студентів на принципове питання навчальної теми: як змінюється з часом елемент фазового об'єму $d\Gamma$? Це важливо з'ясувати, оскільки ймовірність перебування системи в елементі фазового об'єму, як було зазначено вище, є пропорційною його величині, а останній взагалі зміщується та змінюється з часом.

Якщо досліджувана система є замкненою, тобто підпорядковується рівнянням Гамільтона, то виявляється, що *кількість точок (мікростанів системи) в одиниці об'єму фазового простору під час руху лишатиметься сталою,* тобто *сукупність зображувальних точок поводить себе у фазовому просторі як "пружна рідина"*. У цьому і полягає зміст теореми Ліувілля про збереження фазового об'єму. На наш погляд, під час викладання основ статистичної фізики не можна задовольнятись лише доведенням цієї теореми, оскільки з неї під час аналізу можна одержати надзвичайно важливі висновки, зокрема, про те, що всі можливі функції розподілу ймовірностей системи за її мікростанами можна замінити єдиним розподілом – за енергією. Саме цей результат і надав можливість Дж. Гіббсу звести все різноманіття реальних макросистем до трьох конкретних (“адіабатично ізольована система”, “система в термостаті”, “відкрита система”), встановивши загальний вигляд функції розподілу ймовірностей в кожному окремому випадку. Для того, щоб студенти мали можливість у цьому переконатись, розглянемо один із можливих варіантів доведення й аналізу теореми Ліувілля [5, с. 39].

Згідно з виразом (2), сукупність фазових точок у просторі розподіляється з густиною, пропорційною значенню функції розподілу ймовірностей $\omega(q,p,t)$. Унаслідок руху кожної точки за фазовою траєкторією форма певного елементу об’єму простору, який вони утворюють, з часом буде змінюватися взагалі довільно, проте його величина лишатиметься сталою. Доведемо цю теорему.

Сукупність фазових точок не може виникати і зникати в просторі, також як не можуть виникати та зникати самі системи ансамблю. Ці міркування дають підстави розглядати “процеси втікання і витікання” фазових точок в об’єми як рух “фазової рідини”, до якого можна застосувати відоме *рівняння безперервності* у так званій диференціальній формі, яке являє собою закон збереження загальної кількості частинок (у нашому випадку – фазових точок САГ) [3, с. 25]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + di\upsilon\left(\omega\vec{\upsilon}\right) = 0 . \tag{3}$$

Узагальнюючи операцію дивергенції на багатовимірний фазовий простір, отримаємо: $di\upsilon\vec{a} = \sum_i \left(\partial a_i / \partial x_i\right)$. У нашому випадку $\vec{a} \equiv \omega\vec{\upsilon} = \omega(\dot{q}\dot{p})$, величини x_i збігаються з узагальненими координатами q_i та імпульсами p_i системи, похідні $\dot{q}_i$ і $\dot{p}_i$ виступають компонентами “вектору швидкості” $\vec{\upsilon}$ фазових точок. Звідси рівняння безперервності матиме вигляд: $\frac{\partial \omega}{\partial t} + \sum_i \left[\frac{\partial(\omega\dot{q}_i)}{\partial q_i} + \frac{\partial(\omega\dot{p}_i)}{\partial p_i} \right] = 0$.

Диференціюємо рівняння та згрупуємо члени:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}+\sum_i\left[\dot{q}_i\frac{\partial\omega}{\partial q_i}+\dot{p}_i\frac{\partial\omega}{\partial p_i}\right]+\omega\sum_i\left(\frac{\partial\dot{q}_i}{\partial q_i}+\frac{\partial\dot{p}_i}{\partial p_i}\right)=0\,.$$

Перші два доданки являють собою повний диференціал функції $\omega(q,p,t)$, тому останнє рівняння можна переписати: $\frac{d\omega}{dt}+\omega\sum_i\left(\frac{\partial\dot{q}_i}{\partial q_i}+\frac{\partial\dot{p}_i}{\partial p_i}\right)=0$. Згідно з виразом (1), другий член останнього рівняння обертається в нуль, тому:

$$\frac{d\omega}{dt}=0 \text{ або } \omega(q,p,t)=const\,. \tag{4}$$

Рівняння (4) означає, що *функція статистичного розподілу* $\omega(q,p,t)$ *є сталою вздовж будь-якої траєкторії у фазовому просторі* або, інакше, *під час руху вздовж фазової траєкторії густина кількості фазових точок не змінюється*. При цьому в різних місцях фазового простору густина розподілу точок може різнитися і змінюватися з часом, тобто взагалі $(\partial\omega/\partial t)\neq 0$. Однак з виразу (4) виходить, що повної зміни ω з часом не відбувається, тобто $\omega(q,p,t)=const$. Таким є зміст теореми Ліувілля. Ураховуючи рівняння Гамільтона, формулу (4) можна переписати інакше: $\frac{d\omega}{dt}=\frac{\partial\omega}{\partial t}+\frac{\partial\omega}{\partial q_i}\frac{\partial H}{\partial p_i}-\frac{\partial\omega}{\partial p_i}\frac{\partial H}{\partial q_i}=\frac{\partial\omega}{\partial t}+\{\omega;H\}=0$, де $\{\omega;H\}$ – скобки Пуассона [1, с. 22]. Отже, для фазової густини ймовірності отримаємо *рівняння Ліувілля:*

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}=\{H;\omega\}. \tag{5}$$

Формулу (5) використовують у вирішенні принципових питань статистичної теорії нерівноважних процесів, де з неї отримують спрощені рівняння з меншою кількістю незалежних змінних, які можна розрахувати практично. Аналіз фізичної сутності цієї теореми має виняткове значення в класичній статистиці макросистем, оскільки надає змогу зробити низку важливих висновків, які обов’язково повинні стати предметом обговорення студентів на семінарському занятті.

Висновок 1. Оскільки кількість фазових точок під час руху в просторі завжди зберігається, то $dN=\omega_1 d\Gamma_1=\omega_2 d\Gamma_2$. Згідно з виразом (4), $\omega_1=\omega_2$, тому

$dΓ_1 = dΓ_2$. Цей результат можна сформулювати як *принцип збереження елементарного фазового об'єму* (за Гіббсом): під час руху точок у фазовому просторі елементарні об'єми лишаються сталими та можуть змінюватися лише за формою, тобто деформуватися, зберігаючи при цьому свою величину. Аналогічним чином рухається з місця на місце бджоляний рій. Отже, *сукупність фазових точок поводить себе у фазовому просторі як* "*пружна рідина*", іншими словами, "*газ фазових точок*" *стиснути неможливо*.

Висновок 2. Якщо для будь-якого моменту часу ймовірність перебування системи ансамблю в певному елементі об'єму простору є відомою, то вона буде відомою і для будь-якого іншого моменту. Унаслідок цього стає можливим замість початкових умов, що використовують у теоретичній механіці, прийняти *статистичне припущення Больцмана про рівноймовірність усіх мікроскопічних станів системи, які зображуються елементами (клітинками) фазового простору рівного об'єму.*

За допомогою теореми Ліувілля можна довести попереднє припущення про пропорційність кількості систем у певному фазовому об'ємі величині цього об'єму $(dN \sim dΓ)$. Якщо б величина фазового об'єму не зберігалася, говорити про пропорційність імовірності перебування системи у певному об'ємі його величині не можна. Але, оскільки, сталість фазового об'єму та густини тепер доведено, то завжди *чим більший фазовий об'єм обираємо, тим більша кількість систем САГ у ньому буде перебувати*.

Висновок 3. Згідно з виразом (4), повний диференціал густини розподілу фазових точок дорівнює нулю, хоча її частинна похідна взагалі різниться від нуля. Розглянемо тепер окремий випадок, коли $(\partial\omega/\partial t) = 0$, який відповідає стаціонарному рухові фазових точок: скільки точок входить у певний фазовий об'єм за одиницю часу, стільки ж з нього виходить. Очевидно, ця умова відповідає рівноважному стану систем ансамблю, тому можна говорити, що ансамбль перебуває у *стані статистичної рівноваги*, коли фазова густина скрізь не залежить від часу. У статистичній фізиці розглядаються саме такі системи. Отже, умова $(\partial\omega/\partial t) = 0$ є одночасно і самою загальною умовою статистичної рівноваги. Густина розподілу в цьому випадку є функцією тільки координат фазового простору: $\omega = f(q_1, q_2, ..., p_N)$.

Висновок 4. Якщо $\left(\frac{\partial \omega}{\partial t}\right) = 0$, то, згідно з виразом (4), виходить: $\sum_i \left[\dot{q}_i \frac{\partial \omega}{\partial q_i} + \dot{p}_i \frac{\partial \omega}{\partial p_i}\right] = 0$. З урахуванням рівнянь (1), маємо: $(\partial H / \partial p_i) \cdot (\partial \omega / \partial q_i) = (\partial H / \partial q_i) \cdot (\partial \omega / \partial p_i)$. Функція Гамільтона $H(q, p) = E$ є інтегралом руху, тобто величиною, яка з часом не змінюється. Густина розподілу систем ансамблю $\omega(q, p)$ за умов статистичної рівноваги також не залежить від часу, тобто теж є інтегралом руху. Можна припустити, що ω залежить лише від H. З останнього рівняння видно, що таке припущення можливе. Дійсно, якщо $\omega = f(H)$, то маємо співвідношення:

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial q_i} = \frac{\partial H}{\partial q_i} \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial p_i}.$$

Отримане рівняння є справедливим для будь-якої диференційованої функції $f(H)$. Таким чином, зроблене припущення є законним. Це надає можливість вирішувати в загальному випадку основне завдання фізичної статистики, тобто знаходити розподіл систем за енергіями. Отже, *густина розподілу систем не залежить від часу, вона залежить лише від енергії системи* $\omega = \omega[E(q, p)]$; зміна величини фазового об'єму при цьому виключається. Усе це змушує припустити, що для макросистем, які перебувають у стані статистичної рівноваги, існує деякий універсальний розподіл за енергіями. Дж. Гіббс знайшов цей розподіл у 1901 р. та назвав його канонічним.

Отже, наведений вище процес доведення й аналізу теореми Ліувілля подібний невеликому науковому дослідженню. Досвід засвідчує, що найефективнішою є така логіка викладання навчальних матеріалів курсу, яка відповідає історії їх виникнення і розвитку в науці та опирається на обов'язкове самостійне опрацювання студентами наукових "першоджерел". Для майбутніх учителів фізики останнє має принципове значення, оскільки сприятиме не лише поглибленню, розширенню і систематизації знань, формуванню наукового світогляду та відповідного стилю мислення, але й створенню умов для самореалізації, набуттю ними власного досвіду навчально-пізнавальної діяльності, удосконаленню професійних умінь і навичок, якостей особистості, що відповідають вимогам педагогічної професії.

Як відомо, знання та вміння перебувають у діалектичній єдності, взаємно збагачують і доповнюють один одного, тому засвоєння наведених вище теоретичних матеріалів курсу буде ефективним лише разом із розв'язанням задач. Не слід засмучуватися, якщо деякі з них не розв'язуються самостійно з першої спроби; вирішальну роль в їх розв'язанні, як і в навчанні взагалі, відіграють сила волі та працелюбність. Наведемо приклади типових задач відповідної теми курсу.

1. Побудувати фазову траєкторію для частинки, що: а) вільно падає; б) рухається вертикально вгору в постійному гравітаційному полі з певної висоти з деякою початковою швидкістю; в) рухається за інерцією.

2. Показати графічно й аналітично виконання теореми Ліувілля для ансамблю частинок, які рухаються за інерцією в деякому напрямку.

3. Довести, що для будь-якої фізичної величини $L(x)$ є справедливим співвідношення: $\overline{L(\partial H/\partial x_i)} = \theta\overline{(\partial L/\partial x_i)}$, де $H = H(x)$ – гамільтоніан системи.

Зазначимо, що в процесі розв'язування задач курсу, як відомо, найефективніше здійснюється діяльнісний підхід до навчання. При цьому не слід прагнути розв'язати якомога більшу їх кількість. Останні слід підбирати так, щоб у процесі їх розв'язування якомога більше працювала думка студентів, щоб вони набували досвіду пошуку їх розв'язування в якомога більшій кількості різноманітних ситуацій. При цьому кожна задача повинна стати предметом для глибокої, нехай іноді і зовсім стислої, розмови про сутність розглядуваних фізичних явищ. Досвід свідчить, що вдало організований заключний етап розв'язування задачі може дати значно більше, ніж розв'язання наспіх кількох наступних. У процесі розв'язування задач необхідно аналізувати не лише кінцевий результат та шляхи його отримання, але й ознаки розвитку в означеному процесі особистості студента. Не слід перешкоджати консультуванню студентів між собою стосовно різних ідей і шляхів розв'язування задач, оскільки саме такі ситуації сприяють формуванню необхідних для майбутнього педагога рис – пізнавальної самостійності, комунікативних навичок, здатності до обґрунтування своїх думок, відповідальності за результати власної діяльності, радості від успіху. Це забезпечує дуже потужну мотивацію їх навчально-пізнавальної діяльності.

Висновки. Багаторічний досвід викладання автором курсу термодинаміки та статистичної фізики в педагогічному університеті підтверджує ефективність пропонованої методики доведення й аналізу теореми Ліувілля, про що свідчать високі навчальні результати студентів як із розв'язування відповідних задач на практичних заняттях, так і під час підсумкового модульного контролю.

Перспективи подальших розвідок у даному напрямку ми вбачаємо у розробці та впровадженні такої методичної системи навчання курсу теоретичної фізики у вищому педагогічному навчальному закладі, яка гарантуватиме досягнення прогнозованих освітніх результатів, сприяючи не лише якісному засвоєнню студентами фундаментальних знань, але й розвитку професійного мислення, здібностей самостійно засвоювати, оцінювати знання, оперувати ними, що стимулюватиме їх усвідомлену зацікавленість в отриманні якісної освіти.

Список використаної літератури

1. Ансельм, А. И. Основы статистической физики и термодинамики / А. И. Ансельм. – М. : Просвещение, 1973. – 423 с.

2. Гиббс, Дж. Термодинамика. Статистическая механика / Дж. Гиббс ; отв. ред. Д. Н. Зубарев. – М. : Наука, 1982. – 584 с.

3. Королюк, С. Л. Основи статистичної фізики та термодинаміки / С. Л. Королюк, С. В. Мельничук, О. Д. Валь. – Чернівці : Книги ХХІ, 2004. – 347 с.

4. Мороз, І. О. Теоретико-методичні засади вивчення термодинаміки і статистичної фізики в педагогічних університетах : монографія / І. О. Мороз. – Харків : ТОВ "Діса плюс", 2012. – 382 с.

5. Школа, О. В. Основи термодинаміки і статистичної фізики : навч. посібник / О. В. Школа. – Донецьк : Юго-Восток, 2009. – 374 с.

Рецензент: доктор педагогічних наук, професор Сосницька Н. Л.

Стаття надійшла до редакції 23.10.2013.

Школа А. В. Методические рекомендации к доказательству и анализу теоремы Лиувилля в статистической термодинамике

В статье рассматриваются методические рекомендации доказательства и анализа теоремы Лиувилля в курсе термодинамики и статистической физики педагогического университета, что имеет важное значение в фундаментальной и профессиональной подготовке будущего учителя физики. Эффективному усвоению одного из ключевых вопросов курса будет способствовать максимальная лаконичность математического аппарата, четкость и последовательность изложения учебного материала в соответствии с логикой его представления согласно научных "первоисточников".

Ключевые слова: *функция статистического распределения, статистический ансамбль, фазовое пространство.*

Shkola O. V. Methodological recommendations regarding proving and analysing of Liouville's theorem in statistical thermodynamics

The article considers the methodological recommendations regarding proving and analysing of Liouville's theorem in the course of thermodynamics and statistical physics in pedagogical university, because it is important in fundamental and professional training of future teacher of physics. Effective assimilation of one of key course questions is promoted by the maximum laconicism of mathematical apparatus, clearness and sequence of training material according to logic of its presentation and scientific "primary sources".

Key words: *function of statistical distribution, statistical ensemble, phase space.*