

УДК 629.3.025.2(045)

О.А. Сущенко, к.т.н., доц.

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ H_∞ -СИНТЕЗУ СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ

Національний авіаційний університет

E-mail: fsu@nau.edu.ua

Розглянуто сучасні методи H_∞ -синтезу робастних регуляторів для систем управління широкого класу. Виконано класифікацію цих методів. Зроблено порівняльний аналіз щодо доцільності їх застосування для проектування систем стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв.

Ключові слова: змішана чутливість, інформаційно-вимірювальні пристрої, прекомпенсатор, посткомпенсатор, системи стабілізації, H_∞ -синтез.

Постановка проблеми

Вибір методу синтезу системи управління будь-якого типу, зокрема системи стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв, залежить від її особливостей та умов експлуатації.

Системи досліджуваного типу характеризуються змінюванням параметрів під час функціонування.

Так, для систем стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв, установлених на наземних рухомих об'єктах, змінюваними параметрами є:

- моменти інерції платформ, на яких розміщуються пристрої;
- коефіцієнти жорсткості пружного зв'язку між виконавчим механізмом та об'єктом стабілізації.

Змінювання цих параметрів впливає на характеристики системи.

Зазвичай системи стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв, експлуатовані на рухомих об'єктах, піддаються дії зовнішніх збурень, зумовлених кутовим рухом об'єкта.

Для систем стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв наземного призначення основним джерелом таких збурень є нерівності рельєфу дороги або місцевості, по якій рухається об'єкт.

Синтез систем стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв доцільно здійснювати на підставі визначення робастних законів стабілізації. Тоді буде можливим забезпечити точнісні характеристики системи за умови наявності невизначеностей у її математичному описі та дії параметричних і зовнішніх збурень.

Аналіз досліджень та публікацій

H_∞ -синтез належить до поширених сучасних засобів проектування робастних систем.

Характеристику методів H_∞ -синтезу наведено у працях [1–6]. Вибір конкретного методу H_∞ -синтезу потребує аналізу особливостей системи та постановки задачі стабілізації.

Мета роботи полягає у класифікації методів H_∞ -синтезу та проведенні порівняльного аналізу для визначення доцільності вибору того чи іншого методу для проектування систем стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв.

Алгоритм H_∞ -синтезу

У загальному випадку синтезована система складається з об'єкта управління та регулятора з матричними передавальними функціями $\mathbf{G}(s)$, $\mathbf{K}(s)$ відповідно, які є дробово-раціональними і правильними.

Узагальнений об'єкт управління являє собою систему з двома входами та виходами.

Вектор \mathbf{w} являє собою зовнішній вхід, який у загальному випадку складається зі збурень, перешкод вимірювань та командних сигналів.

Вхідний вектор \mathbf{u} являє собою сигнали управління.

Вихідний вектор \mathbf{z} визначає якість процесів управління, наприклад, він може являти собою похибку відпрацювання командного сигналу, яка в ідеальному випадку дорівнює нулю.

Вихідний вектор \mathbf{y} являє собою вектор спостережуваних сигналів, які використовуються для організації зворотних зв'язків.

Матриця узагальненого об'єкта управління є такою [2]:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \cdot & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathbf{C}_1 & \cdot & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \cdot & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix}.$$

Проблема проектування H_∞ -регуляторів може бути сформульована у такий спосіб [2].

Для заданого узагальненого об'єкта $\mathbf{G}(s)$ із математичним описом у просторі станів необхідно визначити стабілізуювальний регулятор для об'єкта управління в контурі зворотного зв'язку

$$\mathbf{u}(s) = \mathbf{K}(s)\mathbf{y}(s),$$

який мінімізує H_∞ -норму замкненої передавальної матричної функції

$$\mathbf{T}_{zw}(s) = \mathbf{G}_{11}(s) + \mathbf{G}_{12}(s)(\mathbf{I} - \mathbf{K}(s) \times \mathbf{G}_{22}(s))^{-1} \mathbf{K}(s) \mathbf{G}_{21}(s).$$

Для узагальненої структури системи управління існує стабілізуювальний регулятор $\mathbf{K}(s)$, такий, що $\|\mathbf{T}_{zw}(s)\|_\infty < \gamma$ лише у випадку виконання таких умов [1]:

1) \mathbf{X}_∞ є розв'язок алгебричного рівняння Ріккати:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{X}_\infty + \mathbf{X}_\infty \mathbf{A} + \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 + \mathbf{X}_\infty \times (\gamma^{-2} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T - \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T) \mathbf{X}_\infty = 0,$$

при цьому

$$\operatorname{Re} \lambda_i[\mathbf{A} + (\gamma^{-2} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T - \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T) \mathbf{X}_\infty] < 0, \forall i;$$

2) \mathbf{Y}_∞ є розв'язок алгебричного рівняння Ріккати:

$$\mathbf{A} \mathbf{Y}_\infty + \mathbf{Y}_\infty \mathbf{A}^T + \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T + \mathbf{Y}_\infty \times (\gamma^{-2} \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_2) \mathbf{Y}_\infty = 0,$$

при цьому

$$\operatorname{Re} \lambda_i[\mathbf{A} + \mathbf{Y}_\infty (\gamma^{-2} \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_2)] < 0, \forall i;$$

$$3) \rho(\mathbf{X}_\infty \mathbf{Y}_\infty) < \gamma^2.$$

Уся множина допустимих регуляторів задається виразом

$$\mathbf{K} = F_l(\mathbf{K}_c, Q),$$

де

$$\mathbf{K}_c(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_\infty & -\mathbf{Z}_\infty \mathbf{L}_\infty & \mathbf{Z}_\infty \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{F}_\infty & 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{C}_2 & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_\infty = -\mathbf{B}_2^T \mathbf{X}_\infty;$$

$$\mathbf{L}_\infty = -\mathbf{Y}_\infty \mathbf{C}_2^T;$$

$$\mathbf{Z}_\infty = (\mathbf{I} - \gamma^{-2} \mathbf{Y}_\infty \mathbf{X}_\infty)^{-1};$$

$$\mathbf{A}_\infty = \mathbf{A} + \gamma^{-2} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T \mathbf{X}_\infty + \mathbf{B}_2 \mathbf{F}_\infty + \mathbf{Z}_\infty \mathbf{L}_\infty \mathbf{C}_2;$$

Q – деяка стійка передавальна функція, така, що $\|Q\|_\infty < \gamma$.

Для $Q(s) = 0$ регулятор визначатиметься виразом

$$\mathbf{K}(s) = \mathbf{K}_{c11}(s) = -\mathbf{Z}_\infty \mathbf{L}_\infty (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_\infty)^{-1} \mathbf{F}_\infty.$$

Цей контролер називається центральним. Він має ту ж кількість станів, що й узагальнений об'єкт управління. У ньому можуть бути виділені спостерігач

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_1 \gamma^{-2} \mathbf{B}_1^T \mathbf{X}_\infty \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_2 \mathbf{u} + \mathbf{Z}_\infty \mathbf{L}_\infty (\mathbf{C}_2 \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y})$$

та зворотний зв'язок

$$\mathbf{u} = \mathbf{F}_\infty \hat{\mathbf{x}}.$$

Для пошуку оптимального робастного регулятора використовуються γ -ітерації.

Для визначення γ_{\min} виконують розподіл γ навпіл і потім перевіряють належність отриманого регулятора до множини допустимих.

Класифікація методів H_∞ -синтезу

Методи H_∞ -синтезу можуть бути класифіковані:

- за кількістю ступенів вільності регулятора;
- за способом вибору формування контурів управління, що забезпечують бажані амплітудно-частотні характеристики системи;
- за способом введення вагових передавальних функцій.

Методи H_∞ -синтезу для регуляторів із різною кількістю ступенів вільності визначаються структурою регулятора, оскільки від неї залежить вираз для подання узагальненого об'єкта у вигляді передавальних функцій або у просторі станів, що є основою проведення процедури H_∞ -синтезу автоматизованими засобами розширеного пакету Robust Control (рис. 1).

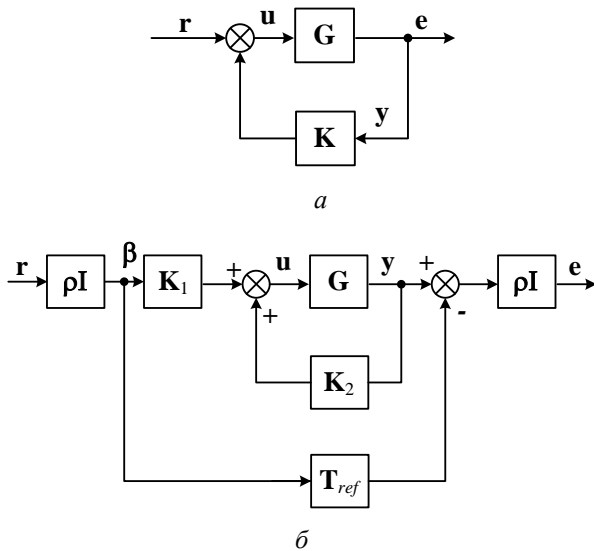


Рис. 1. Структури систем із регуляторами:

a – з одним ступенем вільності;

b – з двома ступенями вільності;

r – командний сигнал;

u – сигнал управління;

y – вимірюваний вихідний сигнал;

e – сигнал похибки

Для регулятора з двома ступенями вільності сигнал управління об'єктом визначається виразом [2]:

$$\mathbf{u} = [\mathbf{K}_1 \ \mathbf{K}_2] \begin{bmatrix} \beta \\ \mathbf{y} \end{bmatrix},$$

де \mathbf{K}_1 – префільтр;

\mathbf{K}_2 – контролер зворотного зв'язку;

β – масштабований еталонний сигнал.

Крім того, для регулятора з двома ступенями вільності вводиться поняття:

– бажаної передавальної функції \mathbf{T}_{ref} , яка обирається проектувальником для формування бажаних амплітудно-частотних характеристик системи;

– скалярної величини ρ , яка використовується проектувальником для вибору моделі, оптимальної з погляду забезпечення робастності.

Якщо для системи з одним регулятором вільності прийняти структуру сигналів збурення та якості управління у вигляді

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \ \mathbf{y} \end{bmatrix},$$

то математичний опис узагальненого об'єкта управління та критерій якості процедури

H_∞ -синтезу для системи з регулятором з одним ступенем вільності можуть бути визначені так:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{G} \\ 0 & \mathbf{I} \\ 0 & \mathbf{G} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{G} \end{bmatrix},$$

$$\min_{\mathbf{K}_{доп}} \left\| \begin{bmatrix} (\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{K})^{-1} \\ \mathbf{K}(\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{K})^{-1} \\ \mathbf{G}\mathbf{K}(\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{K})^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty. \quad (1)$$

Для системи з регулятором із двома ступенями вільності узагальнений об'єкт та критерій якості процедури синтезу можуть бути визначені за виразами:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -\mathbf{T}_{ref} & \mathbf{G} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix};$$

$$\min_{\mathbf{K}_{доп}} \left\| \begin{bmatrix} -\mathbf{T}_{ref} + \mathbf{G}\mathbf{K}_1(\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{K}_2)^{-1} \\ \mathbf{K}_1(\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{K}_2)^{-1} \\ \mathbf{G}\mathbf{K}_1(\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{K}_2)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty. \quad (2)$$

З виразів (1), (2) видно, що до складу критеріїв якості входять показники точності, обмеження енерговитрат сигналу управління та стійкості до збурень, тобто процедура H_∞ -синтезу дозволяє одночасно задовольнити різні вимоги, що надаються до системи.

Перші складові виразів (1), (2) являють собою функції чутливості, другі – функції чутливості управління і треті – функції комплементарної або додаткової чутливості.

Зменшення функції чутливості на низьких частотах призводить до придушення збурень, поліпшення відпрацювання командного сигналу та покращення робастності.

Зменшення функції комплементарної чутливості на високих частотах має запобігти перевищенню енергетичних втрат, дії перешкод вимірювань та втратам робастності.

Отже, ефективним засобом синтезу систем є використання цих функцій як деяких границь, що сприяють отриманню систем із бажаними

характеристиками. Для цього необхідно використовувати вагові передавальні функції.

За способом формування бажаних характеристик синтезованої системи методи H_∞ -синтезу поділяють на засновані на формуванні:

- амплітудно-частотних характеристик системи;
- частотних характеристик її сигналів.

У першому випадку H_∞ -оптимізація використовується для задання сингулярних чисел заданих передавальних функцій. Максимальні сингулярні числа легко сформувані, якщо задати для них певні верхні границі. Такий підхід дозволяє забезпечувати в синтезованих системах бажану смугу пропускання та нахил амплітудно-частотної характеристики.

У другому випадку розглядається задана сукупність вхідних сигналів та мінімізуються деякі задані похибки сигналів. При цьому розглядаються такі вхідні сигнали, як зовнішні збурення, що містять невизначеність, перешкоди вимірювань та командні сигнали.

За способом уведення вагових функцій методи H_∞ -синтезу використовують різні підходи:

- уведення вагових функцій за методом змішаної чутливості;
- уведення прекомпенсаторів та посткомпенсаторів;
- уведення вагових функцій для сигналів системи.

Розширені системи стабілізації показано на рис. 2.

Вагові передавальні функції W_1, W_2, W_3 використовують для зменшення похибки відпрацювання сигналу, обмеження потужності управління та забезпечення робастності системи (рис. 2, а).

Якщо показані на рис. 2, б, W_1, W_2 являють собою прекомпенсатори та посткомпенсатори відповідно, то об'єкт управління з обмеженими амплітудно-частотними характеристиками G_s визначатиметься формулою

$$G_s = W_2 G W_1.$$

На структурній схемі (рис. 2, в) G і G_d являють собою номінальні моделі об'єкта управління та збурення, а K – проєктований регулятор.

Вагові характеристики таких зовнішніх сигналів, як збурення, командний сигнал та перехід вимірювання, W_d, W_i, W_n можуть бути

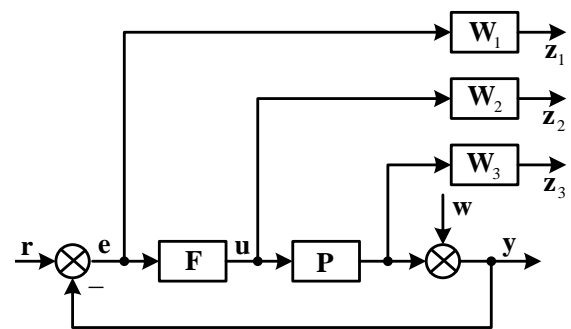
постійними величинами або передавальними функціями (рис. 2, в).

Вагова характеристика W_{ref} являє собою бажану замкнуту передавальну функцію між зваженим командним сигналом r_s та вихідним сигналом системи y . Вагові характеристики W_e та W_d характеризують бажаний частотний спектр похибки

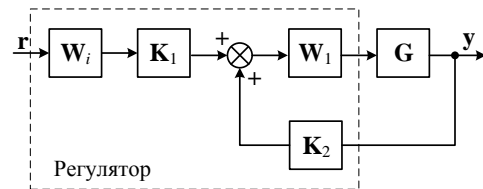
$$z_1 = y - y_{ref}$$

та сигнал управління

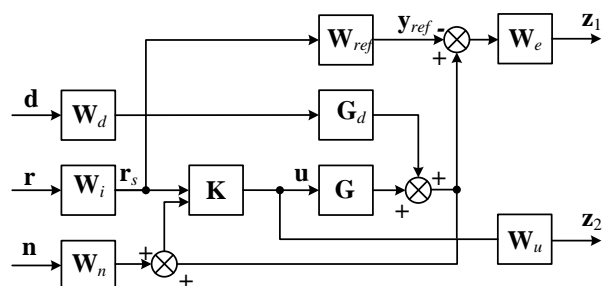
$$z_2 = u.$$



а



б



в

Рис. 2. Способи введення вагових передавальних функцій:

а – за методом змішаної чутливості;

б – використання прекомпенсаторів та посткомпенсаторів;

в – використання вагових функцій для сигналів

Для системи, показаної на рис. 2, в, бажано мінімізувати H_∞ -норму передавальної функції від вхідних сигналів $\mathbf{d}, \mathbf{r}, \mathbf{n}$ до вихідних сигналів $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$ [1]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_e \mathbf{S} & -\mathbf{W}_e \mathbf{S} \mathbf{W}_d & \mathbf{W}_e \mathbf{T} \mathbf{W}_n \\ \mathbf{W}_b \mathbf{K} \mathbf{S} & -\mathbf{W}_b \mathbf{K} \mathbf{S} \mathbf{W}_d & -\mathbf{W}_b \mathbf{K} \mathbf{S} \mathbf{W}_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{d} \\ \mathbf{n} \end{bmatrix},$$

де $\mathbf{S} = (\mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{K})^{-1}$.

Порівняльний аналіз методів H_∞ -синтезу з погляду їх придатності для проектування систем стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв дозволяє зробити такі висновки. Перш за все, доцільно обрати синтез регулятора з двома ступенями вільності, оскільки системи стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв використовують управління як за сигналами зворотних зв'язків, так і за командними сигналами, що призводить до необхідності введення регулятора з двома ступенями вільності.

Щодо способів формування бажаних характеристик системи, то більш доцільно формувати бажані амплітудно-частотні характеристики передавальних функцій системи. Метод синтезу, заснований на аналізі особливостей сигналів системи, добре підходить для розв'язання багаточільових проблем. Але цей метод потребує складного математичного забезпечення, а саме визначення:

- математичної моделі об'єкта управління;
- моделі невизначеності;
- класу вхідних сигналів системи;
- норм похибок сигналів.

При цьому головна увага зосереджується на величині сигналів, а не на характеристиках замкнутих передавальних функцій системи.

У разі використання цього методу вагові характеристики застосовують для опису очікуваного або відомого спектрів частот зовнішніх сигналів та бажаних частотних спектрів сигналів похибок.

Вагові характеристики використовуються також, якщо за модель невизначеності беруть

збурення, яке в цьому випадку має бути нормованим, тобто

$$\|\Delta\|_\infty < 1.$$

Умовою проведення H_∞ -синтезу, як і у випадку методу змішаної чутливості, є стійкість і правильність вагових характеристик.

Щодо введення вагових передавальних функцій, то доцільність використання методу змішаної чутливості або пре- та посткомпенсаторів визначається виходячи з умов конкретної проблеми.

У багатьох випадках метод використання пре- та посткомпенсаторів має переваги в тому, що дозволяє врахувати передавальні функції, отримані в результаті експериментальних досліджень системи-аналога. Отже, він має деякі переваги за умов наявності такого аналога.

Вибір вагових передавальних функцій є неоднозначною задачею, яка потребує для свого розв'язання використання евристичних методів, наприклад, методу спроб та похибок, які враховують досвід проектувальника системи.

Висновки

Виконано класифікацію методів H_∞ -синтезу. На підставі порівняльного аналізу надано рекомендації до використання таких методів для проектування систем стабілізації інформаційно-вимірювальних пристроїв.

Література

1. Skogestad S. Multivariable Feedback Control / S. Skogestad, I. Postlethwaite. – New York: John Wiley, 1997. – 559 p.
2. Gu D. Robust Control Design with MATLAB / D. Gu, P. Petkov, M. Konstantinov. – London: Springer-Verlag, 2005. – 389 p.
3. Bosgra O.H. Design Methods for Control Systems / O.H. Bosgra, H. Kwakernaak, G. Meinsma // Notes for a course of the Dutch Institute of Systems and Control. – 2005. – 319 p.
4. Zhou K. Essentials of robust control / K. Zhou, J.C. Doyle. – Oxford: Prentice-Hall, 1999. – 411 p.
5. Burns R.S. Advanced Control Engineering Oxford / R.S. Burns. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001. – 450 p.
6. Pedrych W. Robust Control Design An optimal approach / W. Pedrych. – New York: John Wiley, 2007. – 364 p.

Стаття надійшла до редакції 28.02.2012.