

УДК 656.71.057:621.31(045)

<sup>1</sup>В.М. Казак, д.т.н., проф.<sup>2</sup>Л.В. Новачук, асп.

## СИНТЕЗ АЛГОРИТМІВ БАГАТОКАНАЛЬНИХ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯ У ВІДМОВНИХ СИТУАЦІЯХ

<sup>1,2</sup>Національний авіаційний університет<sup>1</sup>E-mail: profkazak@ukr.net<sup>2</sup>E-mail: novachuk\_liliya@ukr.net

Розглянуто багатоканальну систему електроживлення аеродромного світлосигнального комплексу у відмовних ситуаціях. Проведено синтез алгоритмів ідентифікації для параметричної змінної, яка подана трьома моделями.

**Ключові слова:** аеродромний світлосигнальний комплекс, багатоканальна система, система електроживлення.

### Постановка проблеми

У сучасних системах електроживлення аеродромного світлосигнального комплексу (АСК) розповсюджені двоканальні джерела живлення:

- головне – лінії електропередач (ЛЕП);
- допоміжне – дизель-генератор [1; 2].

Збільшення кількості гомогенних і негетерогенних джерел енергії, дія яких заснована на різних фізичних принципах, покращують технічні характеристики системи живлення. Це підвищує надійність та живучість системи, оскільки вихід із ладу одного з джерел енергії не призводить до відмови системи живлення в цілому й не має затримки під час перемикання джерел.

Оцінювання стану системи істотно ускладнюється, якщо в системі з'являються відмови й пошкодження.

**Мета роботи** – синтез алгоритмів ідентифікації стану системи електроживлення АСК для випадків, коли параметрична змінна є:

- послідовністю, яка не змінюється на інтервалі часу спостереження;
- послідовністю незалежних на кожному кроці випадкових величин;
- послідовністю, яка являє собою марковський ланцюг.

### Алгоритм ідентифікації

Для випадку, коли параметрична змінна  $\gamma_i(k)$ , що описує статистичні характеристики відмов у кожному з каналів системи, не змінюється на інтервалі часу спостереження, припустимо, що

$$\gamma_i(k) = \gamma_i$$

є випадковою величиною, що не залежить від  $k$ :

$$\gamma_i = \begin{cases} 1 & \text{з імовірністю } q_i; \\ \sigma_i & \text{з імовірністю } 1 - q_i. \end{cases} \quad (1)$$

Запис (1) означає, що кожен із каналів на момент початку роботи системи живлення знаходиться або у справному стані, або у стані відмови. Така ситуація можлива в багатоканальній системі живлення, коли в одному з каналів немає струму. Для таких випадків апостеріорна густина ймовірності вектора стану, що оцінюється, може бути подана:

$$\begin{aligned} f[x(k)/Y_1^k] &= M_{\gamma} \left\{ f[x(k)/\Gamma(k), Y_i^k/Y_i^k] \right\} \\ &= \sum_{i_1=1}^{\sigma_1} \sum_{i_2=2}^{\sigma_2} \cdots \sum_{i_M=1}^{\sigma_M} f[x(k)/\gamma_1 = i_1, \gamma_2 = i_2, \dots, \gamma_M = \\ &= i_M, Y_1^k] P[\gamma_1 = i_1, \gamma_2 = i_2, \dots, \gamma_M = i_M / Y_1^k], \end{aligned}$$

$$i, i_j = 1, \sigma_j; \quad j = 1, M,$$

де  $f[x(k)/\cdot]$  – умовна густина ймовірностей  $x(k)$  для конкретної реалізації матриці  $\Gamma(k)$ , що описує поточний стан працездатності окремих каналів;

$P[\cdot/\gamma_1^k]$  – імовірність цієї реалізації, визначеної з урахуванням даних  $Y_1^k$ , що надходять.

Отже, оптимальна оцінка вектора стану системи живлення для даного випадку визначається:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k/k) &= \sum_{i_1=1}^{\sigma_1} \sum_{i_2=1}^{\sigma_2} \cdots \sum_{i_M=1}^{\sigma_M} \hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) \times \\ &\times p(i_1, i_2, \dots, i_M / k), \end{aligned} \quad (2)$$

часткова оцінка вектора стану системи живлення  $x(k)$  для конкретної відмови, що виникла в каналах живлення:

$$\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) = \hat{x}(k/\gamma_1 = i_1, \gamma_2 = i_2, \dots, \gamma_M = i_M, Y_1^k),$$

апостеріорна імовірність цієї реалізації:

$$p(i_1, i_2, \dots, i_M / k) = P \left[ \bigcap_{j=1}^M \gamma_j = i_j, \gamma_2 = i_2, \dots, \gamma_M = i_M, Y_1^k \right]$$

Якщо припустити, що випадкові процеси  $w(k)$  і  $V(k)$  є гауссівськими, то часткові оцінки  $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k)$  можна визначити за формулою [3]:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) &= \Phi(k, k-1) \hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k-1/k-1) + \\ &+ \sum_{j=1}^M K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) H_j^T(k) [i_j^2 R_{ij}(k)]^{-1} [y_j(k) - \\ &- H_j(k) \Phi(k, k-1) \hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k-1/k-1)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Кореляційна матриця помилок ідентифікації для часткових оцінок

$$\begin{aligned} K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) &= M \{ x(k) - \hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) \} \times \\ &\times [x(k) - \hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k)]^T \} \end{aligned}$$

обчислюється за формулою

$$\begin{aligned} K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) &= K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k-1) \times \\ &\times \left\{ I + \sum_{j=1}^M H_j^T(k) [i_j^2 R_{ji}(k)]^{-1} H_j(k) K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k-1) \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k-1)$  – кореляційна матриця часткових помилок інтерполяції:

$$\begin{aligned} K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k+1/k) &= \Phi(k+1/k) \times \\ &\times K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) \Phi^T(k+1/k) + Q(k). \end{aligned} \quad (5)$$

Апостеріорні ймовірності конкретної ідентифікації справного стану каналів живлення АСК  $p(i_1, i_2, \dots, i_M / k)$  можна отримати в рекурентній формі [3; 4]:

$$\begin{aligned} p(i_1, i_2, \dots, i_M / k) &= [f[y(k) / \gamma_1 = i_1, \gamma_2 = i_2, \dots, \gamma_M = \\ &= i_M, Y_1^{k-1}] p(i_1, i_2, \dots, i_M / k-1)] / \left[ \sum_{i_1=1}^{\sigma_1} \sum_{i_2=2}^{\sigma_2} \dots \right. \\ &\dots \left. \sum_{i_M=1}^{\sigma_M} f[y(k) / \gamma_1 = i_1, \gamma_2 = i_2, \dots, \gamma_M = \right. \\ &= i_M, Y_1^{k-1}] p(i_1, i_2, \dots, i_M / k-1), \end{aligned} \quad (6)$$

де умовна густина ймовірності  $f[y(k) / \cdot]$  є гауссівською.

Апостеріорна імовірність конкретної ідентифікації станів справності каналів живлення

$p(i_1, i_2, \dots, i_M / k)$  обчислюється за наявності початкових умов:

$$p(i_1, i_2, \dots, i_M / 0) = \prod_{j=1}^M q_j^{i_j^*} (1 - q_j)^{1 - i_j^*}, \quad (7)$$

де  $i_j^* = 1$ , якщо справний стан  $j$ -го каналу ( $\gamma_j = 1$ ) живлення,

$i_j^* = 0$ , якщо в  $j$ -му каналі відмова ( $\gamma_j = \sigma_j$ ), тобто:

$$i_j^* = \begin{cases} 1, & \text{якщо справний стан } j\text{-го каналу живлення;} \\ \sigma_j, & \text{якщо є відмова в } j\text{-му каналі живлення.} \end{cases} \quad (8)$$

З аналізу залежностей (2)–(8) можна зробити висновок, що алгоритм ідентифікації в розглянутому випадку складається з вагового підсумування часткових оцінок  $\hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k)$ , одержуваних на виході багатоканальних ідентифікаторів (фільтрів).

Вагові коефіцієнти, які дорівнюють апостеріорним імовірностям відповідних комбінацій, визначаються в цьому випадку за формулою (6).

Для обчислення кореляційної матриці підсумкових похибок ідентифікації використовується залежність [5]:

$$\begin{aligned} K(k/k) &= M \left\{ [x(k) - \hat{x}(k/k)] [x(k) - \hat{x}(k/k)]^T / Y_1^k \right\} \\ &= \sum_{i_1=1}^{\sigma_1} \sum_{i_2=2}^{\sigma_2} \dots \sum_{i_M=1}^{\sigma_M} \{ K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) + \\ &- \hat{x}(k/k) \} [K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) - \hat{x}(k/k)]^T \} \times p(i_1, i_2, \dots, i_M / k). \end{aligned} \quad (9)$$

Отриманий алгоритм ідентифікації є нелінійним унаслідок залежності апостеріорних імовірностей  $p(i_1, i_2, \dots, i_M / k)$  від реалізації  $Y(k)$ .

Як приклад застосування отриманих теоретичних результатів розглянемо традиційну штатну двоканальну систему живлення АСК «ЛЕП – дизель – генератор», яка є типовою для більшості аеропортів України. Така динамічна система першого порядку описується рівнянням стану

$$x(k+1) = \alpha x(k) + w(k). \quad (10)$$

Кожен із каналів живлення може знаходитись у справному стані з імовірністю  $q_j$  ( $\gamma_j = 1$ ),  $j = 1, 2$ , й у стані відмови з імовірністю  $1 - q_j$  ( $\gamma_j = \sigma$ ),  $j = 1, 2$ . З урахуванням рівняння (10) спостережень двоканальної системи живлення АСК набуває вигляду:

$$Y(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1(k) \\ H_2(k) \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1(k) \\ V_2(k) \end{bmatrix}.$$

Відповідно до залежності (2) запишемо рівняння для оцінки:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k/k) &= \sum_{i_1=1}^{\alpha} \sum_{i_2=2}^{\alpha} \hat{x}_{i_1, i_2}(k/k) p(i_1, i_2/k) = \\ &= \hat{x}_{11}(k/k) p(1, 1/k) + \hat{x}_{1\sigma}(k/k) p(1, \sigma/k) + \\ &+ \hat{x}_{\sigma 1}(k/k) p(\sigma, 1/k) + \hat{x}_{\sigma\sigma}(k/k) p(\sigma, \sigma/k), \end{aligned} \quad (11)$$

де індекси 1,  $\sigma$  – вказують на відповідний стан системи живлення АСК:

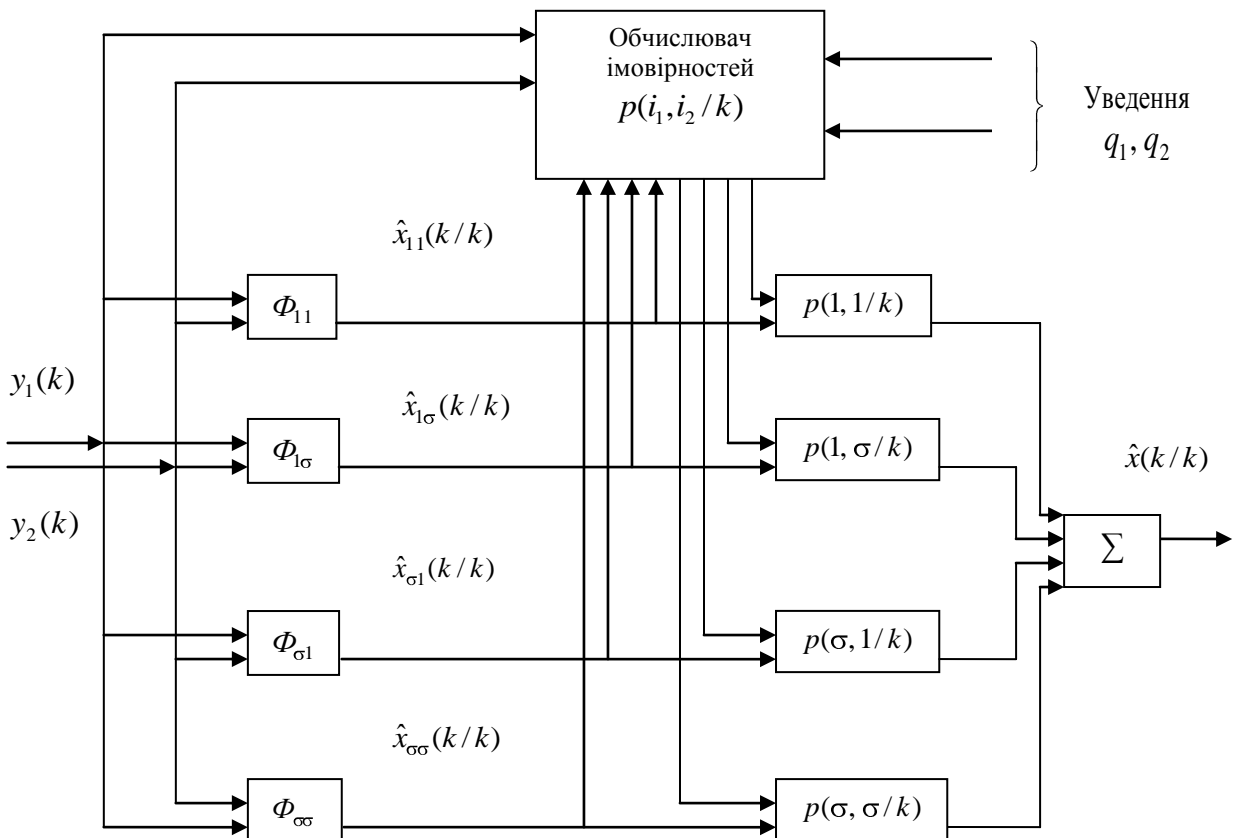
- 11 – двоканальна система є справною у цілому;
- 1  $\sigma$  – перший канал є справним, другий відмовив;
- $\sigma$  1 – перший канал відмовив, другий є справним;
- $\sigma \sigma$  – обидва канали відмовили.

Згідно зі співвідношенням (11) побудовано структурну схему ідентифікатора (див. рисунок).

Ідентифікатор складається з чотирьох блоків  $\Phi_{11}, \Phi_{1\sigma}, \Phi_{\sigma 1}, \Phi_{\sigma\sigma}$ , кожен з яких є узгодженим з визначною комбінацією можливих станів каналів живлення АСК, тобто є комбінацією справних каналів та таких, що відмовили. На виході вказаних блоків отримуються частинні оцінки  $\hat{x}_{11}(k/k), \hat{x}_{1\sigma}(k/k), \hat{x}_{\sigma 1}(k/k), \hat{x}_{\sigma\sigma}(k/k)$ , які для визначення підсумкової оцінки  $\hat{x}(k/k)$  підсумовуються з урахуванням вагових коефіцієнтів.

Частинні оцінки  $\hat{x}_{i_1, i_2}(k/k)$  визначаються з використанням формули (3):

$$\begin{aligned} \hat{x}_{i_1, i_2}(k/k) &= \alpha \hat{x}_{i_1, i_2}(k-1/k-1) + K_{i_1, i_2}(k/k) \times \\ &\times \sum_{j=1}^2 \frac{H_j}{i_j^2 R_{jj}} [y_j(k) - \alpha \hat{x}_{i_1, i_2}(k-1/k-1)], \\ i_1, i_2 &= 1, \sigma. \end{aligned}$$



Структурна схема ідентифікатора

У свою чергу кореляційна матриця визначається з урахуванням виразів (4) та (5):

$$K_{i_1 i_2}(k/k) = \frac{\alpha^2 K_{i_1 i_2}(k-1/k-1) + Q}{1 + \left( \frac{H_1^2}{i_1^2 R_{11}} + \frac{H_2^2}{i_2^2 R_{22}} \right) [\alpha^2 K_{i_1 i_2}(k-1/k-1) + Q]}$$

$i_1, i_2 = 1, \sigma$ .

У разі виникнення відмови у каналах I чи II  $\sigma \gg 1$ , тому відповідний  $j$ -й ( $j=1, 2$ ) коефіцієнт підсилення  $K_{i_1 i_2}(k/k) H_j / i_j R_{jj}$  зменшується і, якщо  $\sigma \rightarrow \infty$ , відповідний коефіцієнт підсилення спрямовується до нуля. Отже, один із двох або обидва канали (одночасна відмова двох каналів) виявляються розмікненими.

Апостеріорна ймовірність відповідної комбінації станів каналів живлення АСК з урахуванням виразу (6) розраховується так [3]:

$$p(i_1, i_2 / k) = \mathbb{I}(k) \mathbb{I}_{\gamma_1 = i_1, \gamma_2 = i_2, Y_1^{k-1}} \bar{p}(i_1, i_2 / k-1) \times \{ f \mathbb{I}(k) / \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1, Y_1^{k-1} \bar{p}(1, 1 / k-1) + f \mathbb{I}(k) / \gamma_1 = 1, \gamma_2 = \sigma, Y_1^{k-1} \bar{p}(1, \sigma / k-1) + f \mathbb{I}(k) / \gamma_1 = \sigma, \gamma_2 = 1, Y_1^{k-1} \bar{p}(\sigma, 1 / k-1) + f \mathbb{I}(k) / \gamma_1 = \sigma, \gamma_2 = \sigma, Y_1^{k-1} \bar{p}(\sigma, \sigma / k-1) \}^{-1}, \quad (12)$$

$i_1, i_2 = 1, \sigma$ .

Густина ймовірностей, що входять до складу виразу (12), являють собою двомірні гауссівські густини, параметри яких визначаються загальним співвідношенням [6]:

$$f[y(k) / \gamma_1 = i_1, \gamma_2 = i_2, \dots, \gamma_M = i_M, Y_1^{k-1}] = N \times \mathbb{H}(k) \Phi(k/k-1) \hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k-1/k-1), \\ H(k) K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k-1) H^T(k) + \Gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k) R(k) \Gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^T(k), \quad (13)$$

де  $\Gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k)$  – конкретна реалізація випадкової матриці параметричних змінних  $\Gamma(k)$ .

У нашому випадку експлуатації двоканальної системи живлення АСК «ЛЕП – дизель – генератор» значення густини  $f[y(k)/\dots]$  для конкретної реалізації спостережень  $y_1(k)$  та  $y_2(k)$  (див. рисунок) набуває вигляду:

$$f[y(k) / \gamma_1 = i_1, \gamma_2 = i_2, Y_1^{k-1}] = f[y_1(k), y_2(k) / \gamma_1 = i_1, \gamma_2 = i_2, Y_1^{k-1}] = \frac{1}{2\pi \sum_1(i_1, i_2) \sum_2(i_1, i_2) \sqrt{1 - \rho_{i_1, i_2}^2}} \times \exp \{ -0,5 [ \sum_2^2(i_1, i_2) (y_1(k) - H_1 \alpha \hat{x}_{i_1, i_2}(k-1)/k-1) )^2 - 2 \sum_1(i_1, i_2) \rho_{i_1, i_2} (y_1(k) - H_1 \alpha \hat{x}_{i_1, i_2} \times (k-1)/k-1) y_2(k) - H_2 \alpha \hat{x}_{i_1, i_2}(k-1)/k-1) + \sum_1^2(i_1, i_2) (y_2(k) - H_2 \alpha \hat{x}_{i_1, i_2}(k-1)/k-1) )^2 ] \} \times [ \sum_1^2(i_1, i_2) \sum_2^2(i_1, i_2) (1 - \rho_{i_1, i_2}^2) ]^{-1}, \quad (14)$$

$i_1, i_2 = 1, \sigma$ ,

де для скорочення введені такі позначення:

$$\sum_1^2(i_1, i_2) = H_1^2 K_{i_1, i_2}(k/k-1) + i_1^2 R_{11}, \quad i_1, i_2 = 1, \sigma; \quad (15)$$

$$\sum_2^2(i_1, i_2) = H_2^2 K_{i_1, i_2}(k/k-1) + i_2^2 R_{22},$$

$i_1 = i_2 = 1, \sigma$ ;

$$\rho_{i_1, i_2} = \frac{H_1 H_2 K_{i_1, i_2}(k/k-1)}{\sum_1(i_1, i_2) \sum_2(i_1, i_2)}, \quad (16)$$

$i_1, i_2 = 1, \sigma$ .

Коефіцієнт  $\rho_{i_1, i_2}$  в рівнянні (16) характеризує кореляційний зв'язок між спостереженнями  $y_1(k)$  та  $y_2(k)$ .

Кореляційну матрицю похибок ідентифікації на підставі залежності (9) задамо у вигляді:

$$K(k/k) = \{ K_{11}(k/k) + [\hat{x}_{11}(k/k) - \hat{x}(k/k)]^2 \} p(1, 1/k) + \{ K_{1\sigma}(k/k) + [\hat{x}_{1\sigma}(k/k) - \hat{x}(k/k)]^2 \} p(1, \sigma/k) + \{ K_{\sigma 1}(k/k) + [\hat{x}_{\sigma 1}(k/k) - \hat{x}(k/k)]^2 \} p(\sigma, 1/k) + \{ K_{\sigma\sigma}(k/k) + [\hat{x}_{\sigma\sigma}(k/k) - \hat{x}(k/k)]^2 \} p(\sigma, \sigma/k). \quad (17)$$

Початковими умовами для матриці (17) є:

$$p(1, 1/0) = q_1 q_2;$$

$$p(1, \sigma/0) = q_1 (1 - q_2);$$

$$p(\sigma, 1/0) = (1 - q_1) q_2;$$

$$p(\sigma, \sigma/0) = (1 - q_1) (1 - q_2).$$

Для випадку, коли параметрична змінна  $\gamma_j(k)$  є послідовністю незалежних на кожному кроці випадкових величин, параметрична змінна  $\gamma_j(k)$  набуває незалежні значення 1 та  $\sigma_j$  на кожному

кроці розпізнавання з імовірностями  $q_1(k)$  та  $1 - q_1(k)$  відповідно.

Випадкова матриця  $\Gamma(k)$  при цьому залежить від  $k$ .

Апостеріорна щільність розподілу ймовірностей вектора стану, що ідентифікується, з урахуванням властивості згладжування умовного середнього має вигляд [4]:

$$f[x(k)/Y_1^k] = M_{\gamma} \{ f[x(k)/\gamma^*(k), \gamma^*(k-1), \dots, \gamma^*(1), Y_1^k] \}, \quad (18)$$

де  $\gamma^*(k) = [\gamma_1(k), \gamma_2(k), \dots, \gamma_M(k)]^T$  – вектор, що характеризує стан каналів живлення АСК на кожному кроці ідентифікації.

Реалізація операції усереднення в рівнянні (18) передбачає підсумування за всіма  $j = 1, M$  каналами та по всім  $k$  крокам.

Така операція потребує нескінченно зростаючого об'єму пам'яті, що є суттєвим недоліком алгоритму.

Тому доцільно використовувати його спрощений варіант на основі припущення про гауссів розподіл оцінок екстраполяції:

$$f[x(k)/Y_1^{k-1}] = N\{x(k/k-1)K(k/k-1)\},$$

де  $N$  – кількість елементів у послідовності.

Отже, вираз для апостеріорної ймовірності має вигляд:

$$f[x(k)/Y_1^k] \approx \sum_{i_1=1}^{\sigma_1} \sum_{i_2=1}^{\sigma_2} \dots \sum_{i_M=1}^{\sigma_M} f[x(k)/\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^k] p(i_1, i_2, \dots, i_M / k).$$

Для визначення густини можна застосувати формулу Баєса, подану в рекурентній формі [5]:

$$f[x(k)/\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^k] = \frac{f[y(k)/\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), x(k)] f[x(k)/Y_1^{k-1}]}{f[y(k)/\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^{k-1}]},$$

де  $f[x(k)/Y_1^{k-1}]$  – гауссівська щільність із відомими параметрами.

Апостеріорні ймовірності різноманітних комбінацій станів справності каналів живлення АСК  $p(i_1, i_2, \dots, i_M / k)$  також можна обчислити рекурентною залежністю [3]:

$$p(i_1, i_2, \dots, i_M / k) = \frac{f[y(k)/\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^{k-1}] p[\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^{k-1}]}{\sum_{i_1=1}^{\sigma_1} \dots \sum_{i_M=1}^{\sigma_M} f[y(k)/\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^{k-1}] p[\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^{k-1}]} = \frac{f[y(k)/\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^{k-1}] \prod_{j=1}^M q_j^{i_j} (1-q_j)^{1-i_j}}{\sum_{i_1=1}^{\sigma_1} \sum_{i_2=1}^{\sigma_2} \dots \sum_{i_M=1}^{\sigma_M} f[y(k)/\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^{k-1}] \prod_{j=1}^M q_j^{i_j} (1-q_j)^{1-i_j}} \quad (19)$$

При використанні залежності Баєса (19) приймалась гіпотеза незалежності  $P[\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^{k-1}]$  від вектора спостережень  $Y_1^{k-1}$ . Ця ймовірність визначається за теоремою множення ймовірностей з урахуванням, що ці ймовірності характеризують стан окремих каналів електроживлення.

Отже, оцінку  $\hat{x}(k/k)$  з урахуванням залежностей (3), (19) та зробленими припущеннями можна визначити так:

$$\hat{x}(k/k) = \sum_{i_1=1}^{\sigma_1} \sum_{i_2=1}^{\sigma_2} \dots \sum_{i_M=1}^{\sigma_M} \hat{x}_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) p(i_1, i_2, \dots, i_M / k) = \Phi(k/k-1) \hat{x}(k-1/k-1) + \sum_{j=1}^M \left\{ \sum_{i_1=1}^{\sigma_1} \sum_{i_2=1}^{\sigma_2} \dots \sum_{i_M=1}^{\sigma_M} K_{i_1, i_2, \dots, i_M}(k/k) \times \right. \\ \left. \times H_j^T(k) [i_j^2(k) R_{jj}(k)]^{-1} p(i_1, i_2, \dots, i_M / k) [y_j(k) - H_j(k) \Phi(k/k-1) \hat{x}(k-1/k-1)] \right\}; \quad (20)$$

$i_j = 1, \sigma; j = 1, M.$

У формулі (20) залежність ймовірності  $p(i_1, i_2, \dots, i_M / k)$  від вектора спостережень  $y(k)$  має нелінійний характер.

Імовірності  $p(i_1, i_2, \dots, i_M / k)$  у формулі (20) обчислюються у процесі ідентифікації на підставі вхідних й раніше отриманих оцінок, що потрібні при визначенні густини ймовірностей

$$f[y(k)/\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^{k-1}] \text{ у точці}$$

$$y(k) = [y_1^T(k) : y_2^T(k) : \dots : y_M^T(k)]^T$$

відповідно до залежності (7). Для цього можна використовувати «оновлюючі» процеси кожного з каналів живлення.

Кореляційну матрицю помилок ідентифікації можна визначити за залежністю (9), яка є справедливою й для цієї моделі  $\gamma_i(k)$ .

Для комплексованих систем живлення АСК прогнозування їх стану доцільно розглянути випадок, коли параметрична змінна  $\gamma_i(k)$  у кожному каналі живлення створює марковський ланцюг з двома станами: 1 та  $\sigma$ . У цьому випадку матриця перехідних імовірностей станів для  $j$ -го каналу живлення має вигляд [5]:

$$P_n^{(j)} = \begin{bmatrix} P_{\sigma\sigma}^{(j)} & P_{\sigma 1}^{(j)} \\ P_{1\sigma}^{(j)} & P_{11}^{(j)} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Матриця (21) передбачається відомою, а послідовність  $\gamma_i(k)$  у кожному каналі є незалежними одна від одної, тобто

$$M[\gamma_i \gamma_j] = \delta(je).$$

Процедура синтезу субоптимального для цього випадку ідентифікатора за аналогією з зазначеним веде до алгоритму розпізнавання подібному (20). Відмінність алгоритму полягає у тому, що апостеріорна ймовірність  $p(i_1, i_2, \dots, i_M / k)$  визначається з урахуванням статистичної залежності каналів живлення на сусідніх кроках. Вираз для апостеріорних імовірностей  $p(i_1, i_2, \dots, i_M / k)$  складемо на основі залежності [3]:

$$\begin{aligned} & P[\overline{G_i(k) / Y_1^k}] = \\ & = \frac{f[y(k) / \overline{G_i(k)}, Y_1^{k-1}] P_{ij}}{\sum_{n \in \Omega_k} [y(k) / \overline{G_n(k)}, Y_1^{k-1}] P[\overline{G_n(k)}, Y_1^{k-1}]} \times \\ & \times P[\overline{G_j(k-1) / Y_1^{k-1}}], \end{aligned} \quad (22)$$

де  $f[y(k) / \overline{G_i(k)}, Y_1^{k-1}]$  – умовна щільність розподілу ймовірності спостережень  $y(k)$  параметричного процесу  $\overline{G_i(k)}$ .

Отже, розрахунок апостеріорних імовірностей  $p(-)$  з урахуванням (22) можна здійснювати за формулою

$$\begin{aligned} & p(i_1, i_2, \dots, i_M / k) = \\ & = \frac{f[y(k) / \gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^{k-1}] P[\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k) / Y_1^{k-1}]}{\sum_{i_1=1}^{\sigma_1} \sum_{i_2=1}^{\sigma_2} \dots \sum_{i_M=1}^{\sigma_M} f[y(k) / \gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k), Y_1^{k-1}] P[\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k) / Y_1^{k-1}]} \end{aligned} \quad (23)$$

У виразі (23) імовірність  $P[\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k) / Y_1^{k-1}]$  обчислюється виходячи з таких припущень:

$$\begin{aligned} & P[\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k) / Y_1^{k-1}] = P[\gamma_1(k) = i_1, \gamma_2(k) = \\ & = i_2, \dots, \gamma_M(k) = i_M / Y_1^{k-1}], \\ & i = 1, \sigma, j = \overline{1, M}. \end{aligned}$$

Оскільки за визначенням послідовності  $\gamma_j(k)$  у всіх каналах живлення є незалежними між собою, то

$$\begin{aligned} & P[\gamma_1(k) = i_1, \gamma_2(k) = i_2, \dots, \gamma_M(k) = i_M / Y_1^{k-1}] = \\ & = \prod_{j=1}^M P[\gamma_j(k) = i_j / Y_1^{k-1}]. \end{aligned}$$

Використовуючи в подальшому марковську властивість  $j$ -ї послідовності  $\gamma(k)$  отримуємо:

$$\begin{aligned} & P[\gamma_j(k) = i_j, / Y_1^{k-1}] = \\ & = \sum_{n=1, \sigma} P_{ij}^{(j)} n P[\gamma_j(k-1) = n / Y_1^{k-1}], \end{aligned}$$

де  $P_{ij}^{(j)}$ ,  $n$ ,  $(i_j = 1, \sigma)$  – елементи перехідної матриці  $j$ -ї послідовності.

Отже, остаточний вираз для ймовірності  $P[\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k) / Y_1^{k-1}]$ , що входить до залежності (23) можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} & P[\gamma_{i_1, i_2, \dots, i_M}^*(k) / Y_1^{k-1}] = \\ & = \prod_{j=1}^M \sum_{n=1, \sigma} P_{ij}^{(j)} n P[\gamma_j(k-1) = \\ & = n / Y_1^{k-1}], \\ & j = 1, \sigma, j = \overline{1, M}. \end{aligned} \quad (24)$$

Імовірності станів окремих каналів живлення АСК на попередньому  $(k-1)$  кроці  $P[\gamma_j(k-1) = i_j / Y_1^{k-1}]$  припускаються відомими.

Перевіримо отримані співвідношення (23) та (24) на прикладі двоканальної системи живлення «ЛЕП – дизель – генератор». Припустимо, що матриці перехідних імовірностей для кожного каналу живлення  $P_n^{(j)}$ ,  $j = \overline{1, 2}$  відомі.

Відповідно до співвідношення (24) імовірності комбінацій станів працездатності окремих каналів живлення на цьому кроці, що є обчисленими на підставі спостережень  $Y_1^{k-1}$ , отриманих впритул до попереднього кроку включно, можуть бути подані так [3]:

$$\begin{aligned}
 & P[\gamma_1(k)=1, \gamma_2(k)=1/Y_1^{k-1}] = \\
 & = \sum_{n=1, \sigma} P_{1n}^{(1)} P[\gamma_1(k-1)=n/Y_1^{k-1}] \times \\
 & \times \sum_{n=1, \sigma} P_{1n}^{(2)} P[\gamma_2(k-1)=n/Y_1^{k-1}]; \\
 & P[\gamma_1(k)=1, \gamma_2(k)=\sigma/Y_1^{k-1}] = \\
 & = \sum_{n=1, \sigma} P_{1n}^{(1)} P[\gamma_1(k-1)=n/Y_1^{k-1}] \times \\
 & \times \sum_{n=1, \sigma} P_{\sigma n}^{(2)} P[\gamma_2(k-1)=n/Y_1^{k-1}]; \\
 & P[\gamma_1(k)=\sigma, \gamma_2(k)=1/Y_1^{k-1}] = \\
 & = \sum_{n=1, \sigma} P_{\sigma n}^{(1)} P[\gamma_1(k-1)=n/Y_1^{k-1}] \times \\
 & \times \sum_{n=1, \sigma} P_{1n}^{(2)} P[\gamma_2(k-1)=n/Y_1^{k-1}]; \\
 & P[\gamma_1(k)=\sigma, \gamma_2(k)=\sigma/Y_1^{k-1}] = \\
 & = \sum_{n=1, \sigma} P_{\sigma n}^{(1)} P[\gamma_1(k-1)=n/Y_1^{k-1}] \times \\
 & \times \sum_{n=1, \sigma} P_{\sigma n}^{(2)} P[\gamma_2(k-1)=n/Y_1^{k-1}].
 \end{aligned}$$

У подальшому за формулою (13) й з урахуванням залежностей (14), (15) обчислимо умовні густини ймовірності:

$$\begin{aligned}
 & f[y(k)/\gamma_1(k)=1, \gamma_2(k)=1, Y_1^{k-1}]; \\
 & f[y(k)/\gamma_1(k)=1, \gamma_2(k)=\sigma, Y_1^{k-1}]; \\
 & f[y(k)/\gamma_1(k)=\sigma, \gamma_2(k)=1, Y_1^{k-1}]; \\
 & f[y(k)/\gamma_1(k)=\sigma, \gamma_2(k)=\sigma, Y_1^{k-1}].
 \end{aligned}$$

Отже, отримавши умовні густини ймовірностей, розраховуємо відповідно до формули (21) остаточні значення апостеріорних імовірностей  $p(1, 1/k)$ ,  $p(1, \sigma/k)$ ,  $p(\sigma, 1/k)$ ,  $p(\sigma, \sigma/k)$ .

### Висновки

Визначено, що параметрична змінна  $\gamma_i(k)$ , що описує статистичні характеристики відмов у кожному з каналів системи живлення, для багатоканальної системи електроживлення може бути подана трьома моделями. Розроблено та проведено синтез алгоритмів ідентифікації для трьох випадків:

- параметрична змінна  $\gamma_i(k)$  не змінюється на інтервалі часу спостереження;
- параметрична змінна є послідовністю незалежних на кожному кроці випадкових величин;
- параметрична змінна являє собою марковський ланцюг.

### Література

1. *Величко Ю.К.* Электроснабжение аэропортов: учеб. пособие / Ю.К. Величко. – К.: КИИГА, 1996. – 132 с.
2. *Международная организация гражданской авиации.* Руководство по проектированию аэродромов. Ч. 5. Электрические системы / Doc 9157-AN/901 P.5. – 1-е изд. – Монреаль: ИКАО, 1997. – 96 с.
3. *Скляревич А.Н.* Линейные системы с возможными нарушениями / А.Н. Скляревич. – М.: Наука, 1975. – 353 с.
4. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. – 5-е изд. / Е.С. Вентцель. – М.: Высш. шк., 1998. – 576 с.
5. *Гладков Д.И.* Вероятностные основы систем авиационного вооружения / Д.И. Гладков, В.Б. Монсик, С.С. Троицкий. – М.: ВВИА им. М.Е. Жуковского, 1976. – 445 с.
6. *Казак В.М.* Системні методи відновлення живучості літальних апаратів в особливих ситуаціях у польоті / В.М. Казак. – К.: НАУ-друк, 2010. – 284 с.

Стаття надійшла до редакції 31.01.2012.