

## КОЛИВАННЯ ЛОПАТЕЙ РОТОРІВ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК ПРИ СКЛАДНОМУ ОБЕРТАННІ

Доктор технічних наук Гуляєв В.І.,  
кандидат технічних наук Гловач Л.В.

*Досліджується напружено-деформований стан та коливання пружної консольної лопаті ротора вітроенергетичної установки, що обертається з постійною кутовою швидкістю, обумовлені поворотом осі обертання. Побудовані диференціальні рівняння, які описують пружні взаємопов'язані згинні та поздовжні коливання лопаті ротора, обумовлені дією переносних, відносних і коріолісових сил інерції. Приведені результати розрахунків для різних співвідношень кутової швидкості власного обертання до кутової швидкості повороту осі, а також для різних співвідношень геометричних параметрів системи.*

*Stress-strain states and vibrations of a console blade of a wind power station rotor are investigated for the case of the system rotation conditioned by slewing of its rotation axis. Differential equations describing elastic bending and longitudinal vibration of the rotor blade are constructed. They are evoked by action of the bulk, relative and Coriolis inertia forces. The calculation results are given for different relations between angular velocity of initial rotation between angular velocity of initial rotation and slewing of the rotor axis, as well as for different values of the system geometry parameters.*

**Постановка проблеми.** В Україні, для якої характерне обмеження запасів енергоносіїв (держава забезпечена тільки на 10% нафтою й на 18% природним газом) та існує цілий ряд проблем пов'язаних з розвитком самої енергетики (небезпека аварій, викиди забруднюючих речовин в атмосферу та інше), останнім часом особливого значення набуває використання нетрадиційних і поновлюваних джерел енергії (енергії сонця, біомаси, тепла землі, вітру й інших видів). Вони дозволять істотно поповнити енергобаланс, як окремих регіонів, так і держави в цілому. Вагоме значення у вирішенні цієї проблеми належить енергії вітру.

Вітроенергетичні установки (ВЕУ) перетворюють кінетичну енергію вітру в механічну або електричну енергію, зручну для практичного використання. Отримана таким чином механічна енергія часто використовується для підйому води у сільських або віддалених місцевостях, а електрична енергія — для побутових чи промислових потреб.

Україна має потужні ресурси вітрової енергії. Її річний технічний вітроенергетичний потенціал складає 30 млрд. кВт·год. Застосування вітроустановок для виробництва електроенергії в промислових масштабах найбільш ефективно в регіонах України, де середньорічна швидкість вітру більша 5 м/с: на Азово-Чорноморському узбережжі, в Одеських, Херсонських, Запорізьких, Донецьких, Луганських, Миколаївській областях, АР Крим і в районі Карпат. Проте існує ще багато інших територій з потенціалом вітру, достатнім для його використання у вітроенергетиці.

Однак, під час роботи ВЕУ піддаються впливу комбінації навантажень складної природи. Як засвідчує досвід, основними факторами, що впливають на їх працездатність, є динамічні навантаження, які викликані аеродинамічною взаємодією вітрових потоків і рухомих елементів конструкції. Суттєву роль відіграють також відцентрові сили обертання лопатей ротора та коріолісові сили інерції взаємодії обертального і поворотного руху елементів вітроенергетичних установок.

Враховуючи порівняно високу частоту виникнення непередбачених поломок ВЕУ, можна зробити висновки, що проблема теоретичного моделювання махових коливань лопатей роторів ВЕУ та їх дослідження при складному обертанні є досить актуальною та мало вивченою.

**Аналіз основних досліджень і публікацій.** В роботі [1] отримано лінійне рівняння махових коливань недеформованої лопаті гвинта при криволінійному русі гелікоптера. Коливання пружної консольної лопаті гвинта в режимі висіння розглянуті в [2]. У даній роботі досліджуються напружено-деформований стан та коливання лопатей ротора ВЕУ, який обертається з постійною кутовою швидкістю, обумовленою поворотом його осі обертання.

**Мета статті** полягає у розробці методики теоретичного моделювання махових коливань лопатей роторів ВЕУ та дослідженні їх при складному обертанні.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо ротор ВЕУ, який складається з диска та жорстко приєднаних до нього радіально направлених лопатей (рис. 1). Лопаті представляють собою прямі незакручені стержні з постійним по довжині розподілом маси та жорсткості [3 — 5]. Ротор обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega$  навколо своєї осі симетрії, перпендикулярної площині диска. При цьому вісь власного обертання ротора здійснює плоский поворот з постійною кутовою швидкістю  $\omega_0$  навколо нерухомої прямої, яка проходить через центр ротора перпендикулярно осі власного обертання. Будемо вважати, що  $\omega_0 < \omega$ .

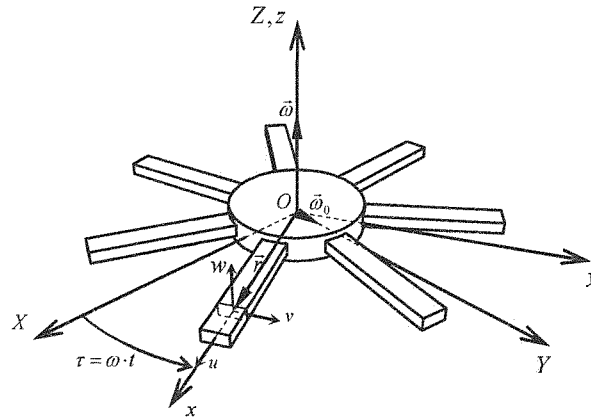


Рис 1. Схема ротора ВЕУ

Введемо наступні праві прямокутні системи координат:  $OXYZ$  — інерціальна система координат з початком у центрі ротора;  $Oxyz$  — система координат, жорстко зв'язана з ротором. Вісь  $Ox$  системи координат  $Oxyz$  сумісно з поздовжньою віссю однієї з лопатей ротора, а вісь  $Oz$  — з віссю власного обертання ротора. Для спрощення процедури виведення рівнянь руху будемо вважати, що осі  $Oz$  та  $OZ$  співпадають.

Диференціальні рівняння поздовжніх та згинних коливань лопаті ротора, складені з урахуванням наявності в ній обумовлених власним обертанням радіальних сил  $P(x)$ , у системі координат  $Oxyz$  мають вигляд

$$EF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho F a_x = 0,$$

$$-EI_z \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - \rho F a_y + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial v}{\partial x} P(x) \right] = 0, \quad (1)$$

$$-EI_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \rho F a_z + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial w}{\partial x} P(x) \right] = 0,$$

де  $E$ ,  $\rho$  — відповідно модуль пружності та густина матеріалу лопаті;  $F$ ,  $I_z$ ,  $I_y$  — відповідно площа поперечного перерізу і його моменти інерції відносно осей  $Oz$  і  $Oy$ ;  $u$ ,  $v$ ,  $w$  — компоненти вектора переміщення елемента лопаті вздовж осей  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ ;  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  — відповідні компоненти вектора абсолютного прискорення елемента лопаті;  $x$  — координата елемента лопаті в системі координат  $Oxyz$ .

Вектор абсолютного прискорення елемента лопаті ротора ВЕУ при складному обертанні визначається теоремою Коріоліса

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}^e + \mathbf{a}^r + \mathbf{a}^c, \quad (2)$$

де  $\mathbf{a}^e$ ,  $\mathbf{a}^r$ ,  $\mathbf{a}^c$  — вектори переносного, відносного та коріолісового прискорення елемента відповідно.

Вектор переносного прискорення  $\mathbf{a}^e$  обчислюється за формулою

$$\mathbf{a}^e = \boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}). \quad (3)$$

Тут  $\boldsymbol{\Omega}$  та  $\boldsymbol{\varepsilon}$  — вектори абсолютних кутової швидкості та кутового прискорення рухомої системи координат  $Oxyz$ ;  $\mathbf{r}$  — радіус-вектор елемента лопаті у системі координат  $Oxyz$ .

Вектор  $\boldsymbol{\Omega}$  складається із вектора  $\boldsymbol{\omega}$  власної кутової швидкості ротора і вектора  $\boldsymbol{\omega}_0$  кутової швидкості

повороту його осі, тобто  $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}_0$ . Вектор  $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\omega}_0}{dt} = \boldsymbol{\omega}_0 \times \boldsymbol{\omega}$ .

Введемо фазову координату  $\tau = \omega t$  (рис. 1) і визначимо радіус-вектор елемента лопаті ротора в системі координат  $Oxyz$

$$\mathbf{r} = x \cos \tau \mathbf{i}_1 + x \sin \tau \mathbf{j}_1 + 0 \mathbf{k}_1. \quad (4)$$

Здійснивши відповідні векторні операції, отримаємо проєкції переносного прискорення  $\mathbf{a}^e$  на осі системи координат  $Oxyz$

$$a_x^e = -x \cos \tau (\omega_0^2 + \omega^2), \quad a_y^e = -x \omega^2 \sin \tau, \quad a_z^e = 2x \omega \omega_0 \sin \tau. \quad (5)$$

Складові вектора відносного прискорення  $\mathbf{a}^r$  в напрямку осей системи координат  $Oxyz$  мають вигляд

$$a_x^r = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad a_y^r = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad a_z^r = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Вектор коріолісового прискорення  $\mathbf{a}^c$  елемента лопаті обчислюється за формулою

$$\mathbf{a}^c = 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}^r, \quad (7)$$

де  $\mathbf{V}^r$  — вектор відносної швидкості елемента лопаті.

Додаючи відповідні складові із виразів (5) — (7), отримуємо проєкції вектора абсолютного прискорення  $\mathbf{a}$  елемента лопаті ротора ВЕУ на осі системи координат  $Oxyz$ . Тоді складові інтенсивності повного інерційного навантаження, яке діє на елемент лопаті при складному обертанні мають вигляд

$$q_x^I = -\rho F a_x = \rho F \left[ x(\omega_0^2 \cos^2 \tau + \omega^2) - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 2 \left( \omega_0 \cos \tau \frac{\partial w}{\partial t} - \omega \frac{\partial v}{\partial t} \right) \right],$$

$$q_y^I = -\rho F a_y = -\rho F \left[ x \omega_0^2 \sin \tau \cos \tau + \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - 2 \left( \omega_0 \sin \tau \frac{\partial w}{\partial t} - \omega \frac{\partial u}{\partial t} \right) \right], \quad (8)$$

$$q_z^I = -\rho F a_z = -\rho F \left[ 2x\omega\omega_0 \sin \tau + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2 \left( \omega_0 \sin \tau \frac{\partial v}{\partial t} - \omega_0 \cos \tau \frac{\partial u}{\partial t} \right) \right].$$

Радіальна сила  $P(x)$ , обумовлена власним обертанням ротора з кутовою швидкістю  $\omega$  і яка діє в поперечному перерізі лопаті з координатою  $x$ , обчислюється за формулою

$$P(x) = \rho\omega^2 \int_{x-R}^L (R+s) F ds \quad (9)$$

де  $R$  — радіус диска ротора;  $L$  — довжина лопаті ротора;  $s = x - R$  — поздовжня координата елемента лопаті, початком відліку якої є край диска.

Замінюючи у виразах (8) частинні похідні по часу  $t$  похідними по фазовій координаті  $\tau$  з допомогою

співвідношень  $\frac{\partial}{\partial t} = \omega \frac{\partial}{\partial \tau}$ ,  $\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \omega^2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}$  і шляхом підстановки (8) та (9) у (1), отримуємо систему

рівнянь відносних коливань лопаті ротора ВЕУ при складному обертанні

$$EF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho F \left[ \omega^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + 2 \left( \omega\omega_0 \cos \tau \frac{\partial w}{\partial \tau} - \omega^2 \frac{\partial v}{\partial \tau} \right) \right] = -\rho F x \left[ \frac{\omega_0^2}{2} (\cos 2\tau + 1) + \omega^2 \right],$$

$$\begin{aligned} EI_z \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho F \left[ \omega^2 \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} - 2 \left( \omega\omega_0 \sin \tau \frac{\partial w}{\partial \tau} - \omega^2 \frac{\partial u}{\partial \tau} \right) \right] - \\ - \rho F \omega^2 \frac{(R+L)^2 - x^2}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \rho F \omega^2 x \frac{\partial v}{\partial x} = -\rho F \frac{x}{2} \omega_0^2 \sin 2\tau, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} EI_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho F \left[ \omega^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} + 2 \left( \omega\omega_0 \sin \tau \frac{\partial v}{\partial \tau} - \omega\omega_0 \cos \tau \frac{\partial u}{\partial \tau} \right) \right] - \\ - \rho F \omega^2 \frac{(R+L)^2 - x^2}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho F \omega^2 x \frac{\partial w}{\partial x} = -2\rho F x \omega\omega_0 \sin \tau. \end{aligned}$$

На основі рівнянь (10) виконано теоретичне моделювання махових коливань лопатей ротора ВЕУ при складному обертанні. Коливання лопаті досліджувались у діапазоні зміни кутової швидкості основного обертання  $\omega$  від 0 до 2500  $\text{с}^{-1}$ . При цьому кутова швидкість повороту осі обертання  $\omega_0$  склала 1.

На рис. 2 представлені амплітудно-частотні характеристики коливань вільного кінця лопаті ротора ВЕУ довжиною для різних значень радіуса диска ротора у площині.

У якості розмірів прямокутного поперечного перерізу лопаті ( $b$ ,  $h$ ) вибрані наступні значення:  $b = 0,1$  м,  $h = 0,005$  м, при цьому вісь найбільшого моменту інерції паралельна осі  $Oz$ . Параметри пружності та густина склали відповідно  $E = 0,7 \cdot 10^{11}$  Па,  $G = 0,26 \cdot 10^{11}$  Па,  $r = 2,69 \cdot 10^3$   $\text{кг/м}^3$ .

Було встановлено, що при певних значеннях  $\omega$  кутової швидкості обертання ротора ВЕУ поворот його осі може призвести до резонансних режимів коливань лопаті. Критичне значення кутової швидкості, при якому виникає резонанс, залежить від відношення радіуса диска ротора ВЕУ до довжини лопаті і збільшується зі зростанням цього співвідношення.

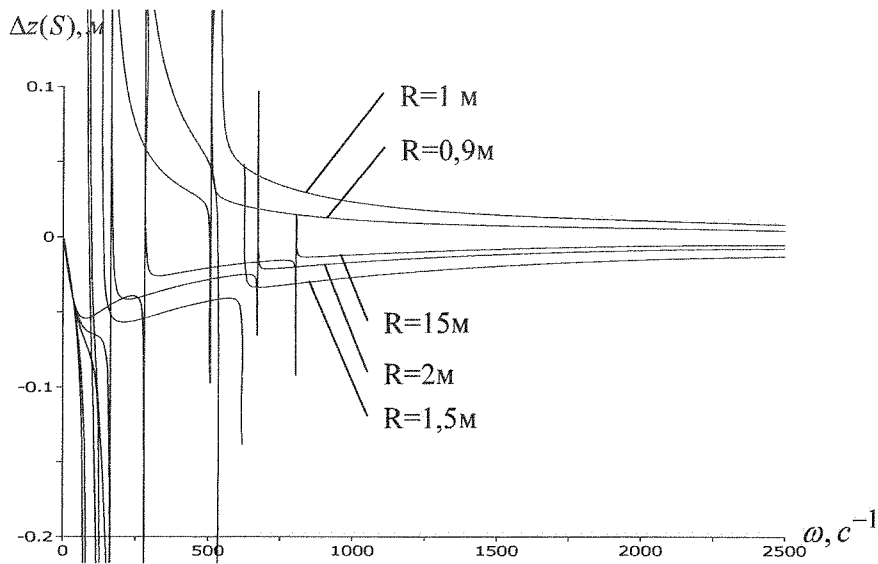


Рис. 2. Амплітудно-частотні характеристики коливань вільного кінця лопаті ротора ВЕУ довжиною  $L = 0,8\text{ м}$  для різних значень  $R$  радіуса диска ротора у площині  $xOz$ .

Роботу виконано в рамках держбюджетної теми №0109U002146 при фінансовій підтримці Міністерства освіти і науки України.

### Література

1. Миль М.Л. и др. Вертолеты (расчет и проектирование). Кн. 4. Аэродинамика. М.: Машиностроение, 1966. — 456 с.
2. Hodges D.H., Ormiston R.A. Stability of Elastic Bending and Torsion of Uniform Cantilever Rotor Blades in Hover. AIAA, Paper №73 — 405, March, 1973.
3. Гуляев В.И., Соловьев И.Л., Худолий С.Н. Прецессионные колебания двухлопастного ротора с упругим невесомым валом при сложном вращении. // Проблемы прочности. — 2002. — №2. — С. 73 — 81.
4. Гуляев В.И., Худолий С.Н. Колебания криволинейных закрученных лопастей при сложном вращении. // Проблемы прочности. — 2005. — 41, №4. — С. 126 — 132.
5. Гайдайчук В.В., Худолий С.Н. Резонансные колебания упругих лопастей при сложном вращении. // Вібрації в техніці та технологіях. — 2004. — №6 (38). — С. 54 — 57.

УДК 539.3

## РОЗВ'ЯЗАННЯ ВАРІАЦІЙНО-РІЗНИЦЕВИМ МЕТОДОМ ЗАДАЧІ ПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ ДЛЯ БАГАТОШАРОВОГО ПОКРИТТЯ НА ЖОРСТКІЙ ОСНОВІ

Гуртовий О.Г.,  
Тинчук С.О.

Для дослідження напружено-деформованого стану (НДС) шаруватих плит на жорсткій основі запропонована уточнена модель беззгинавого НДС. Модель чисельно реалізована варіаційно-різницевим методом (ВРМ). Представлено аналіз результатів чисельного розрахунку НДС плити ВРМ при дії поперечних навантажень за наявності дефектів у шарах і між шарами плити та основою, в тому числі локалізованих.

For research of stress-strain state (SSS) of multilayered plates on an rigid foundation the refined model of inflexural SSS is offered. The model is numerically realized by variational-difference method (VDM). The analysis of results of numerical calculation of SSS of plate by VDM is submitted under action of transverse loadings at presence of defects in layers and between layers of a plate, including localize.