

Для оцінки міцності конструкції прийняті найбільші нормальні напруження розтягу з поданих вище результатів та контактні напруження тиску на основу ($y_{max} = 1,314 \text{ МПа}$ та $y_{min} = 0,03 \text{ МПа}$). Взято до уваги розрахункові опори матеріалу бетону (клас В20) на стиск $R_c = 15 \text{ МПа}$ та на розтяг з урахуванням втомленості $R_p = 1,4 \text{ МПа}$. Для визначення міцності конструкції на опір розтягуванню згідно ВБН В.2.3–218–008–97 використано критерій Кулона-Мора:

$$\sigma_{екв} = \sigma_{max} - \frac{R_p}{R_c} \sigma_{min} = 1,314 - \frac{1,4}{15} 0,03 = 1,31 < R_p = 1,4 \text{ МПа} \quad (5)$$

Також задовільнено умову міцності на зсув:

$$K_{зсув} = 1 < \frac{[T]}{T} < \frac{0,346}{0,254} = 1,362, \quad (6)$$

де $K_{зсув}$ — коефіцієнт міцності по зсуву; $[T]$ — допустиме напруження на зсув, МПа; T — комплексне напруження на зсув з врахуванням дії короточасного навантаження та дії власної ваги, МПа.

На основі розрахункової схеми МСР (рис.3) із застосуванням аналітичної методики Вінокурової розв'язана задача оцінки напруженого стану та міцності плити і за межами її центру. На певній відстані від центру плити з'являються від'ємні моменти та відбувається зміна знаків напружень на поверхнях плити. Але, додатні напруження в шарах конструкції незначні у порівнянні з розрахунковими опорами, отже міцність конструкції забезпечена.

Висновок. Отримані результати конструювання та розрахунків, підтверджені патентами та свідоцтвом на математичну модель та програму розрахунку розроблених конструкцій, є основою для їх впровадження в проектні та будівельні організації дорожнього та аеродромного напрямків.

Література

1. В.Г.Піскунов, О.В.Володько, О.І.Порхунов. Патент на кор.модель №24417 Н01 С7/00. Резистивний композитний матеріал. Опубл.25.06.2007р., бюл. №9.
2. В.Г.Піскунов, О.В.Володько, А.П.Порхунов. Патент на кор.модель №39376 Н01 С7/00. Резистивний композитний матеріал. Опубл.25.02.2009р., бюл. №4.
3. Піскунов В.Г., Володько О.В., Демчук О.М., Порхунов О.І. Пат. на кор. модель № 50381, МПК Е01Н5/00, Е01 С11/24, Е01 С5/00, В64F1/00. Нагрівне автодорожнє та аеродромне покриття / заявник та власник Нац. трансп. ун-т. — №u2009 11553; заявл.13.11.2009; опубл.10.06.10, Бюл. №11.
4. В.Г.Піскунов, О.В.Володько, І.М.Дідиченко. Модифікація методу О.Я. Шехтер для розрахунку багатошарового нагрівного дорожнього одягу / Автошляховик України. — 2008. — № 2. — С. 47-48.

УДК 539.3

ЕКРАНУВАННЯ РОЗРИВНИХ ХВИЛЬ ШАРОМ ПРУЖНОГО СЕРЕДОВИЩА

Засць Ю.О.

Поставлено задачу про розповсюдження і екранування ударних хвиль в пружному середовищі з включенням пружного шару з відмінними фізичними властивостями. Досліджено значення інтенсивностей заломлених та відбитих хвиль в залежності від кута падіння падаючої поздовжньої та поперечної хвиль на першу площину контакту середовищ.

The problem about propagating and screening shock waves in elastic medium with elastic layer insert with differing properties is stated. The values of intensities of refracted and reflected waves are investigated for different values of incident angle of longitudinal and shear incident waves relative to the first plane of media contact.

Постановка проблеми. Задачі дифракції пружних хвиль є одним з найбільш складних і актуальних з погляду застосування проблем динаміки твердого деформівного тіла, тому що наявність неоднорідностей у вигляді шаруватості, домішок, порожнин і вирізів є невід'ємною властивістю більшості реальних середовищ. Такі проблеми зумовлюють проведення математичного моделювання процесів взаємодії ударних хвиль з поверхнями розділу порід, що мають різні механічні властивості. Утворені таким чином хвильові явища мають чітко виражений ударний характер, зумовлений тим, що середовище, яке знаходиться перед рухомою частиною фронту, перебуває в недеформованому стані, за цією поверхнею функції напруження та деформації мають скінчене значення, а безпосередньо на поверхні відбувається розрив неперервності. Щоб описати такі явища, зручно застосовувати нульове наближення променевого методу [4, 5].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Особливістю використання променевого методу є те, що не потрібно простежувати динамічний процес на всій розглядуваній області поля і можливість обмежитись лише аналізом динаміки середовища на досліджуваній частині поверхні фронту. Деякі питання аналізу процесів розповсюдження ударних хвиль на різних площинах розділу пружних середовищ розглянуті в роботах [2, 3].

Мета дослідження. Дослідити ефект екранування розривних (слабких ударних) хвиль двома паралельними площинами розділу пружних середовищ. Розглянути різні способи з'єднання середовищ, зокрема з можливістю проковзування та без проковзування.

Основна частина. Рівняння динаміки ідеального лінійно-пружного середовища можна описати, використовуючи наступні співвідношення [1].

1. Рівняння руху елемента пружного середовища

$$\sum_{k=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (i=1, 2, 3), \quad (1)$$

де σ_{ik} компоненти тензора пружних напружень; x_k декартові координати; f_i компоненти вектора густини масових сил; u_i компоненти вектора пружних переміщень; ρ густина речовини пружного середовища; t час.

2. Співвідношення Коші для обчислення деформацій ε_{ik} суцільного середовища

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \quad (i, k=1, 2, 3). \quad (2)$$

3. Співвідношення Гука

$$\sigma_{ii} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + 2\mu\varepsilon_{ii} \quad (i=1, 2, 3); \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} = \mu\varepsilon_{ij} \quad (i, j=1, 2, 3, i \neq j),$$

де λ і μ пружні константи середовища.

Розглянемо розв'язок рівнянь (1) — (3) руху пружного ізотропного середовища у вигляді плоскої монохроматичної хвилі з хвильовим числом k і фазовою швидкістю ν . Її фронтами є поверхні постійних фаз

$$\vec{n} \cdot \vec{r} - \nu t = const, \quad (4)$$

які локально співпадають з площадками, що перпендикулярні орту \vec{n} і рухаються зі швидкістю $\vec{v} = \nu \vec{n}$.

В зв'язку з тим, що вектор переміщень \bar{u} неперервний на поверхнях фронтів P — і S -хвиль, для нього справджується представлення у вигляді променевого ряду [6]

$$\bar{u}(\bar{x}, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\bar{u}_k(t-\tau)^{k+1}}{(k+1)!} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\bar{u}_k^-(t-\tau)^{k+1}}{(k+1)!}, \quad (5)$$

Для значення тензора напружень \mathcal{E} в околі фронту маємо вираз

$$\mathcal{E}(\bar{x}, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathcal{E}_k(t-\bar{\tau})^k}{k!} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathcal{E}_k^-(t-\bar{\tau})^k}{k!}. \quad (6)$$

Співвідношення (5), (6) свідчать про те, що при вибраних променевих апроксимаціях і у випадку застосування нульового наближення вектор переміщень $\bar{u}(\bar{x}, t)$ дорівнює нулю на поверхні фронту і лінійно зростає вздовж внутрішньої нормалі, а напруження стають розривними на поверхні, залишаючись постійними вздовж цієї ж нормалі в малому околі фронту.

Застосовуючи променевий метод в динамічній теорії пружності, побудовані рівняння ейконала

$$(\nabla \tau)^2 = \frac{1}{\alpha^2}, \quad (\nabla \bar{\tau})^2 = \frac{1}{\beta^2} \quad (7)$$

і транспортні рівняння в рекурентній формі

$$2(\nabla \tau) \cdot (\nabla \varphi_k) + \varphi_k \nabla^2 \tau = \nabla^2 \varphi_{k-1}, \quad 2(\nabla \bar{\tau}) \cdot (\nabla \bar{\psi}_k) + \bar{\psi}_k \nabla^2 \bar{\tau} = \nabla^2 \bar{\psi}_{k-1}. \quad (8)$$

Як зазначено в [6], нелінійні з частинними похідними першого порядку рівняння ейконала (7) породжують систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{d\bar{p}}{ds} = 0, \quad \frac{d\bar{x}}{ds} = \bar{p}, \quad \frac{d\tau}{ds} = |\bar{p}|^2, \quad \bar{p} = \nabla \tau.$$

Її розв'язок представляється у вигляді

$$\bar{x} = \bar{n} \xi + \bar{f}, \quad \tau = \frac{\xi}{\alpha}, \quad \nabla \tau = \frac{\bar{n}}{\alpha},$$

де \bar{n} — одиничний вектор нормалі до поверхні фронту, \bar{f} — вектор, що визначає обриси фронту в початковому положенні, ξ — довжина променя. Він визначає сімейство прямолінійних променів $x(s)$ і поверхонь хвильових фронтів $\tau = const$, перпендикулярних даним променям.

Шукані переміщення, напруження та їх інтенсивності виражаються через знайдені з розв'язку транспортних рівнянь (8) величини φ_k і $\bar{\psi}_k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$).

Застосуємо запропонований підхід для вивчення загальних закономірностей перетворення біжучих хвиль в неоднорідних пружних середовищах, оскільки такі задачі актуальні не лише з наукової точки зору, а й з практичного застосування.

Контакт двох середовищ без проковзування. Розглянемо першу модель контакту двох пружних середовищ на площині їх розділу з дотриманням умов неперервності нормальних та дотичних напружень. Не-

хай в пружному середовищі I знаходиться пружне включення шару середовища II, з'єднане без проковзування по площинах G_1 і G_2 . В середовищі I на площину G_1 під кутом θ_{1-} падає плоска поздовжня розривна P -хвиля з $\dot{u}_{1-} = 1$. Простежимо за характером проникнення даної хвилі в середовище II і далі знову в середовище I, проходячи через площини G_1 , G_2 , і які інтенсивності мають утворені хвилі.

При виведенні рівнянь динамічної взаємодії розривної хвилі з площиною G з'єднання двох середовищ використовуємо умови нерозривності на G переміщень \bar{u} і напружень σ [2]

$$\left. (\bar{u}^{(i)} + \bar{u}^{(r)}) \right|_G = \bar{u}^{(t)} \Big|_G; \left. (\mathcal{E}^{(i)} \cdot \bar{n} + \mathcal{E}^{(r)} \cdot \bar{n}) \right|_G = \mathcal{E}^{(t)} \cdot \bar{n} \Big|_G, \quad (9)$$

де індексами i , r і t позначені параметри падаючої, відбитої та заломленої хвилі, відповідно; \bar{n} вектор одиничної нормалі до площини G .

Рівності (10) зводяться до системи рівнянь

$$\alpha_1 \rho_1 \cos^2 \theta_{1+} \dot{u}_{1+} - \beta_1 \rho_1 \sin \psi_{1+} \cos \psi_{1+} \dot{v}_{1+} - \alpha_2 \rho_2 \cos^2 \theta_{2+} \dot{u}_{2+} - \beta_2 \rho_2 \sin \psi_{2+} \cos \psi_{2+} \dot{v}_{2+} = -\alpha_1 \rho_1 \cos^2 \theta_{1-} \dot{u}_{1-};$$

$$\alpha_1 \rho_1 \sin \theta_{1+} \cos \theta_{1+} \dot{u}_{1+} + \beta_1 \rho_1 \cos^2 \psi_{1+} \dot{v}_{1+} + \alpha_2 \rho_2 \sin \theta_{2+} \cos \theta_{2+} \dot{u}_{2+} - \beta_2 \rho_2 \cos^2 \psi_{2+} \dot{v}_{2+} = \alpha_1 \rho_1 \sin \theta_{1-} \cos \theta_{1-} \dot{u}_{1-}$$

$$\cos \theta_{1+} \dot{u}_{1+} - \sin \psi_{1+} \dot{v}_{1+} + \cos \theta_{2+} \dot{u}_{2+} + \sin \psi_{2+} \dot{v}_{2+} = \cos \theta_{1-} \dot{u}_{1-}; \quad (11)$$

$$\sin \theta_{1+} \dot{u}_{1+} + \cos \psi_{1+} \dot{v}_{1+} - \sin \theta_{2+} \dot{u}_{2+} + \cos \psi_{2+} \dot{v}_{2+} = -\sin \theta_{1-} \dot{u}_{1-}.$$

Вона застосовується для знаходження чотирьох невідомих значень швидкостей \dot{u}_{1+} , \dot{v}_{1+} , \dot{u}_{2+} , \dot{v}_{2+} . За допомогою викладеного підходу виконані дослідження явищ перетворення плоскої розривної P -хвилі під час її проходження через шар пружного середовища з відмінними механічними властивостями. Пораховані значення швидкостей \dot{u}_{1+} , \dot{v}_{1+} , \dot{u}_{2+} , \dot{v}_{2+} взаємодії падаючої під різними кутами θ_{1-} P -хвилі спочатку з першою площиною контакту G_1 і наступної взаємодії P_2 -, S_2 -хвиль, що проникли в середовище II, із другою площиною контакту G_2 . В якості середовищ I і II вибрані відповідно доломіт та вугілля. На рис. 1 представлені графіки зміни функцій інтенсивностей \dot{u}_{22++}'' , \dot{v}_{22++}'' хвиль відбитих від площини G_2 при взаємодії хвилі \dot{u}_{2+} , що проникла із середовища I в середовище II, в залежності від кута падіння θ_{1-} хвилі \dot{u}_{1-} на площину G_1 . Поздовжні і поперечні хвилі, що проникли в середовище I через площину G_2 відповідно позначені \dot{u}_{3++}'' і \dot{v}_{3++}'' . Можна бачити, що хвилі, які проникли через площину G_2 , мають майже вдвічі меншу інтенсивність в порівнянні з початковою падаючою \dot{u}_{1-} хвилею. В даному випадку розглянута комбінація середовищ володіє помітними екрануючими властивостями.

Контакт двох середовищ на площині розділу з проковзуванням. Нехай реалізується випадок контакту тіл з проковзуванням на площині G , тоді в системі (9) залишаються вірними лише умови рівності нормальних компонент переміщень і напружень, дві інші умови замінюються рівністю нулю дотичних напружень на обох площинах контакту.

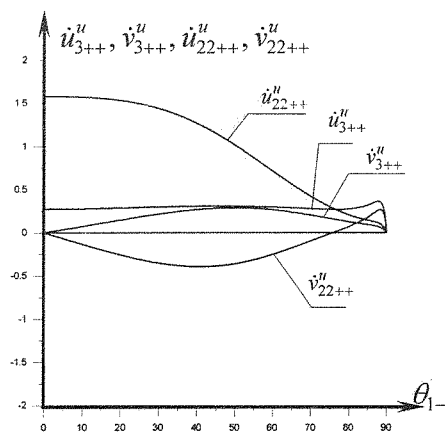


Рис. 1. Графіки інтенсивності розривних заломлених і відбитих хвиль на площині G_2 шару пружного тіла (контакт двох середовищ без проковзування)

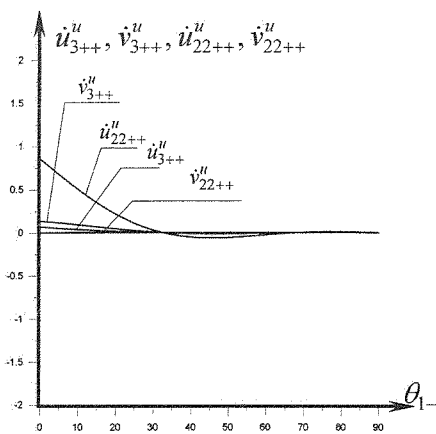


Рис. 2. Графіки інтенсивності розривних заломлених і відбитих хвиль на площині G_2 шару пружного тіла (контакт двох середовищ з проковзування)

З її допомогою досліджена вищерозглянута система двох середовищ зі зміненими умовами їх взаємодії. Графічні результати представлені на рис. 2, відповідають результатам на рис. 1. Вони свідчать про те, що всі хвилі мають значно меншу інтенсивність в порівнянні з початковою інтенсивністю падаючої поздовжньої хвилі.

Аналогічні дослідження проведені і для випадків падіння поздовжньої S -хвилі як для першої так і для другої моделей, з одиничним значенням розриву поперечної швидкості \dot{v}_{1-} . Тоді в системі (9) відповідні ліві частини залишаються незмінними, а стовпчик вільних членів замінюється наступним співвідношенням: $(-\beta_1 \rho_1 \sin \psi_{1-} \cos \psi_{1-} \dot{v}_{1-}; -\beta_1 \rho_1 \cos^2 \psi_{1-} \dot{v}_{1-}; \sin \psi_{1-} \dot{v}_{1-}; \cos \psi_{1-} \dot{v}_{1-})$.

На рис. 3 та рис. 4 представлені графічні результати дослідження. Зокрема рис. 3 ілюструє графіки зміни функцій інтенсивностей $u''_{22++}, v''_{22++}, u''_{3++}, v''_{3++}$ відбитих та заломлених хвиль від площини G_2 при взаємодії хвилі \dot{v}_{2+} , що проникла із середовища I в середовище II, в залежності від кута падіння ψ_{1-} хвилі \dot{v}_{1-} на площину G_1 , за умови реалізації першої моделі контакту середовищ.

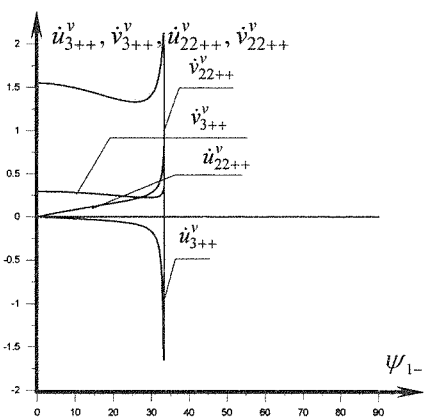


Рис. 3. Графіки інтенсивності розривних заломлених і відбитих хвиль на площині G_2 шару пружного тіла (контакт двох середовищ без проковзування)

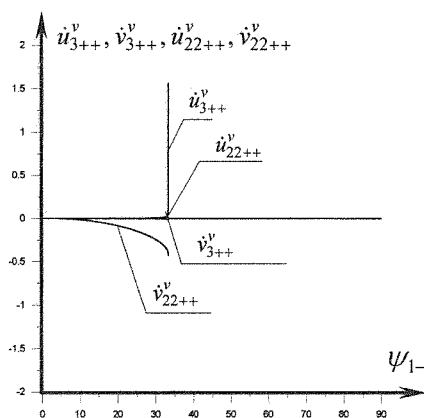


Рис. 4. Графіки інтенсивності розривних заломлених і відбитих хвиль на площині G_2 шару пружного тіла (контакт двох середовищ з проковзування)

Рис. 4 відображає значення шуканих інтенсивностей, але вже для випадку з'єднання середовищ з можливістю проковзування.

Порівнюючи графічні результати, можемо бачити, що у випадку використання другої моделі контакту пружних середовищ більш помітно помічається ефект екранування розривних хвиль.

Висновки з даного дослідження. Аналізуючи отримані результати, можемо зробити висновки про те, що неоднорідність механічних властивостей пружного середовища призводить до суттєвої перебудови системи променів і фронтів. При цьому промені втрачають прямолінійну форму, а на поверхнях фронтів утворюються явно виражені геометричні сингулярності.

Робота виконана в рамках проекту Міністерства освіти і науки України № ДР: 0109U 002146 «Комп'ютерне прогнозування аварійних режимів функціонування високопотужних вітроенергетичних установок та розробка заходів для їх попередження».

Література

1. Бленд Д. Нелинейная динамическая теория упругости. — М.: Мир, 1972. — 183 с.
2. Гуляев В.И., Луговой П.З., Крицкий В.Б., Иванченко Г.М. Отражение и преломление плоских разрывных волн параболическими поверхностями раздела анизотропных упругих сред // Геофизический журнал. — 2005, Т. 27, №3. — С. 418-426.
3. Гуляев В.И., Луговой П.З., Иванченко Г.М., Яковенко Е.В. Дифракция ударной волны на криволинейной поверхности раздела трансверсально-изотропных упругих сред // Прикл. математика и механика. — 2000. — Т.64, №3. — С. 394-402.
4. Засць Ю.О. Теоретичне моделювання розповсюдження розривних хвиль в неоднорідних анізотропних пружних середовищах // Вісник НТУ. — 2009, №19, Ч.2. — С. 216-220.
5. Лебедєва І.В., Ващільна О.В., Засць Ю.О. Перетворення фронтів розривних хвиль у неоднорідних трансверсально-ізоотропних середовищах // Вісник Київського університету. — 2008., №2. — С. 54-57.
6. Петрашнев Г.И. Распространение волн в анизотропных упругих средах. — Ленинград: Наука, 1980. — 280 с.

УДК 621.01:531

МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ОДНОСТУПІНЧАСТОЇ КОСОЗУБОЇ ЕВОЛЬВЕНТНОЇ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ

Дяченко П.В.

У статті розглядається створена автором нова модель динаміки одноступінчастої косозубої евольвентної зубчастої передачі. Запропонована динамічна модель, близько до реальних умов описує коливні процеси елементів зубчастої передачі, таких як ділянки валів, та зубчасті колеса. Розглядаються поперечні, поздовжні, крутильні коливання елементів прямозубої та косозубої кінематичної пари, враховуючи похибки зачеплення, змінну жорсткість зачеплення і піддатливість опор. Враховані основні види переміщень, що істотно впливають на коливальний процес у механічній системі.

The Model dynamic one-step lopsided evolvent toothed issues. In article is considered created by author new model dynamic one-step lopsided evolvent toothed issue. Proposed dynamic model, close to real condition describes the oscillatory processes toothed issue element such as area gross and toothed travell about. They Are Considered transverse, longitudinal, torsion of the fluctuation element direct-sided and lopsided kinematics pair, considering mistakes of the grapping, variable acerbity of the grapping and softness full tilt. They Are Taken into account main types of the displacement, greatly influencing upon oscillatory process in mechanical system.

Постановка проблеми. У різних галузях індустрії широкого поширення набули машинні агрегати з редукторами, що являють собою одноступінчасті косозубі евольвентні зубчасті передачі між двигуном і виконавчим механізмом. Створення надійних зубчастих передач у складі машинних агрегатів, вимагає визначення діючих на них динамічних навантажень з високим ступенем точності.

Коливання в зубчастих передачах призводять до зростання рівня контактних та згинальних коливань у зубцях коліс, а також до втомлюваносного зламу валів. За підвищеної піддатливості ободів зубчастих коліс, можливе виникнення у них згинальних коливань, що призводить до втомлюваносного зламу ободів, та виходу з ладу усієї передачі.