

Порівнюючи графічні результати, можемо бачити, що у випадку використання другої моделі контакту пружних середовищ більш помітно помічається ефект екранування розривних хвиль.

Висновки з даного дослідження. Аналізуючи отримані результати, можемо зробити висновки про те, що неоднорідність механічних властивостей пружного середовища призводить до суттєвої перебудови системи променів і фронтів. При цьому промені втрачають прямолінійну форму, а на поверхнях фронтів утворюються явно виражені геометричні сингулярності.

Робота виконана в рамках проекту Міністерства освіти і науки України № ДР: 0109U 002146 «Комп'ютерне прогнозування аварійних режимів функціонування високопотужних вітроенергетичних установок та розробка заходів для їх попередження».

Література

1. Бленд Д. Нелинейная динамическая теория упругости. — М.: Мир, 1972. — 183 с.
2. Гуляев В.И., Луговой П.З., Крицкий В.Б., Иванченко Г.М. Отражение и преломление плоских разрывных волн параболическими поверхностями раздела анизотропных упругих сред // Геофизический журнал. — 2005, Т. 27, №3. — С. 418-426.
3. Гуляев В.И., Луговой П.З., Иванченко Г.М., Яковенко Е.В. Дифракция ударной волны на криволинейной поверхности раздела трансверсально-изотропных упругих сред // Прикл. математика и механика. — 2000. — Т.64, №3. — С. 394-402.
4. Засць Ю.О. Теоретичне моделювання розповсюдження розривних хвиль в неоднорідних анізотропних пружних середовищах // Вісник НТУ. — 2009, №19, Ч.2. — С. 216-220.
5. Лебедєва І.В., Ващільна О.В., Засць Ю.О. Перетворення фронтів розривних хвиль у неоднорідних трансверсально-ізоотропних середовищах // Вісник Київського університету. — 2008., №2. — С. 54-57.
6. Петрашнев Г.И. Распространение волн в анизотропных упругих средах. — Ленинград: Наука, 1980. — 280 с.

УДК 621.01:531

МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ОДНОСТУПІНЧАСТОЇ КОСОЗУБОЇ ЕВОЛЬВЕНТНОЇ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ

Дяченко П.В.

У статті розглядається створена автором нова модель динаміки одноступінчастої косозубої евольвентної зубчастої передачі. Запропонована динамічна модель, близько до реальних умов описує коливні процеси елементів зубчастої передачі, таких як ділянки валів, та зубчасті колеса. Розглядаються поперечні, поздовжні, крутильні коливання елементів прямозубої та косозубої кінематичної пари, враховуючи похибки зачеплення, змінну жорсткість зачеплення і піддатливість опор. Враховані основні види переміщень, що істотно впливають на коливальний процес у механічній системі.

The Model dynamic one-step lopsided evolvent toothed issues. In article is considered created by author new model dynamic one-step lopsided evolvent toothed issue. Proposed dynamic model, close to real condition describes the oscillatory processes toothed issue element such as area gross and toothed travell about. They Are Considered transverse, longitudinal, torsion of the fluctuation element direct-sided and lopsided kinematics pair, considering mistakes of the grapping, variable acerbity of the grapping and softness full tilt. They Are Taken into account main types of the displacement, greatly influencing upon oscillatory process in mechanical system.

Постановка проблеми. У різних галузях індустрії широкого поширення набули машинні агрегати з редукторами, що являють собою одноступінчасті косозубі евольвентні зубчасті передачі між двигуном і виконавчим механізмом. Створення надійних зубчастих передач у складі машинних агрегатів, вимагає визначення діючих на них динамічних навантажень з високим ступенем точності.

Коливання в зубчастих передачах призводять до зростання рівня контактних та згинальних коливань у зубцях коліс, а також до втомлюваносного зламу валів. За підвищеної піддатливості ободів зубчастих коліс, можливе виникнення у них згинальних коливань, що призводить до втомлюваносного зламу ободів, та виходу з ладу усієї передачі.

Точність динамічного розрахунку зубчастих передач визначається прийнятою моделлю динамічної системи та її параметрами. Сама процедура динамічного розрахунку зубчастих передач після отримання системи диференціальних рівнянь, що описують їх динамічний стан, не відрізняється від розроблених у теорії коливань аналітичних і чисельних методів розрахунку пружних систем. Тому основну увагу при динамічних розрахунках зубчастих передач слід приділяти обґрунтованому вибору розрахункових моделей і визначенню параметрів зубчастих передач (інерційно-жорсткісних, збурюючих і демпфуючих властивостей у системі).

Вибір розрахункової динамічної моделі зубчастої передачі не може бути зроблений однозначно, він у значній мірі залежить від задач виконуваного динамічного розрахунку, тому слід прагнути до отримання такої моделі динаміки, за допомогою якої можна отримати відповідь на питання з заданою точністю.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз динамічних схем для розрахунку зусиль, частот власних та вимушених коливань, в залежності від параметрів зубчастих передач, опублікованих в літературі, вказує на відсутність достатньо повних схем динаміки і пов'язаних з ними математичних моделей [2, 3, 5]. Механічні системи, та їх моделі динаміки розглядаються окремо від приводу і характеру діючого навантаження. Крім того, існуючі дослідження подані без визначення навантажень в зубчастих передачах, включених до складу машинних агрегатів. Знання цих навантажень важливе, оскільки вони є максимальними навантаженнями, що діють у зубчастих передачах. Крім вказаних недоліків, розглянуті схеми динаміки описують коливання елементів зубчастої передачі у одній площині, враховуючи при цьому незначну кількість типів коливань.

Метою даної статті є розробка динамічної моделі одноступінчастої косозубої евольвентної зубчастої передачі, яка найближче до реальних умов описує її динаміку. З урахуванням цього, згідно методики викладеної у [1, 4] пропонується динамічна схема, вигляд якої показано на рисунку 1. На відміну від існуючих [2, 3, 5], запропонована динамічна модель описує динаміку прямозубої та косозубої евольвентної зубчастої передачі враховуючи похибки зачеплення, змінну жорсткість зачеплення і піддатливість опор.

Викладання основного матеріалу. Згідно схеми (рис. 1), кожне зубчасте колесо має 6 ступенів вільності. Основні позначення елементів та параметрів відображених на схемі такі: m_p, m_2 – маси зубчастих коліс; m, m_3 – маси привідної та робочої машин (приєднані маси); J, J_3 – моменти інерції приєднаних мас; M, M_3 – крутні моменти приєднаних мас;

Обидві маси зубчастих коліс знаходяться на пружних опорах з рідинними демпферами, відповідно: J_p, J_2 – моменти інерції зубчастих коліс; $c'_{1y}; c'_{2y}; c''_{1y}; c''_{2y}$ – поперечні жорсткості опор обох валів по осях y_1, y_2 у горизонтальній площині; $c'_{1z}; c'_{2z}; c''_{1z}; c''_{2z}$ – поперечні жорсткості опор обох валів по осях z_1, z_2 у вертикальній площині; $c_{1x}; c_{2x}$ – поздовжня жорсткість опор по осях x_1, x_2 ;

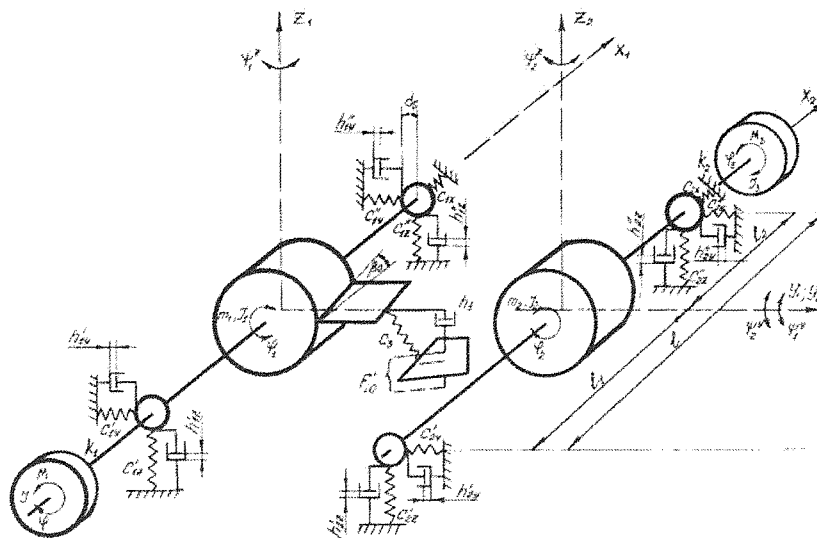


Рис. 1 – Модель динаміки одноступінчастої косозубої евольвентної зубчастої передачі.

Аналогічно для демпферів, коефіцієнти демпфування: $h_{1y}^i; h_{2y}^i; h_{1y}^n; h_{2y}^n$ – по осях y_1, y_2 ; $h_{1z}^i; h_{2z}^i; h_{1z}^n; h_{2z}^n$ – по осях z_1, z_2 ;

Коефіцієнти демпфування по повздовжних осях x_1, x_2 у схемі не враховуються. Зусилля між первинною і вторинною ланками передаються через зубці, що розглядаються як пружні елементи зі змінною жорсткістю $c_y(t)$, та рідинним демпфером з коефіцієнтом демпфування – h_y . Динамічна схема враховує також бічний зазор – j . Ділянки валів для приєднаних мас мають крутильні жорсткості c та c_j . Відстані від центру мас колеса та шестерні, прийнятих за початок координат $X_1O_1Y_1Z_1$ та $X_2O_2Y_2Z_2$ до опор позначені як l_1 і l_2 , ширина шестерні – b , rb_1, rb_2 – радіуси основних кіл коліс; s – поточна координата вздовж осей x .

Похибка зачеплення оцінюється кінематичною похибкою передачі з періодичністю k циклів за один оберт шестерні, у вигляді полігармонічної функції, що відповідає кривій кінематичної похибки. Дію гармонічних складових різних частот, сумою яких ця функція являється, можна враховувати кожен окремо, розклавши функцію у ряд Фур'є, тобто

$$F_{in}(t) = \sum_{i=1}^n a_i \sin(p_i t + \varphi_{ki}) = \sum_{i=1}^n a_i \sin(k_i \omega_i t + \varphi_{ki}).$$

За рахунок похибки кута нахилу зубів β_{φ} , початкові непаралельність і перекіс валів будуть додаватись до відповідних кутів φ . Найбільша повнота врахування параметрів, що впливають на коливальний процес в динамічній схемі зубчастої передачі (рис. 1) досягається при урахуванні прогину валів, надаючи їм згинної жорсткості в місцях посадки зубчастих коліс, а також вводячи рідинні демпфери з коефіцієнтами демпфування $h_{1x}^i; h_{2x}^i$ (на схемі динаміки не позначені), для опор у поздовжньому напрямі зубчастих коліс, вздовж осей x_1 та x_2 .

В динамічній схемі, жорсткість зачеплення $C_y(t)$ враховується тільки у напрямі площини зачеплення, як переважаюча в утворенні збурень у коливальній системі, тому вплив жорсткісних та демпфуючих властивостей зачеплення в інших напрямках не враховується. Вплив поздовжньої жорсткості та демпфуючих властивостей зачеплення вздовж осей x_1 та x_2 в найбільшій мірі, у порівнянні з прямозубими, проявляється для косозубих зубчастих передач. Однак, поздовжня жорсткість зачеплення косозубих коліс в значній мірі переважає жорсткість зачеплення вздовж площини зачеплення, і тому в розрахунковій схемі може не враховуватись.

Для прямозубих передач, у яких виникнення поздовжньої жорсткості обумовлене в основному похибкою кута нахилу зубів і за рахунок похибок положення робочих осей зубчастих коліс, вплив її на коливальний стан динамічної системи проявляється ще в меншій мірі. Урахування жорсткості зачеплення тільки у напрямі площини зачеплення, спрощує і без того достатньо складну модель динаміки зубчастих передач без істотного спотворення вивчення коливального стану системи. З метою спрощення динамічної схеми, вали зубчастих коліс в динамічній схемі розглядаються як абсолютно тверді, кожен вал має 3 ступені вільності.

Розглянемо переміщення, прийняті у даній моделі.

1. За рахунок кутів закрутки валів приєднаних мас двигуна і робочої машини, що викликають крутильні коливання. $(\varphi - \varphi_1) + (\varphi_2 - \varphi_3)$ – амплітуди крутильних коливань двигуна, шестерні, колеса і привідної (робочої) машини – додатні проти часової стрілки.

2. За рахунок непаралельності валів шестерні та колеса.

$(z_1 - l_1 \phi_1^y) + (z_1 + l_2 \phi_1^y) + (z_2 - l_1 \phi_2^y) + (z_2 + l_2 \phi_2^y)$ – переміщення робочих осей зубчастих коліс у вертикальній площині, відповідає амплітуді поперечного коливання – додатні проти часової стрілки.

3. За рахунок перекосу валів шестерні та колеса.

$(y_1 - l_1 \phi_1^z) + (y_1 + l_2 \phi_1^z) + (y_2 - l_1 \phi_2^z) + (y_2 + l_2 \phi_2^z)$ – переміщення робочих осей зубчастих коліс у горизонтальній площині породжують поперечні коливання і відповідають їх амплітуді – додатні проти часової стрілки.

4. За рахунок поздовжніх (осьових) зміщень шестерні та колеса.

$x_1 + x_2$ – поздовжні переміщення шестерні та колеса вздовж осей, відповідають амплітуді поздовжніх коливань – додатні, якщо співпадають з обраними напрямками осей.

5. За рахунок похибки зачеплення (в напрямі лінії або площини зачеплення) переміщення в механічній системі мають вигляд:

$$\frac{1}{\cos \alpha_f} \left[(z_1 - z_2) + (\phi_1^y - \phi_2^y) \xi \right] + r_{b1} \varphi_1 - r_{b2} \varphi_2 + tg \beta_0 (x_1 - x_2) + \delta \varphi + j + w + \frac{1}{\sin \alpha_f} \left[(y_1 - y_2) + (\phi_1^z - \phi_2^z) r_{b1} tg \beta_0 \right]$$

Окремо розглядаються такі види переміщень:

$$\frac{(\phi_1^y - \phi_2^y) \xi}{\cos \alpha_f}$$

Переміщення, що викликають додаткову непаралельність валів за рахунок похибки зачеплення при переміщенні точки контакту кінематичної пари по довжині зуба. Характеризується поточною координатою ξ .

$$r_{b1} \frac{(\phi_1^z - \phi_2^z)}{\sin \alpha_f} tg \beta_0$$

Переміщення вздовж площини зачеплення, що викликає додатковий перекис валів за рахунок похибок кута нахилу β_0 для зубів шестерні та колеса.

$$r_{b1} \varphi_1 - r_{b2} \varphi_2$$

Відхилення дуг по основному колу шестерні та колеса за рахунок прояву дії в зачепленні похибок від первинних помилок з урахуванням пружних деформацій зубів зубчастих коліс. Беруться по напрямку лінії зачеплення і дорівнюють переміщенням по дугах основних кіл з радіусами r_{b1} та r_{b2} – для шестерні та колеса відповідно.

При розгляді переміщень за рахунок повороту шестерні та колеса, відповідно на кути φ_1 , φ_2 навколо осей x_1 та x_2 , вздовж дуг ділительних кіл, різницю $r_{b1} \varphi_1 - r_{b2} \varphi_2$ необхідно згідно геометрії зубчастого зачеплення домножити на множник $1/\cos \alpha_f$, де α_f – торцевий кут зачеплення.

$tg \beta_0 (x_1 - x_2)$ – переміщення, що викликає похибку вздовж лінії зачеплення від помилки кута нахилу шестерні і колеса. У випадку прямозубих зубчастих коліс ця похибка має місце за рахунок відхилення прямого зуба від твірної основного циліндра на $\Delta \beta_0$.

x_1 ; x_2 ; y_1 ; y_2 ; z_1 ; z_2 – зміщення центрів шестерні та колеса. У загальному випадку ці переміщення у напрямі осей координат, можна розглядати як результат сумарних переміщень центрів шестерні і колеса від пружних і непружних зміщень.

Непружні зміщення центрів зубчастих коліс обумовлені похибками ексцентриситетів основних кіл коліс, нецентровкою посадкових отворів підшипників, радіальними зазорами у опорних підшипниках, тощо.

Пружні зміщення центрів, викликані контактними деформаціями зім'яття елементів підшипників з додаванням згинальних деформацій при застосуванні у підшипниках порожнистих тіл кочення. Враховуються також деформації корпусів редукторів і згинання валів, якщо у схемі вони не розглядаються як абсолютно тверді тіла. За спрощуючих припущень, пружні деформації від перелічених факторів можуть не враховуватись. У наведеній динамічній схемі, ці переміщення розглядаються як сумарні, без виділення компонент складових зміщень для центрів коліс, що переміщуються на жорсткості опор.

Висновки

Таким чином, за прийнятих допущень, динамічна схема зубчастої передачі у повній мірі відображає всі основні геометричні, масо-жорсткісні, демпфуючі та конструктивні параметри класу одноступінчастих косозубих евольвентних зубчастих передач. Динаміка зубчастої передачі, описана в залежності від похибок зачеплення, змінної жорсткості зачеплення і піддатливості опор

На відміну від існуючих, запропонована автором модель динаміки має такі особливості і переваги:

— кількість врахованих схемою ступенів вільності валів – 3, зубчастих коліс – 6;

— повне врахування конструктивних, геометричних, масо-жорсткісних та демпфуючих властивостей реальної зубчастої передачі.

Крім цього, модель враховує додаткові переміщення елементів зубчастої передачі, що виникають за рахунок:

- кутів закрутки валів приєднаних мас і робочої машини;
- непаралельності валів шестерні та колеса;
- перекосу валів шестерні та колеса;
- поздовжніх (осьових) зміщень шестерні та колеса;
- похибки зачеплення у напрямку лінії або площини зачеплення.

Список використаних джерел

1. *Абрамов Б.М.* Колебания прямозубых зубчатых колес. Харьков, ХГУ, 1968. 175 с.
2. Вибрации механизмов с зубчатыми передачами. Сборник статей / Под ред. М.Д. Генкина и Э.Л. Айрапетова. М., Наука, 1978. 127 с.
3. Вопросы геометрии и динамики зубчатых передач. Сборник статей / Под ред. М.Д. Генкина. М. Наука, 1964. 135 с.
4. *Генкин М.Д., Гринкевич В.К.* Динамические нагрузки в передачах с косозубыми колесами. М., Изд. АН СССР, 1961. 118 с.
5. Динамические процессы в механизмах с зубчатыми передачами. Сборник статей / Под ред. М.Д. Генкина и Э.Л. Айрапетова. М., Наука, 1976. 155 с.

УДК 539.3

СТІЙКІСТЬ ШАРУВАТОЇ ЗАМКНЕНОЇ СФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ПІД ДІЄЮ РІВНОМІРНОГО ЗОВНІШНЬОГО ТИСКУ

*Доктор технічних наук Рассказов О.О.,
кандидат технічних наук Бондарський О.Г.*

Розв'язана задача стійкості замкненої шаруватої сферичної оболонки на основі лінеаризованих рівнянь у формі змішаного методу в прямокутних координатах. Наведені результати числових розрахунків для сферичних оболонок різної будови.

The stability problem of the closed layered spherical shell is solved on the basis of the linearized equations in form of the mixed method in rectangular coordinates. The results of numerical calculations for the spherical shells of different structure are presented.

В останній час тонкостінні шаруваті конструкції, в тому числі оболонки, знайшли широке застосування в різних галузях сучасної техніки. Розрахунок таких конструкцій є досить складною задачею, основу розв'язку якої повинні складати теорії, що враховують низький опір матеріалу поперечному зсуву та нормальному обтисненню, а також ортотропію шарів[1].

Використовується варіант уточненої теорії шаруватих оболонок, який враховує вплив поперечного зсуву та нормального обтиснення шарів, їх ортотропію, довільну кількість і взаємне розташування при суттєвих відмінностях у товщинах і пружних властивостях [1]. В основу уточненої теорії покладені гіпотези про розподіл за товщиною поперечних дотичних напружень, нормальних поперечних деформацій і поперечного нормального напруження для всього пакету в цілому.

Постановка задачі та методика її розв'язування. Розглядається сферична оболонка, яка зіставлена із ізотропних шарів, що симетрично розташовані відносно серединної поверхні без урахування впливу поперечного обтиснення. Запишемо лінеаризовані рівняння стійкості пологих оболонок у формі змішаного методу в прямокутних координатах [1]: