Якщо ж транспортний засіб орендує перевізник і використовує його для перевезення пасажирів на маршрутах загального користування, то він повинен утримувати орендовані транспортні засоби у належному технічному стані, проводити медичний огляду водіїв, створювати для них умови праці та відпочинку згідно з вимогами законодавства, забезпечувати документацією на перевезення пасажирів. Бажано, щоб у Законі України «Про автомобільний транспорт» була прописана відповідна правова норма.

Висновки.

При внесенні змін до законодавчих та нормативних – правових актів стосовно пасажирського автомобільного транспорту [6,7,8] потрібно дати механізм реалізації правових норм, установлених міжгалузевим законодавством [1 — 6].

Література

1. Конституція України, N 254к/96-ВР, 28.06.1996
2. Цивільний кодекс України, Відомості Верховної Ради (ВВР), 2003 р., №№ 40 – 44, ст. 356
3. Господарський кодекс України, Відомості Верховної Ради (ВВР), 2003 р., № 18, ст. 19 — 20
4. Закон України «Про місцеве самоврядування в Україні», Відомості Верховної Ради (ВВР), 1997 р., N 24, ст.170
5. Закон України «Про місцеві державні адміністрації», Відомості Верховної Ради (ВВР), 1999, N 20-21, ст.190.
6. Закон України «Про захист економічної конкуренції», Відомості Верховної Ради (ВВР), 2001, N 12, ст.64.
7. Законі України «Про автомобільний транспорт», Відомості Верховної Ради (ВВР), 2001 р, № 22, ст.105.
8. Порядок і умови організації перевезень пасажирів і багажу автомобільним транспортом, затверджені наказом Міністерства транспорту України від 21 січня 1998 року № 21.
9. Правила надання послуг пасажирського автомобільного транспорту, затверджені постановою Кабінету Міністрів України від 18 лютого 1998 р. № 176.

УДК 625.65.01

ТЕНЗОРНА МОДЕЛЬ ПОТОКІВ У ВІДКРИТІЙ ТРАНСПОРТНІЙ МЕРЕЖІ

Кандидат технічних наук Тіхонов В.І.,
Радкевич С.Д.,
Тихонова О.В.

В статті розглянуто та побудовано тензорну модель одно-продуктових системних потоків у відкритій транспортній мережі.

In the article the tensor model of onefood system streams is considered and built in the opened transport network.

Постановка проблеми і аналіз останніх публікацій.Однією з *актуальних проблем* у сфері транспорту і зв'язку є оптимальне управління транспортними потоками на основі адекватних математичних моделей мереж і потоків у них.*Відомі моделі*потоківу транспортних мережах спираються на теорію графів [1] і мереж Петрі [2], теорію масового обслуговування [3], фрактальний і вейвлет аналіз [4-5], штучні нейронні мережі [6]. Відносно *новим підходом* у дослідженні транспортних мереж є тензорна методологія [7]. Тензорні моделі є більш складними, проте на відміну від інших, комплексно відображують структурні та функціональні властивості мереж і процесів, що в них перебігають [8]. Відомі тензорні моделі транспортних потоків описують мережу як багатовимірну лінійну систему (наприклад, сукупність замкнутих контурів), у якій визначаються специфічні параметри потоку у якості тензора (наприклад, черги і затримки обслуговування) [9]. Такий підхід є релевантним для аналізу замкнутих об'єктів. *Однак* методологія тензорного моделювання відкритих транспортних мереж потребує свого подальшого розвитку.

Мета. Побудувати тензорну модель одно-продуктових симетричних потоків у відкритій транспортній мережі.

Виклад основного матеріалу. ***Побудова матриці зв'язності відкритої мережі.*** Розглянемо відкриту транспортну мережу V, що входить до складу загальної транспортної інфраструктури W деякого регіону (наприклад, національну мережу пасажирських перевезень, інфокомунікаційну мережу тощо). Припустимо, що у складі мережіV виділенодеякуобмежену кількість N транспортних вузлів x_n , $n = 1,2,...,N$, через які проходить переважна більшість потоків мережі. Позначимо через X множину виділених N вузлів мережі V: $X=\{x_n\}$. Домовимось, що модель потоків мережі V будується відносно заданого вузла мережі, і цей вузол матиме порядковий номер $n=1$ (тобто вузол x_1). Множину X виділених вузлів мережі V будемо вважати *відкритою* у тому сенсі, що кожен вузол $x_n \in X$, $n=1,2,...,N$ може мати так звані «*власні потоки*», тобто ті потоки, що виходять за рамки відносин між позначеними вузлами x_n. Такими «власними потоками» можуть бути потоки між вузлами $x_n \in X$ та іншими (невизначеними наявно) об'єктами загальної мережі W, що оточують мережу V.

Розглянемо одно-продуктову мережу (наприклад, пасажирські перевезення без диференціації по типах транспортних засобів, або телекомунікаційну мережу без розподілу потоку на окремі складові). Введемо абстрактне поняття «*потужність потоку*» p, що вимірюється у натуральних одиницях (наприклад, «кількість пасажирів, перевезених за одну годину, або кількість байт інформації переданих за одну секунду). З урахуванням припущення про відкритість вузлів $x_n \in X$ мережі V, *абсолютну потужність* кожного вузла $x_n \in X$ (позначимо її $|p_n|$) будемо розглядати як позитивну дійсну скалярну функцію f від двох аргументів, яка задовольняє відношенню:

$$p_n|=f(p^X{}_n, p^?{}_n)d» p^X{}_n + p^?{}_n; \ n=1,2,...,N \tag{1}$$

де $p^X{}_n$ — потужність потоку між вузлом $x_n \in X$ та іншими вузлами $x_m \in X$, $n \neq m$, що входять до складу множини X; $p^?{}_n$ — потужність потоку між вузлом $x_n \in X$ та іншими (невизначеними наявне) об'єктами, що не входять до складу множини X, а також між вузлом $x_n \in X$ і невизначеними наявне об'єктами локального оточення вузла $x_n \in X$.

Окрім того, приймемо, що усі потоки, які перетинають деякий вузол $x_n \in X$, мають орієнтацію, а саме: потік, що виходить з вузла (вихідний потік), вважатимемо умовно позитивно орієнтованим, а вхідний потік – негативно орієнтованим. Орієнтовані потоки назвемо *симплексами мережі*. Симплекси будемо позначати невід'ємними дійсними числами. Позначимо симплексами $p^+{}_n$ і $p^-{}_n$ відповідно узагальнений вихідний і вхідний потоки для вузла . Двомірний *комплекс* p_n, що складається з двох симплексів ($p^+{}_n$ і $p^-{}_n$), назвемо *дуплексною потужністю* вузла $x_n \in X$: $p_n=(p^+{}_n, p^-{}_n)$. Симплекси $p^+{}_n$, $p^-{}_n$ будемо вважати незалежними одне від одного; з цього витікає, що сума симплексів $p^+{}_n + p^-{}_n$ є абсолютною потужністю $|p_n|$вузла x_n : $|p_n| = p^+{}_n + p^-{}_n$. Симплекси $p^+{}_n$, $p^-{}_n$ не обов'язково співпадають. Якщо $p^+{}_n \neq p^-{}_n$, то це є ознакою *зовнішньої асиметрії* мережі. Аналогічно, загальний потік між двома різними вузлами мережі $x_n, x_m \in X$, $n, m = 1, 2, ..., N$; $n \neq m$, матиме дві складові – потік від x_n до x_m (позначимо його симплекс $p^+{}_{nm}$) і зворотній потік (симплекс $p^-{}_{nm}$). Двомірний *комплекс* p_{nm}, що складається з двох симплексів ($p^+{}_{nm}$ і $p^-{}_{nm}$) назвемо потужністю зв'язності вузлів x_n і x_m мережі. Симплекси $p^+{}_{nm}$ і $p^-{}_{nm}$ не обов'язково співпадають. Якщо $p^+{}_{nm} \neq p^-{}_{nm}$, то це є ознакою *внутрішньої асиметрії* мережі.

Транспортну мережу, яка має ознаку зовнішньої асиметрії ($p^+{}_n \neq p^-{}_n$ хоча б для одного $1 \leq n \leq N$), назвемо *дивергентною мережею*. Відповідно зовнішньо симетричну мережу ($p^+{}_n = p^-{}_n$ для всіх $1 \leq n \leq N$) назвемо з*балансованою мережею*. Транспортну мережу, яка має ознаку внутрішньої асиметрії ($p^+{}_{nm} \neq p^-{}_{nm}$ хоча б для однієї пари $n \neq m$, $1 \leq n$, $m \leq N$) назвемо *анізотропною мережею*. Відповідно внутрішньо симетричну мережу ($p^+{}_{nm} = p^-{}_{nm}$ для будь якої пари $n \neq m$, $1 \leq n$, $m \leq N$) назвемо *ізотропною мережею*.

Розглянемо збалансовану ізотропну зв'язну транспортну мережу V на множині вузлів $x_n \in X$, $n=1,2,...,N$. Перебіг потоків у мережі задамо дійсною функцією $R=R(n, m)=\{p_{nm}\}$, $n, m = 1, 2, ..., N$ яка задовольняє трьом аксіомам:

а) аксіома збалансованості : $p^+{}_n = p^-{}_n = |p_n| > 0$ для всіх n;

б) аксіома ізотропії : $p_{nm}=p_{mn}\geq 0$ для всіх $n\neq m$;

в) аксіома зв'язності : $p_{1m}= p_{m1}> 0$ для всіх $m>1$.

Функцію $R= R(n, m)=\{p_{nm}\}$, $n,m=1,2,...,N$ назвемо *функцією зв'язності* мережі (*ФЗ*). Функцію зв'язності R відобразимо у формі квадратної *матриці зв'язності* мережі. Для $N=3$ матриця зв'язності R зображена на рис.1.

$R(n, m)=$

m / *n*	1	2	3
1	$\lvert p_1\rvert$	$p_{12}= p_{21}$	$p_{13}= p_{31}$
2	p_{21}	$\lvert p_2\rvert$	$p_{23}= p_{32}$
3	p_{31}	p_{32}	$\lvert p_3\rvert$

Рис.1. Квадратна матриця зв'язності мережі

Згідно зазначеним вище аксіомам «а» і «в», усі елементи головної діагоналі матриці R, а також всі елементи першого стовпця і першогорядка матриці R, мають бути ненульовими позитивними дійсними числами. Ці дві аксіоми забезпечують те, що будь яка система з N вузлів мережі V зберігає кількість елементів множини X, а також зберігає властивість множини X бути цілісною структурою, що не розпадається на декілька непов'язаних одне з одним сегментів.

Згідно аксіоми «б», не діагональні елементи матриці R (окрім тих, що знаходяться в першому стовпці або в першомурядку матриці R — аксіома «в») повинні бути невід'ємними дійсними числами, симетричними відносно головної діагоналі матриці R. (Наприклад, вони можуть мати нульові значення). У разі виконання всіх трьох аксіом («а», «б», «в») матриця R, очевидно, уособлює собою дійсну квадратну симетричну матрицю з невід'ємними елементами.

Геометрична інтерпретація матриці зв'язності. Додамо ще одну аксіому відносно матриці R:

г) аксіома позитивності: матриця зв'язності мережі R є позитивно визначеною матрицею.

Виконання аксіоми позитивності для матриці R означає, що:

по-перше: усі N власних чисел λ_n матриці R є дійсні додатні числа $\lambda_n>0$, а детермінант матриці R є дійсним додатним числом $\Delta=\lambda_1\cdot\lambda_2\cdot\ldots\cdot\lambda_N>0$, $n=1,2,...,N$. Вектор $\lambda=\{\lambda_n\}$ власних чисел матриці R також називають спектром матриці R[10].

по-друге: усі N власних векторів z_n матриці R є дійсними векторами, які утворюють ортонормований лінійний базис $Z=\{z_n\}$ N-мірного евклідового простору; при цьому матриця Z має властивість $Z^*\bullet Z=Z\bullet Z^*=I$, де I – діагональна одинична матриця (символ Кронекера); символом «$_*$» позначено операцію спряження матриці; для дійсної матриці операція спряження означає транспонування матриці [10]:

Як відомо [10], позитивно визначенадійсна матриця R розкладається у мультиплікативну форму

$$R=Z^*\cdot\Lambda\cdot Z\,, \tag{2}$$

де Z^* і Z є один раз коваріантними і один раз контраваріантними тензорами другого рангу, Λ діагональна матриця власних чисел λ_n(два рази коваріантний тензор другого рангу). Матриця R, яка має властивість (2), є два рази коваріантним метричним тензором Рімана другого рангу, що визначає дійсний N-мірний евклідовий простір E_R з точністю до повороту системи координат на будь які кути відносно точки початку координат [10]. Позначимо через матрицю A систему базисних ко-векторів для простору E_R. Матриця A є один раз коваріантним і один раз контраваріантним тензором другого рангу, яка задовольняє матричному рівнянню:

$$A\cdot A^*=R=Z^*\cdot\Lambda\cdot Z\,. \tag{3}$$

Розглянемо деяку дійсну ортонормовану матрицю B, що має властивість [10]:

$$B^*=B^{-1};\ B^*\cdot B=B\cdot B^*=B\cdot B^{-1}=B^{-1}\cdot B=I. \tag{4}$$

Будь які повороти базису A можна представити як перетворення координат за допомогою матриці B:

$$\left.\begin{array}{ll} (A_B)^*=B\cdot A^*, & A_B=A\cdot B^*, \\ A^*=B^*\cdot(A_B)^*=B^{-1}\cdot(A_B)^*, & A=A_B\cdot B. \end{array}\right\} \tag{5}$$

Перетворення координат (5) є інваріантними щодо матриці зв'язності R:

$$A_B\cdot(A_B)^*=A\cdot B^*\cdot B\cdot A^*=A\cdot(B^*\cdot B)\cdot A^*=A\cdot I\cdot A^*=A\cdot A^*=R \tag{6}$$

З рівняння (3) маємо:

$$A=Z^*\ \Lambda^{1/2}, \tag{7}$$

де $\Lambda^{1/2}$ є один раз коваріантним і один раз контраваріантним тензором другого рангу.

Для заданої матриці зв'язності R, що задовольняє чотирьом аксіомам ((«а», «б», «в», «г»), ми отримали геометричну модель потоків транспортної мережі у вигляді добутку двох матриць (7). Цей добуток є два рази коваріантним і два рази контраваріантним тензором четвертого рангу [10]. Подвійна згортка добутку двох матриць у (7) дає в результаті один разковаріантний і один раз контраваріантний тензор другого рангу (матрицю A). Матриця ко-векторів A є лінійним не нормованим і не ортогональним оператором. Цей оператор також можна інтерпретувати як базис N-мірного евклідового простору E_R(оскільки A є функцією від R). Для кожної матриці R, очевидно, існує безліч базисів E_R, кожен з яких утворюється за допомогою перетворення матриці A у матрицю $A_B=A\cdot B^*$.

Розглянемо спеціальний базис G, у якому оператор A перетворюється в унітарний матричний оператор A_G. Таким базисом є базис $G=Z^*\cdot\Lambda^{-(1/2)}$. Дійсно:

$$A_G=A\cdot G^*=A\cdot(Z^*\cdot\Lambda^{-(1/2)})^*=A\cdot\Lambda^{-(1/2)}\cdot Z)=(Z^*\cdot\Lambda^{1/2})\cdot(\Lambda^{-(1/2)})=Z^*=I \tag{8}$$

Аналогічно справедливо $G\cdot A^*=I$. Покажемо, що базис G є контраваріантним по відношенню до A, тобто проекція$x_G=x\cdot G^*$ довільного вектору x в базис G є контраваріантною, а проекція $x_A=x\cdot A^*$ в базис A –коваріантною:

$$x_G\cdot(x_A)^*=(x\cdot G^*)\cdot(x\cdot A^*)^*=(x\cdot G^*)\cdot(A\cdot x^*)=x\cdot(G^*\cdot A)\cdot x^*=x\cdot I\cdot x^*=x\cdot x^*=|x|^2 \tag{9}$$

Таким чином, для матриці зв'язності мережі R ми побудували лінійний евклідовий простір E_R, в якому окремі вузли мережі відображуються векторами, заданими в одній із двох форм: ко-вектору або контр-вектору. Добуток цих двох проекцій завжди є інваріантом вектора – квадратом його довжини:

$$x_G\cdot(x_A)^*=x_A\cdot(x_G)^*=x\cdot x^*=|x|^2. \tag{10}$$

Фізичним змістом цього інваріанту є абсолютна потужність вузла. При цьому будь яка зміна системи координат (тобто зміна розподілу потоків у мережі) зберігає властивість (10). Дві системи координат (A і G), які є функціями матриці R і пов'язані між собою співвідношенням $A\cdot G^*=G\cdot A^*=I$, назвемо відповідно ко-базисом і контр-базисом для матриці R. Ко-векториx_A і контр-вектори x_G співвідносяться між собою через матрицю зв'язності R:

$$x_A=x_G\cdot R;\ x_G=x_A\cdot R^{-1}. \tag{11}$$

Матрицю R називають матрицею перетворень координат, або фундаментальною матрицею [10]. Квадрат довжини вектора x є квадратичною формою з матрицею R або R^{-1} в залежності від того, якого типу є вектор x:

$$|x|^2 = x_G \cdot R \cdot (x_G)^* = x_A \cdot R^{-1} \cdot (x_A)^*. \quad (12)$$

Скалярний добуток двох векторів x і y є білінійна форма виду:

$$(x \times y) = (y \times x) = x \cdot y^* = y \cdot x^* = x_G \cdot R \cdot (y_G)^* = x_A \cdot R^{-1} \cdot (y_A)^*. \quad (13)$$

Слід зауважити, що поняття ко-базису A і контр-базису G є математичними абстракціями, які насправді описують різні способи проектування векторів в один і той же геометричний базис лінійного простору E_R. Ко-базис A визначає, що ко-вектор $x_A = x \cdot A^*$ обчислюється у формі скалярних добутків вектору x (як геометричного об'єкту) на вектори лінійної системи E_R. Абстрактний ко-базис A уособлює в собі геометричну систему векторів, яка сама по собі не є коваріантною чи контраваріантною.

Із виразу (8) витікає, що будь-яка не вироджена геометрична система векторів виглядає у власному контр-базисі як одинична діагональна матриця I. Відповідно контраваріантні проекції довільного вектору x в контр-базисі G масштабуються в одиницях довжини кожного з векторів контр-базису. Це дає змогу компактно відображувати поточний динамічний стан потоків у мережі як систему векторів, що визначена у безрозмірних фізичних величинах своїми контраваріантними проекціями в диференціальній формі (тобто у відхиленнях контр-проекцій векторів від одиничних проекцій). Кожен вектор відповідає одному з вузлів мережі, квадрат довжини вектору є потужність вузла, а скалярний добуток векторів є потужність потоку між двома вузлами (тобто міра зв'язності вузлів мережі).

З урахуванням викладеного вище, назвемо контр-базис G *калібрувальним, або еталонним базисом* (*gaugebasis*) для матриці зв'язності мережі R. Побудова еталонного базису для опису потоків у транспортній мережі дозволяє виражати динамічні зміни потоків в мережі як відхилення від заданої еталонної тензорної моделі потоку. Ця еталонна модель виглядає в еталонному базисі як діагональна одинична матриця.

Висновки. В даній роботі показано, що за певних умов, викладених у чотирьох аксіомах, сукупність одно-продуктових симетричних потоків між виділеною множиною вузлів транспортної мережі може бути інтерпретована в геометричних термінах як базис N-мірного дійсного евклідового простору E_R. Цей базис в інваріантній формі виражається у вигляді матриці зв'язності мережі R, яка відповідає визначенню метричного тензору Рімана.

Для кожної матриці зв'язності R отримано один раз коваріантний і один контраваріантний тензор A, тобто лінійний оператор у N-мірному ортонормованому дійсному евклідовому просторі E^N. Оператор A за допомогою спеціального калібрування системи координат (у вигляді еталонного базису G) перетворюється на унітарний (в базисі G) оператор. Операторам A і G відповідають матриці A і G, що мають зміст ко-базису і контр-базису лінійного простору E_R.

Контр-базис G визначено в роботі як еталонний, або калібрувальний, базис для абстрактного лінійного простору, що асоціюється з матрицею зв'язності R і є функцією від R. Матриця R обчислюється шляхом статистичного усереднення експериментальних даних по реєстрації потоків між вузлами транспортної мережі за певний період часу, наприклад, за добу, тиждень, місяць тощо.

Динаміка часових змін транспортних потоків мережі в рамках визначеного часового періоду усереднення відображується в диференціальній формі як відхилення тензору потоків в заданий час від середньостатистичного, тобто еталонного, тензору потоків. При цьому відхилення кожної контр-проекції тензору потоків обчислюється як від'ємник між одиницею і поточним значенням цієї проекції.

Література

1. *Свами М.* Графы, сети и алгоритмы / М. Свами, К. Тхуласираман. – М.: Мир, 1984.– 455с.

2. *Зайцев Д.А.* Синтез моделей Петри телекоммуникационных протоколов / Д.А.Зайцев // Науковіпраці ОНАЗ ім. О.С.Попова. – 2005. – №2. – С.36-42.

3. *Guizani M., Rayes A., Khan B., Al-Fuqaha A.* Queuing Theory, in Network Modeling and Simulation: A Practical Perspective. – Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2010. – Chapter 9. – P. 197-233. – doi: 10.1002/9780470515211.ch9.

4. Фрактальный анализ и процессы в компьютерных сетях : учеб.пособие / Ю.Ю. Громов, Н.А. Земской, О.Г. Иванова, А.В. Лагутин, В.М. Тютюнник. – 2-е изд., стереотип. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. – 108 с..

5. A Practical Guide to Wavelet Analysis. Режим доступа: http://paos.colorado.edu/research/wavelets/

6. A Brief Introduction to Neural Networks. David Kriesel.Режим доступа: http://www.dkriesel.com/en/science/neural_networks

7. *Петров А. Е*. Тензорная методология в теории систем. – М.: Радио и связь, 1985 – 152 с..

8. Пасечников И.И. Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей / Пасечников И.И. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 216 с.

9. Лемешко О.В. Теоретичніосновиуправліннямережними ресурсами з використаннямтензорнихматематичних моделей телекомунікаційних систем: автореф. дис. на здобуття наук. ступ. докт. техн.наук / Лемешко ОлександрВіталійович. -Харків, 2005. — 37 с.

10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). — М.: Наука, 1973. — 832 с.

УДК 65.01

ТЕНЗОРНИЙ АНАЛІЗ ПОТОКІВ У ВІДКРИТІЙ ЛОГІСТИЧНІЙ СИСТЕМІ

Кандидат технічних наук Тіхонов В.І.,
кандидат технічних наук Мельниченко О.І.,
Радкевич С.Д.

В статті запропоновано тензорний підхід до аналізу моно-продуктових потоків у відкритій логістичній системі. побудовано комплексну тензорну модель асиметричних потоків за критерієм мінімізації складських потужностей логістичної системи. Тензорна модель потоків призначена для структурної і функціональної оптимізації логістичної системи.

The tensor approach studied for the mono-product flow analysis in the open logistic system. The complex tensor model provided for asymmetric flows in logistic system on The storage minimum criteria. The flow tensor model aims the structure and functional optimization of logistic system.

Постановка задачі

Керування матеріальними, інформаційними та іншими потоками є важливою складовою частиною сучасного інтегрованого світу, яка досліджується в рамках логістики як науково-технічної дисципліни [1]. Актуальність логістики обумовлена потенційними можливостями підвищення ефективності функціонування систем, що виробляють і постачають ринковий продукт. Методологія оптимального керування системою логістики базується на створенні адекватних математичних моделей процесів обігу матеріальних і нематеріальних ресурсів в розподілених комерційних мережах, що виробляють, накопичують і постачають ринковий продукт. Розділяють внутрішні (або замкнуті) моделі логістичної системи і відкриті (інтегровані) моделі [2-3]. Новим перспективним напрямком математичного моделювання логістичних систем є тензорний аналіз [4]. Однак відомі тензорні моделі логістичних систем потребують подальшого розвитку. Зокрема в літературі недостатньо публікацій по тензорним моделям відкритих систем логістики. *Метою роботи* є побудова моделі тензорного аналізу моно-продуктових потоків у відкритій логістичній системі.

Розглянемо відкриту логістичну систему *LS*, яка має певну множину $\widetilde{T}$ складських терміналів $\widetilde{T} =\{T_n,\}$ $n=1,2,\dots, N,$ розташованих на умовних кордонах системи (рис.1). Термінали T_n призначені для динамічного накопичення і постачання деякого моно-продукту p. Кожен з терміналів має зовнішні потоки p_n продукту p, а також внутрішні перехресні потоки p_{nm} між кожною парою терміналів T_n і T_m, $n, m=1,2,\dots, N; n\neq m.$

Доповнимо множину $\widetilde{T}$ *відкритим пустим елементом* $\varnothing$: $T=\varnothing$. Будемо вважати, що елемент$\varnothing$ певним чином взаємодіє з усіма терміналами T_n, а також із зовнішнім оточенням логістичної системи. Фізичний зміст пустого елементу$\varnothing$ може бути різнім. Наприклад, елемент$\varnothing$ символізує умовного спостерігача-адміністратора, що контролює функціонування логістичної системи. Для того, щоб отримати інформа-