

Рис 1 в

З рисунків видно, що при збільшенні швидкості течії рідини вказаний ефект перекачки енергії в амплітуду коливань першої форми стає все більш помітним. Подібні явища ми спостерігаємо і при дослідженні інших варіантів закріплення трубопроводу. Дослідження інших випадків закріплень показує, що такі загальні тенденції системи зберігаються і надалі, і найбільш небезпечними є швидкості течії, які перевищують половину критичної швидкості. Значення критичних швидкостей для таких способів закріплення відповідно будуть: консоль – вільний кінець — 20,9 м/с; консоль – консоль — 82,1 м/с; консоль – шарнір — 58,0 м/с; шарнір – шарнір — 54,4 м/с.

Висновки. Вирішальним у поведінці трубопроводу – рідини, незалежно від способу закріплення, є наближення швидкості течії рідини до критичної. При критичних швидкостях, що перевищують половину критичної швидкості, спостерігається цілеспрямований енергообмін в системі, який приводить до зростання початкових збурень в часі, який може привести до небезпечних ситуацій. Найбільш складно і з більшими амплітудами ці явища проявляються для закріплень з вільними краями.

Література

1. Василевский Ю.Е., Лимарченко О.С. Нелинейная модель динамики трубопровода при скоростном течении жидкости // Комплексний аналіз і течії з вільними границями, Збірник праць Інституту математики НАН України. – Київ: Інститут математики НАН України. — 2006. — 2, № 4. — С. 322–334.
2. Бондарь Н.Г. Нелинейные автономные задачи механики упругих систем. – Киев, Будивельник, 1971. – 140 с.
3. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики, том 2. – М.: Наука, 1977. – 544 с.

УДК 539.3

АНАЛІЗ АВТОКОЛИВАНЬ СКЛАДЕНИХ БУРИЛЬНИХ КОЛОН ЗА ДОПОМОГОЮ МОДЕЛІ СИЛ ТЕРТЯ КУЛОНА

Глушакова О.В.

Розглянута проблема самозбудження крутильних коливань бурильних колон, складених із ланок з різними жорсткостями крутіння. Проведені дослідження основних закономірностей самозбудження і протікання цих коливань. Виведені рівняння дифракції хвиль крутіння в точках стику ланок колони з різними жорсткостями. Встановлено, що форми автоколивань реалізуються по сценаріям релаксаційних автоколивань.

The problem of torsion vibration self-excitation of drill strings combined from tubular segments with differing torsion stiffness is considered. The analysis of principal regularities of self-excitation and realization of those

vibrations is performed. The equations of the torsion wave diffraction at the points of joints of the links with differing stiffnesses. It is established that the auto-vibration models are realized with the scenarios of relaxation auto-vibrations.

Постановка проблеми. Автоколивальною являється будь-яка неконсервативна система, в якій в результаті розвитку нестійкостей можливо встановлення незатухаючих хвильових або коливальних рухів, параметри яких визначаються самою системою і не залежать від скінченної зміни початкових умов. Задача про дослідження періодичних автоколивань в системі зводиться до задачі знаходження граничних циклів в фазовому просторі і визначення їх параметрів.

Основною причиною самозбудження торсійних коливань бурильної колони є біфуркаційне порушення балансу між пружним крутним моментом бурильної колони і нелінійним моментом фрикційної взаємодії долота зі стінкою свердловини.

В даній роботі на основі рівняння з частинними похідними (хвильового рівняння) досліджуються біфуркації народження і втрати циклів в задачі про самозбудження крутильних коливань в складених бурильних колонах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Автоколивання в механічних системах, обумовлені тертям, докладно проаналізовані в роботах В.О. Кононенко. Різні аспекти теорії коливань і розповсюдження хвиль в системах, що деформуються, супутніх явищам автоколивань, з великою повнотою вивчені вченими цього інституту: О.М. Гузь, С.Ю. Бабич, О.П. Жук, В.Г. Карнаухов, В.Д. Кубенко, Л.Г. Лобас, П.З. Луговий, А.А. Мартинюк, Я.Я. Рушицький, М.О. Шульга та інші.

Прикладні проблеми автоколивальних процесів розглянуті Г.С. Писаренко.

Виклад різноманітних аспектів проблематики теоретичних і експериментальних досліджень по автоколиванням відміченого виду можна знайти в ґрунтовних і оригінальних роботах А.А. Андропова, С.В. Білокобильського, Н.В. Бутенина, Г.С. Горелика, Дж.П. Ден-Гартога, Ю.С. Колесов, І.В. Крагельский, А.А. Харкевич та інші.

Мета дослідження — полягає у встановленні найбільш загальних закономірностей настання автоколивань долота і у визначенні факторів, які найбільше впливають на генерування цих коливань.

Основна частина. Розглянемо складену бурильну колону. В ній хвилі крутіння зазнають додаткових актів заломлення – відображення в точці з'єднання сегментів БК різної жорсткості. Тоді виникають акти вторинного, третинного і т.д. відображень – заломлень вже відображених і заломлених хвиль і в точці розриву крутильної жорсткості БК і на її верхньому кінці (в інтерфейсних точках). В цьому випадку необхідно безпосередньо відслідковувати рух хвиль $f(z,t)$ і $g(z,t)$.

Для цього звернемося до схеми розповсюдження хвиль $f(z,t)$ і $g(z,t)$ в двосекційній бурильній колоні (рис. 1). Будемо вважати, що нижня ділянка є першою, верхня ділянка – другою. Тоді хвиля $f(z,t)$, яка підіймається вгору, буде зароджуватись при $z = 0$. Ця хвиля буде розповсюджуватись не змінюючи свого профілю вгору до інтерфейсної точки, і тому, досягнувши її, вона буде грати роль падаючої хвилі. Позначимо її $f_1^i(z,t)$. При дифракції цієї хвилі в точці розділення $z = l_1$ першої і другої ділянок вона буде трансформуватись у відображену і заломлену хвилю. Позначимо їх $g_1^r(z,t)$ і $f_2^i(z,t)$ (рис. 1). Відображена $g_1^r(z,t)$ – хвиля буде спускатись вниз зі швидкістю β , в той час як заломле-

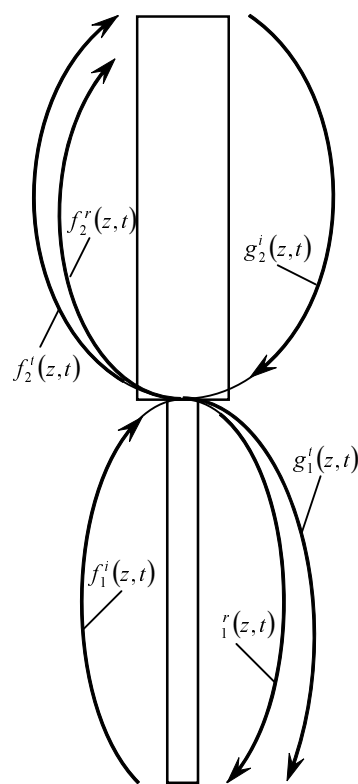


Рис. 1. Схема розповсюдження хвиль крутіння в неоднорідній складеній бурильній колоні

на $f_2^l(z, t)$ – хвиля буде розповсюджуватись вгору з тією ж швидкістю.

В верхній точці $z = L$ БК формується $g_2^i(z, t)$ – хвиля, що розповсюджується вниз зі швидкістю β вздовж другої ділянки і яка грає роль падаючої хвилі для інтерфейсної точки.

При досягненні цієї точки $g_2^i(z, t)$ – хвиля розпадається на заломлену $g_1^i(z, t)$ і відображену $f_2^r(z, t)$ хвилі. При цьому $g_1^i(z, t)$ накладається на $g_1^r(z, t)$ і вони разом впливають на долото, а $f_2^r(z, t)$ накладається на $f_2^l(z, t)$, і вони, піднімаючись вгору, беруть участь потім у відображенні від верхньої точки, перетворюючись в $g_2^i(z, t)$ – хвилю. Описана схема розповсюдження заломлених і відображених $f(z, t)$ — і $g(z, t)$ -хвиль використовується при постановці задачі про самозбудження крутильних коливань бурильної колони і долота.

Пружні крутильні рухи БК описуються хвильовим рівнянням

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \beta^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (1)$$

де β — швидкість поширення поперечної пружної хвилі [1-8].

Гранична умова на нижньому кінці колони формується за допомогою рівняння балансу моментів сил інерції M^{ih} , сил тертя M^{mer} і сил пружності M^{np}

$$M^{ih} + M^{mer} + M^{np} = 0, \quad (2)$$

що впливає з принципу Даламбера, записаного для долота, умовно відокремленого від труби БК.

Тут M^{ih} — момент сил інерції долота, що записується у вихідному вигляді

$$M^{ih} = -J \cdot \ddot{\varphi} = -J \frac{\partial^2}{\partial t^2} [f(-\beta t) + g(\beta t)]. \quad (3)$$

M^{mer} — момент сил тертя, який підраховується за допомогою формул

$$M_{\text{в'яз}}^{mer} = -m \cdot \frac{a_1 \{k \cdot [\omega + \dot{f}(-\beta t) + \dot{g}(\beta t)]\} + \dots + a_n \{k \cdot [\omega + \dot{f}(-\beta t) + \dot{g}(\beta t)]\}^n}{1 + a_2 \{k \cdot [\omega + \dot{f}(-\beta t) + \dot{g}(\beta t)]\}^2} \quad (4)$$

або

$$M_{\text{Кул}}^{mer} = -M_{\text{лім}}^{mer} - e \sqrt{|M_{\text{в'яз}}^{mer}|}. \quad (5)$$

M^{np} — момент сил пружності, який визначається рівністю

$$M^{np} = -GI_z \left(\frac{1}{\beta} \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{\beta} \frac{\partial g}{\partial t} \right). \quad (6)$$

Змінні $f(-\beta t)$ і $g(\beta t)$, які використовуються у співвідношеннях (3), (4), (6), визначаються так

$$\begin{aligned} f(-\beta t) &= f_1^i(0, t), \\ g(\beta t) &= g_1^r(0, t) + g_1^i(0, t). \end{aligned} \quad (7)$$

Підставимо отримані вирази (4), (6) в рівність (2). З урахуванням (7) отримаємо в остаточній формі нелінійне звичайне диференціальне рівняння крутильного руху долота

$$J[\ddot{f}_1^i(0, t) + \ddot{g}_1^r(0, t) + \ddot{g}_1^i(0, t)] - M^{мер} + \frac{GI_z}{\beta} [\dot{f}_1^i(0, t) - \dot{g}_1^r(0, t) - \dot{g}_1^i(0, t)]. \quad (8)$$

З його застосуванням виконуються дослідження самозбудження коливань складених бурильних колон. В ньому функції $g_1^r(t)$, $g_1^i(t)$ хвиль, що приходять, вважаються відомими, а функція вихідної хвилі $f_1^i(t)$ її шукаємо. Вона знаходиться в результаті чисельного інтегрування даного рівняння.

В результаті дифракції хвиль $\varphi_1^i(z - \beta_1 t)$ і $\varphi_2^i(z + \beta_2 t)$ суперпозиція прониклої $\varphi_2^i(z - \beta_2 t)$ і відображеної $\varphi_2^r(z - \beta_2 t)$ хвиль складає хвилю $f_2(z - \beta_2 t)$ на другій ділянці, а сума $\varphi_1^r(z + \beta_1 t) + \varphi_1^i(z + \beta_1 t)$ хвилю $g_1(z + \beta_1 t)$ на першій ділянці. З урахуванням цього отримуємо початкову умову в точці $z = l_1$ для хвилі $f_2(z - \beta_2 t)$ в області $l_1 \leq z \leq L$

$$\begin{aligned} f_2(l_1 - \beta_2 t) &= \frac{2\beta_1 \rho_1 I_1}{\beta_1 \rho_1 I_1 + \beta_2 \rho_2 I_2} f_1^i(l_1 - \beta_1 t) - \frac{\beta_1 \rho_1 I_1 - \beta_2 \rho_2 I_2}{\beta_1 \rho_1 I_1 + \beta_2 \rho_2 I_2} g_2^i(l_1 + \beta_1 t), \\ \dot{f}_2(l_1 - \beta_2 t) &= \frac{2\beta_1 \rho_1 I_1}{\beta_1 \rho_1 I_1 + \beta_2 \rho_2 I_2} \dot{f}_1^i(l_1 - \beta_1 t) - \frac{\beta_1 \rho_1 I_1 - \beta_2 \rho_2 I_2}{\beta_1 \rho_1 I_1 + \beta_2 \rho_2 I_2} \dot{g}_2^i(l_1 + \beta_1 t), \end{aligned} \quad (9)$$

і початкові умови в цій точці для хвилі $g_1(z + \beta_1 t)$ в області $0 \leq z \leq l_1$

$$\begin{aligned} g_1(l_1 + \beta_1 t) &= \frac{\beta_1 \rho_1 I_1 - \beta_2 \rho_2 I_2}{\beta_1 \rho_1 I_1 + \beta_2 \rho_2 I_2} f_1^i(l_1 - \beta_1 t) + \frac{2\beta_2 \rho_2 I_2}{\beta_1 \rho_1 I_1 + \beta_2 \rho_2 I_2} g_2^i(l_1 + \beta_2 t), \\ \dot{g}_1(l_1 + \beta_1 t) &= \frac{\beta_1 \rho_1 I_1 - \beta_2 \rho_2 I_2}{\beta_1 \rho_1 I_1 + \beta_2 \rho_2 I_2} \dot{f}_1^i(l_1 - \beta_1 t) + \frac{2\beta_2 \rho_2 I_2}{\beta_1 \rho_1 I_1 + \beta_2 \rho_2 I_2} \dot{g}_2^i(l_1 + \beta_2 t). \end{aligned} \quad (10)$$

Рівняння (1) спільно з граничними умовами (2) і умовами спряження (9), (10) описують триточкову крайову задачу по відношенню до змінної z з умовами в точках $z = 0$, $z = l_1$ і $z = L$. Для її розв'язання застосовується метод Рунге-Кутта.

Таблиця 1

		φ_{cm} (рад)	$\varphi_{сеп}$ (рад)	D (рад)	T (с)
$l_1 = L/3, l_2 = 2L/3$	Випадок 1	-105,35	-100,03	10,65	8,33
	Випадок 2	-178,83	-169,16	19,35	15,86
$l_1 = l_2 = L/2$	Випадок 3	-142,08	-134,78	14,61	11,67
	Випадок 4	-141,98	-134,27	15,43	13,12
$l_1 = 2L/3, l_2 = L/3$	Випадок 5	-178,84	-169,49	18,71	15,2
	Випадок 6	-104,25	-99,16	10,15	8,57

Дослідження виконані для випадку взаємодії долота зі стінкою свердловини по закону сухого тертя (тертя Кулона). Результати чисельних досліджень для трьох комбінацій співвідношень між довжинами ланок колони представлені в таблиці 1 (всі дослідження проводились для колони довжиною $L = 1000$ м при кутовій швидкості $\omega = 2$ рад/с). Вони зібрані в три групи по два випадки. В кожній групі фіксовані відношення довжин l_1 і l_2 , Для непарних випадків труба нижньої ділянки має менші розміри її перерізу ($I_{z,1} = 0,41 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$) у порівнянні з розмірами перерізу труби на верхній ділянці ($I_{z,2} = 3,12 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$). Для випадків з парними номерами має місце обернена комбінація ($I_{z,1} = 3,12 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$, $I_{z,2} = 0,41 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$).

Можна бачити, що малосуттєвим виявився вплив порядку розташування труб з однаковими значеннями довжин і моментів інерції на кількісні характеристики параметрів. Можна бачити, що малосуттєвим виявився вплив порядку розташування труб з однаковими значеннями довжин і моментів інерції на кількісні характеристики параметрів. Результати розрахунків представлені також в графічній формі на рис. 2 (залежність кута пружного закручування φ від часу t) і на рис.3 (залежність кута пружного закручування φ від поперечної координати z).

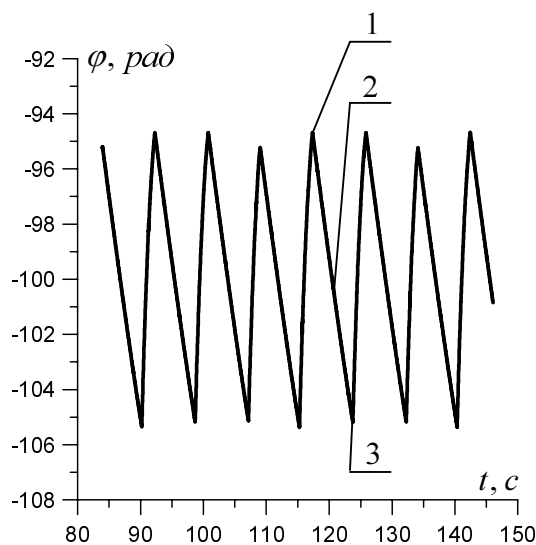


Рис. 3.46. Форма автоколивань долота складеної БК довжиною $L = 1000$ м при кутовій швидкості $\omega = 2$ рад/с (випадок I)

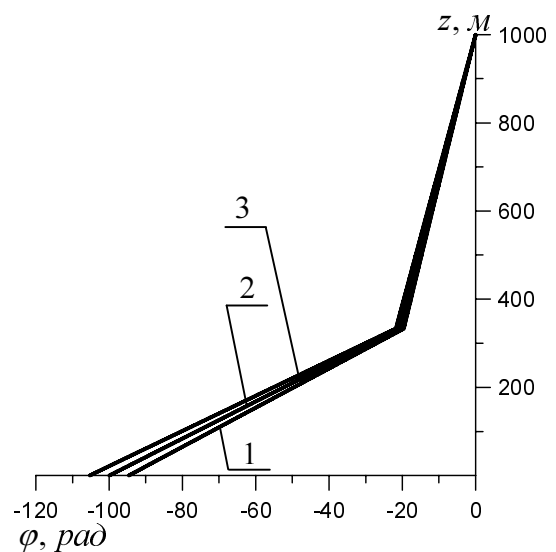


Рис. 3.50. Графіки функції $\varphi(z)$ кута пружного крутіння в станах 1, 2, 3 складеної БК (випадок I)

Можна бачити, що коливання долота є релаксаційними. Також цікаво відмітити, що для бурильних колон, в яких присутні ділянки з різною жорсткістю, графік функції $\varphi(z)$ має кут зламу в інтерфейсній точці.

Висновки з даного дослідження. В роботі виконані теоретичні дослідження самозбудження крутильних коливань бурильних колон, складених із ланок з різними жорсткостями крутіння. Проведені дослідження основних закономірностей самозбудження і протікання цих коливань:

- 1) Виведені рівняння дифракції хвиль крутіння в точках стику ланок колони з різними жорсткостями.
- 2) Встановлено, що форми автоколивань в крупних масштабах не отримали якихось особливих змін у порівнянні з однорідними бурильними колонами і реалізуються по сценаріям релаксаційних автоколивань.
- 3) Виконані дослідження для випадків, коли бурильна колона складається з двох ділянок рівної довжини, або з довжинами, які знаходяться у відношенні 1:2. В результаті виконаного аналізу знайдено діапазони значень кутових швидкостей обертання, при яких має місце ефект виникнення автоколивань.

Робота виконана в рамках державного замовлення Міністерства освіти і науки України № ДЗ/ 295-2009 «Розроблення технологій безаварійного буріння надглибоких вертикальних і криволінійних нафтових та газових свердловин».

Література

1. А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин. Теория колебаний. Ї М.: Физматгиз, 1959. Ї 915 с.
2. В.И. Гуляев, О.В. Глушак, С.Н. Худолій. Квантованные аттракторы в волновых моделях торсионных колебаний колонн глубокого бурения // Известия Российской академии наук. Механика твёрдого тела. % 2010. % №2. С. 134-147
3. V. Gulyayev, O. Glushakova. Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings // Interaction and Multiscale Mechanics. — V. 4, №4. — P. 139 — 152.
4. V.I. Gulyayev, S.N. Hudoliy, O.V. Glushakova. Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models. // Journal of Multi-body Dynamics. Ї V. 225. Ї P. 139 – 152.
5. Ford Brett J. The genesis of torsional drillstring vibrations // SPE Drilling Engineering. – 1992, v.7, September. – P. 168-174.
6. Рабинович М.К., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн – М.: Наука, 1984. % 432 с.

УДК 539.3

НЕСТАЦІОНАРНІ КОЛИВАННЯ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ЕНЕРГІЇ

Кандидат технічних наук Горбунович І.В.,
Горбунович В.Г.

Досліджено взаємодію механічного й електричного полів у п'єзокерамічному в'язкопружному перетворювачі енергії електричного джерела в механічну. Електромеханічні властивості вивчаються в рамках лінійної спадкової теорії в'язкопружності. Визначено переміщення й механічні напруження в перетворювачі енергії в нестационарному режимі.

The interaction of mechanical and electrical fields in a piezoelectric viscoelastic converter of an electricity supply's energy into mechanical one. Electromechanical properties are studied under the linear theory of viscoelasticity of material with memory. Displacements and mechanical tensions are determined in energy converter in non-stationary condition.

Постановка проблеми. В останній час у механіці суцільного середовища значний розвиток дістали дослідження зв'язності полів механічних напружень і деформацій з електричним полем. Зокрема, вивчаються спряжені електропружні процеси в п'єзокерамічних перетворювачах енергії, які працюють в нестационарних режимах.

У теорії пружності розглядаються матеріали, що мають відомі властивості пружності. Напруження й деформації, що виникають під час навантаження тіл із таких матеріалів не залежать від часу. Проте, практика експлуатації п'єзокерамічних перетворювачів енергії в нестационарних режимах, коли виникають динамічні напруження, показує, що вони під навантаженням виявляють, крім пружних, ще й в'язкі властивості. В'язкопружні властивості матеріалів виявляються перш за все в явищі повзучості, тобто в поступовому зростанні деформацій при незмінному напруженні. А також в явищі релаксації, тобто в поступовому зменшенні напружень у навантаженому тілі при незмінній деформації. Наявність нової змінної величини (часу t) ускладнює розрахунок конструкцій із в'язкопружних матеріалів.

Необхідність урахувати поєднання зазначених чинників викликає певні труднощі під час оцінювання міцності та оптимальних умов функціонування п'єзокерамічних перетворювачів енергії.

Мета дослідження. Мета даної роботи – дослідити взаємодію механічного й електричного полів, визначити переміщення й механічні напруження в п'єзокерамічному в'язкопружному перетворювачі енергії в нестационарному режимі.

Основна частина. Розглядаються нестационарні коливання в'язкопружного п'єзокерамічного перетворювача енергії електричного джерела в механічну. П'єзоелементом перетворювача є стрижень прямокутного перерізу довжиною l і товщиною h (Рис.1).