

## УТОЧНЕНИЕ ИДЕАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОРМОЗНЫХ СИЛ МЕЖДУ КОЛЕСАМИ АВТОМОБИЛЯ ПРИ ДЕЙСТВИИ БОКОВОЙ СИЛЫ

*Доктор технических наук Подригало М. А., доктор технических наук Волков В. П., кандидат технических наук Байцур М. В.*

*Уточнено ідеальний розподіл гальмівних сил між осями, бортами і окремими колесами двовісного автомобіля з урахуванням впливу гальмівних моментів на динамічний перерозподіл нормальних реакцій між колесами.*

*Adjusted ideal brake force distribution between the axles, wheels, boards and separate two-axle vehicle with the influence of braking torque on the dynamic redistribution of the normal reaction between the wheels.*

**Введение.** Обеспечение эффективности торможения автомобилей непосредственно связано с рациональным выбором распределения тормозных сил между осями. В литературе неоднократно поднимался вопрос об обеспечении устойчивости автомобилей против заноса путем регулирования распределения тормозных сил между бортами и отдельными колесами.

В настоящей статье уточнено идеальное распределение тормозных сил между осями, бортами и отдельными колесами двухосного автомобиля с учетом влияния тормозных моментов на динамическое перераспределение нормальных реакций между колесами.

**Анализ последних достижений и публикаций.** Нами ранее, в работе [1] определены потенциальные сцепные возможности двухосного автомобиля при торможении, реализуемые при идеальном регулировании распределения тормозных сил между осями, бортами и, фактически, между отдельными колесами. Идеальное распределение тормозных сил между осями в этом случае определяется следующей зависимостью

$$\beta_{uo} = \frac{P_{T1}}{P_{T1} + P_{T2}} = \frac{b}{L} + \sqrt{1 - m_y^2} \phi \frac{h}{L}, \quad (1)$$

где  $b$  - расстояние от задней оси до проекции центра масс автомобиля на горизонтальную плоскость, проходящую через оси передних и задних колес (см. рис. 1);  $L$  - продольная колесная база автомобиля;  $\phi$  - коэффициент сцепления колес с дорогой;  $h$  - высота центра масс машины;  $m_y$  - боковой коэффициент использования сцепного веса при торможении; при отсутствии бокового скольжения колес,

$$m_y = \frac{R_y}{\phi G_a}; \quad (2)$$

$R_y$  - действующая на автомобиль суммарная боковая реакция дороги;  $G_a$  - общий вес автомобиля;  $P_{T1}, P_{T2}$  - суммарные тормозные силы на передних и задних колесах автомобиля (см. рис. 1).

Идеальный коэффициент распределения тормозных сил между бортами (см. рис. 1)

$$K_{uo} = \frac{P'_{T1} + P''_{T1}}{P_{T1} + P_{T2}} = 0,5 - m_y \phi \frac{h}{B}, \quad (3)$$

где  $B$  - поперечная колесная база или колея автомобиля.

Идеальные коэффициенты распределения тормозных сил на отдельные колеса автомобиля

$$K_{1uo} = \frac{P'_{T1}}{P'_{T1} + P''_{T1}} = 0,5 - \frac{m_y \phi \frac{h}{B} \cdot \frac{b}{L}}{\frac{b}{L} + \sqrt{1 - m_y^2} \phi \frac{h}{L}} - \text{на переднее} \quad (4)$$

внутреннее (менее нагруженное) колесо;

$$K_{2ud} = \frac{P'_{T2}}{P'_{T2} + P''_{T2}} = 0,5 - \frac{m_y \phi \frac{h}{B} \cdot \frac{a}{L}}{\frac{a}{L} - \sqrt{1 - m_y^2} \phi \frac{h}{L}} - \text{на заднее} \quad (5)$$

внутреннее (менее нагруженное) колесо,

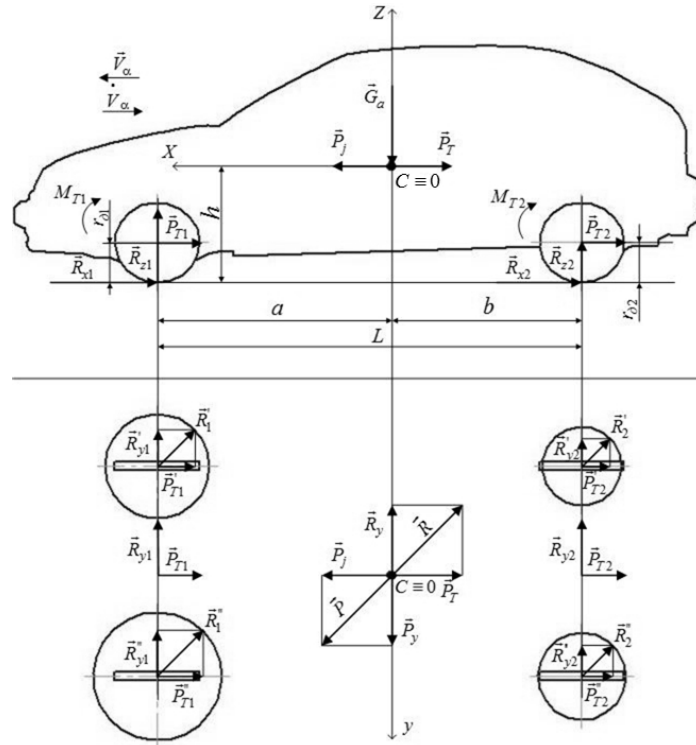


Рис. 1 Трехмассовая динамическая модель автомобиля при торможении:  $V_a; \dot{V}_a$  - линейные скорость и ускорение автомобиля;  $R$  - суммарная реакция на всех колесах автомобиля;  $R_{x1}; R_{x2}$  - суммарные касательные реакции на передних и задних колесах автомобиля;  $P_j$  - сила инерции автомобиля (фиктивная);  $P$  - фиктивная суммарная сила, действующая на автомобиль;  $M_{T1}; M_{T2}$  - суммарные тормозные моменты на передних и задних колесах.

где  $a$  - расстояние от передней оси до проекции центра масс автомобиля на плоскость, проходящую через оси передних и задних колес;  $P'_{T1}, P'_{T2}$  - тормозные силы на внутренних (менее нагруженных) колесах автомобиля;  $P''_{T1}, P''_{T2}$  - тормозные силы на наружных (более нагруженных) колесах автомобиля.

Определение зависимостей (1), (3), (4), (5) нами было осуществлено на основе известных уравнений, описывающих динамическое распределение вертикальных реакций между осями [2,3] и бортами [2] автомобиля

$$R_{z1} = R'_{z1} + R''_{z1} = G_a \frac{b}{L} + P_T \frac{h}{L}; \quad (6)$$

$$R_{z2} = R'_{z2} + R''_{z2} = G_a \frac{a}{L} - P_T \frac{h}{L}; \quad (7)$$

$$R'_z = R'_{z1} + R'_{z2} = 0,5G_a - R_y \frac{h}{B}; \quad (8)$$

$$R''_z = R''_{z1} + R''_{z2} = 0,5G_a + R_y \frac{h}{B}, \quad (9)$$

где  $R'_{z1}; R'_{z2}$  - нормальные реакции на колесах внутреннего (менее нагруженного) борта автомобиля, переднего и заднего соответственно;  $R''_{z1}; R''_{z2}$  - нормальные реакции на колесах наружного (более нагруженного) борта автомобиля, переднего и заднего соответственно;  $R_{z1}; R_{z2}$  - суммарные нормальные реакции на колесах передней и задней осей, соответственно;  $R'_z; R''_z$  - суммарные нормальные реакции на колесах внутреннего и наружного бортов соответственно;  $R_y$  - суммарная боковая реакция дороги на всех колесах автомобиля.

Проведенные нами исследования [4,5] показали, что тяговая или тормозная сила (последняя только при незаблокированных колесах) прикладываются не в контакте колеса с дорогой, а к оси колеса. Кроме того, считалось [6], что крутящие и тормозные (опять же при незаблокированных колесах) моменты являются внутренними усилиями в системе и их можно не учитывать при рассмотрении равновесия внешних сил. Однако это не так и тормозная сила, приложенная на оси колеса – это результат приведения внешних нагрузок – касательной реакции дороги на колесе и тормозного момента к оси колеса. При блокировке колеса мы должны от двухмассовой системы перейти к одномассовой. При блокировке всех колес (переход от трехмассовой к одномассовой модели) выражения (6) и (7) справедливы. Выражения (8) и (9) справедливы как для заблокированных, так и для незаблокированных колес, поскольку в плоскости нагружения ZOY (рис.1) расчетная схема автомобиля всегда одномассовая.

Предложенный нами подход для тягового режима движения колесных машин получил поддержку в работе [7]. Таким образом, назрела задача уточнения полученного в работе [1] идеального распределения тормозных сил между осями, бортами и отдельными колесами автомобиля с учетом приложения тормозных сил к осям незаблокированных колес.

**Цель и постановка задач исследования.** Целью исследования является уточнение идеального распределения тормозных сил между осями, бортами и отдельными колесами автомобиля с учетом приложения тормозных сил к осям незаблокированных колес.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- уточнить зависимости для определения суммарных нормальных реакций на осях автомобиля;
- определить уточненные зависимости коэффициента распределения тормозных сил между осями, бортами и отдельными колесами.

**Уточнение нормальных реакций на осях.** При действии боковой силы блокирование колес недопустимо, поскольку вызовет боковой занос задней оси либо боковой увод передней оси автомобиля. Это означает, что тормозные силы на колесах приложены к их осям (см. рис. 1). Суммарные нормальные реакции на передней и задней осях автомобиля в этом случае определяются зависимостями

$$R_{z1} = G_a \cdot \frac{b}{L} + P_{T1} \cdot \frac{h - r_{\partial 1}}{L} + P_{T2} \cdot \frac{h - r_{\partial 2}}{L}; \quad (10)$$

$$R_{z2} = G_a \cdot \frac{a}{L} - P_{T1} \cdot \frac{h - r_{\partial 1}}{L} - P_{T2} \cdot \frac{h - r_{\partial 2}}{L}, \quad (11)$$

где  $r_{\partial 1}, r_{\partial 2}$  - динамические радиусы передних и задних колес, соответственно.

Принимаем допущение того, что рассматриваются абсолютно жесткие (в том числе и в радиальном направлении) колеса. В этом случае допустимо принять  $r_{\partial 1} = r_{\partial 2} = r_{\partial}$ . И выражения (10) и (11) упростятся (с учетом того, что  $P_T = P_{T1} + P_{T2}$ )

$$R_{z1} = G_a \cdot \frac{b}{L} + P_T \cdot \frac{h - r_{\partial}}{L}; \quad (12)$$

$$R_{z2} = G_a \cdot \frac{a}{L} - P_T \cdot \frac{h - r_{\partial}}{L}. \quad (13)$$

В работе [1] нами показано, что при идеальном распределении тормозных сил между колесами векторы суммарных реакций в плоскости дороги на всех колесах параллельны между собой

$(\vec{R}'_1 | \vec{R}''_1 | \vec{R}'_2 | \vec{R}''_2)$  и параллельны вектору суммарной реакции  $\vec{R}$  на всех колесах. Поэтому суммарная реакция  $\vec{R}$  всегда равна суммарной силе сцепления всех колес автомобиля с дорогой, т.е.

$$R_{z1} = \varphi G_a = \sqrt{P_T^2 + R_y^2}. \quad (14)$$

Из выражения (14)

$$P_T = \sqrt{R^2 - R_y^2} = \varphi G_a \sqrt{1 - m_y^2}. \quad (15)$$

Выражения (12) и (13) с учетом (15) примут вид

$$R_{z1} = G_a \left( \frac{b}{L} + \phi \cdot \frac{h - r_d}{L} \sqrt{1 - m_y^2} \right); \quad (16)$$

$$R_{z2} = G_a \left( \frac{a}{L} - \phi \cdot \frac{h - r_d}{L} \sqrt{1 - m_y^2} \right). \quad (17)$$

Суммарная нормальная нагрузка на колеса внутреннего и наружного бортов автомобиля определяется из условия, что опрокидывающей в поперечной плоскости момент создается боковой силой  $\vec{P}_y$ , действующей в плоскости, проходящей через центр масс  $C$  и параллельной плоскости дороги и суммарной боковой реакцией  $\vec{R}$ , действующей в плоскости дороги. Плечо опрокидывающего момента равно высоте  $h$  центра масс автомобиля.

Суммарные нормальные реакции на колесах внутреннего и наружного бортов

$$R'_z = R'_{z1} + R'_{z2} = 0,5G_a - R_y \frac{h}{B} = G_a \left( 0,5 - m_y \phi \frac{h}{B} \right); \quad (18)$$

$$R''_z = R''_{z1} + R''_{z2} = 0,5G_a + R_y \frac{h}{B} = G_a \left( 0,5 + m_y \phi \frac{h}{B} \right). \quad (19)$$

Нормальные реакции на передних колесах

$$R'_{z1} = 0,5R_{z1} - R_{y1} \frac{h}{B} = 0,5R_{z1} - R_y \frac{b}{L} \cdot \frac{h}{B}; \quad (20)$$

$$R''_{z1} = 0,5R_{z1} + R_{y1} \frac{h}{B} = 0,5R_{z1} + R_y \frac{b}{L} \cdot \frac{h}{B}. \quad (21)$$

где  $R_{y1}$  - суммарная боковая реакция на передних колесах автомобиля.

Нормальная реакция на задних колесах

$$R'_{z2} = 0,5R_{z2} - R_{y2} \frac{h}{B} = 0,5R_{z2} - R_y \frac{a}{L} \cdot \frac{h}{B}; \quad (22)$$

$$R''_{z2} = 0,5R_{z2} + R_{y2} \frac{h}{B} = 0,5 + R_y \frac{a}{L} \cdot \frac{h}{B}, \quad (23)$$

где  $R_{y2}$  - суммарная боковая реакция на задних колесах автомобиля.

Суммарные боковые реакции на передних и задних колесах автомобиля

$$R_{y1} = R'_{y1} + R''_{y1}; \quad (24)$$

$$R_{y2} = R'_{y2} + R''_{y2}. \quad (25)$$

Подставляя выражение (16) в соотношение (20) и (21), а выражение (17) – в (22) и (23), получим

$$R'_{z1} = 0,5G_a \left( \frac{b}{L} + \phi \cdot \frac{h - r_d}{L} \sqrt{1 - m_y^2} \right) - R_y \frac{b}{L} \cdot \frac{h}{B}; \quad (26)$$

$$R''_{z1} = 0,5G_a \left( \frac{b}{L} + \phi \cdot \frac{h - r_d}{L} \sqrt{1 - m_y^2} \right) + R_y \frac{b}{L} \cdot \frac{h}{B}; \quad (27)$$

$$R'_{z2} = 0,5G_a \left( \frac{a}{L} - \phi \cdot \frac{h-r_{\bar{a}}}{L} \sqrt{1-m_y^2} \right) - R_y \frac{a}{L} \cdot \frac{h}{B}; \quad (28)$$

$$R''_{z2} = 0,5G_a \left( \frac{a}{L} - \phi \cdot \frac{h-r_{\bar{d}}}{L} \sqrt{1-m_y^2} \right) + R_y \frac{a}{L} \cdot \frac{h}{B}. \quad (29)$$

Преобразовав уравнения (26) – (29) с учетом соотношения (2);

$$R'_{z1} = 0,5G_a \left( \frac{b}{L} + \phi \cdot \frac{h-r_{\bar{d}}}{L} \sqrt{1-m_y^2} - 2m_y \phi \frac{h}{B} \cdot \frac{b}{L} \right); \quad (30)$$

$$R''_{z1} = 0,5G_a \left( \frac{b}{L} + \phi \cdot \frac{h-r_{\bar{d}}}{L} \sqrt{1-m_y^2} + 2m_y \phi \frac{h}{B} \cdot \frac{b}{L} \right); \quad (31)$$

$$R'_{z2} = 0,5G_a \left( \frac{a}{L} - \phi \cdot \frac{h-r_{\bar{d}}}{L} \sqrt{1-m_y^2} - 2m_y \phi \frac{h}{B} \cdot \frac{a}{L} \right); \quad (32)$$

$$R''_{z2} = 0,5G_a \left( \frac{a}{L} - \phi \cdot \frac{h-r_{\bar{d}}}{L} \sqrt{1-m_y^2} + 2m_y \phi \frac{h}{B} \cdot \frac{a}{L} \right). \quad (33)$$

**Уточнение зависимости для коэффициентов распределения тормозных сил.** Учитывая, что при идеальном распределении тормозных сил между осями, бортами и отдельными колесами автомобиля векторы суммарных реакций на всех колесах, на осях и на бортах параллельны вектору суммарной реакции  $\vec{R}$ , определим с учетом (16), (17), (30), (32).

$$\beta_{u\bar{d}} = \frac{P_{T1}}{P_{T1} + P_{T2}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{\phi R'_{z1}}{G_a} = \frac{b}{L} + \phi \frac{h-r_{\bar{d}}}{L} \sqrt{1-m_y^2}; \quad (34)$$

$$K_{1u\bar{d}} = \frac{P'_{T1}}{P'_{T1} + P''_{T1}} = \frac{R'_1}{R_1} = \frac{R'_{z1}}{R_{z1}} = 0,5 - \frac{m_y \phi \frac{h}{B} \cdot \frac{b}{L}}{\frac{b}{L} + \phi \frac{h-r_{\bar{d}}}{L} \sqrt{1-m_y^2}}; \quad (35)$$

$$K_{2u\bar{d}} = \frac{P'_{T2}}{P'_{T2} + P''_{T2}} = \frac{R'_2}{R_2} = \frac{R'_{z2}}{R_{z2}} = 0,5 - \frac{m_y \phi \frac{h}{B} \cdot \frac{a}{L}}{\frac{a}{L} - \phi \frac{h-r_{\bar{d}}}{L} \sqrt{1-m_y^2}}. \quad (36)$$

Поскольку в поперечной плоскости ZOY сохраняется одномассовая расчетная схема, то подставив в выражение

$$K_{2u\bar{d}} = \frac{P'_{T1} + P'_{T2}}{P_{T1} + P_{T2}} = \frac{R'_{z1} + R'_{z2}}{R_{z1} + R_{z2}} = \frac{R'_{z1} + R'_{z2}}{G_a}. \quad (37)$$

соотношения (30) и (32) для  $R'_{z1}$  и  $R'_{z2}$  мы получим уравнение (3). Это означает, что зависимость (3) для коэффициента распределения общей тормозной силы на внутренний борт автомобиля уточнению не подлежит.

На рис. 2 приведены графики зависимостей идеальных коэффициентов распределения тормозных сил между осями и отдельными колесами от параметра  $m_y$  для условного легкового автомобиля.

Анализ полученных графиков (рис. 2а) показывает, что при расчете по уточненной зависимости (34) коэффициент  $\beta_{u\bar{d}}$  ближе к величине 0,5. Это означает, что в идеальном случае энергонагруженность передних и задних тормозных механизмов будет более равномерной.

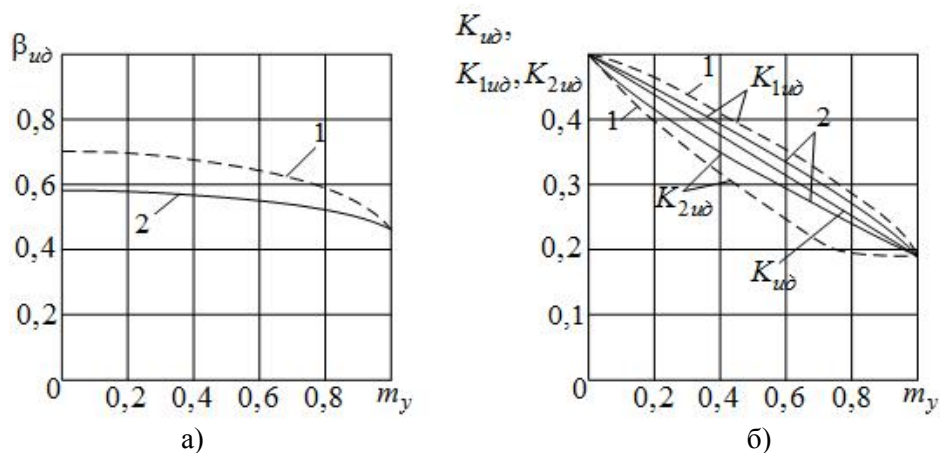


Рис. 2 Идеальные коэффициенты распределения тормозных сил условного автомобиля ( $a = b = 1 \text{ м}$ ;  $L = 0,5 \text{ м}$ ;  $r_0 = 0,275 \text{ м}$  при  $\varphi = 0,8$ ): а – между осями б – между колесами; 1 – расчет по формулам (1), (4), (5); 2 – расчет по формулам (34), (35), (36).

Кроме того (см. рис. 2б) при уточненном расчете значения  $K_{1u\delta}$  и  $K_{2u\delta}$  значительно ближе друг к другу, чем при расчете по ранее известным зависимостям (4) и (5). Кроме того, значения как  $K_{1u\delta}$ , так  $K_{2u\delta}$  при расчете по уточненным формулам (35) и (36) меньше отличаются от значений  $K_{u\delta}$ , определенных по формуле (3), чем результаты расчета по формулам (4) и (5).

#### Выводы.

1. В результате проведенного исследования уточнены зависимости для определения коэффициентов распределения общей тормозной силы между осями и отдельными колесами с учетом более корректного определения точек приложения тормозных сил к незаблокированным колесам автомобиля.

2. На примере условного легкового автомобиля определено, что уточнение зависимостей коэффициентов распределения тормозных сил от величины действующей боковой силы показывает достижение более равномерной энергонагруженности передних и задних тормозных механизмов.

3. Полученные результаты могут быть использованы при разработке алгоритмов управления систем регулирования распределения тормозных сил между колесами автомобиля.

#### Литература

1. Федосов А.С. Исследование потенциальных специальных возможностей автомобиля при действии боковой силы в процессе торможения / А.С. Федосов, М.А. Подригало // Автомобильный транспорт. Республиканский межведомственный научно-технический сборник - К.: Техніка, 1980. - №17 - с 73-78.
2. Чудаков Е.А. Боковая устойчивость автомобиля при торможении. / Е.А. Чудаков – М.: Машгиз, 1952. – 183 с.
3. Булгаков Н.А. Исследование динамики торможения автомобиля / Н.А. Булгаков, А.Б. Гредескул, С.И. Ломака// Научное сообщение №18 – Харьков: Изд-во Харьковского государственного университета, 1962. – 36с.
4. Подригало М.А. Качение автомобильного колеса и определение понятия «тяговая сила»/ М.А. Подригало// Автомобильная промышленность, 2007. – №1. – с. 25-26.
5. Подригало М.А. Влияние тормозных моментов на величину динамических вертикальных реакций дороги на осях автомобиля. (В порядке обсуждения) / М.А. Подригало, В.И. Назаров // Автомобильная промышленность, 2011. - №8. – с.
6. Чудаков Е.А. Теория автомобиля / Е.А. Чудаков. – М. – Л.: Машгиз, 1940. – 396 с.
7. Бузин Ю.М. К вопросу определения нормальных реакций опорной поверхности на колеса самоходной землеройно-транспортной машины/ Ю.М. Бузин// Строительные и дорожные машины, 2009. – №3. – с.19-21.