Method of study is based on application of wave equation of mathematic physics. The constructed equation is integrated with the use of the Runge-Kutta method.

The oscillation model of torsional autovibration of homogeneous drill string in the form of oscillation pendulum is elaborated, the constitutive nonlinear differential equation with partial derivatives is formulated which permits one to describe vibrations of the drill string bit with allowance made for viscous friction. the algorithm for numeric integration of this equation by spatial and time variables is proposed.

The results of the article can be inculcated into the practice of deep bore-hole drilling.

A forecast assumption about the study object is search of optimal regimes of drilling.

KEYWORDS: DRILL STRING, BORE-HOLE, TORSION AUTOVIBRATION.

РЕФЕРАТ

Математическая модель крутильных автоколебаний бурильной колонны в жидкой среде. / Валерий Иванович Гуляев, Ольга Владимировна Глушакова, Сергей Николаевич Глазунов // Вестник НТУ. ─ К.: НТУ. – 2012. – Вып. 26.

Поставлена задача про самовозбуждение крутильных автоколебаний бурильной колонны в цилиндрической полости вертикальной скважины, содержащей жидкую среду. Рассмотрены модели механического взаимодействия колонны с вязкой жидкостью. Обсуждаются вопросы численной реализации решения сформулированных уравнений.

Объектом исследования является осцилляционная модель бурильной колонны в форме торсионного маятника, построенная с учетом сил трения вязкой жидкости.

Цель статьи – разработка математической модели, описывающей стационарные вращения и периодические автоколебания бурильных колонн в полых скважинах, заполненных промывочной жидкостью.

Метод исследования основан на применении волнового уравнения математической физики и нелинейных уравнений теории вращательного движения твердого тела. Интегрирование построенных обыкновенных дифференциальных уравнений производится методом Рунге – Кутта.

Разработана модель крутильных автоколебаний однородной бурильной колонны в форме осцилляционного маятника. Сформулировано разрешающее нелинейное дифференциальное уравнение с частными производными. позволяющее описывать колебания долота бурильной колонны с учетом сил вязкого трения. Предложен алгоритм численного интегрирования этого уравнения как по пространственной, так и временной координатам.

Результаты работы могут быть внедрены в технологии бурения глубоких скважин.

Прогнозные предположения относительно развития объекта исследования – поиск оптимальных режимов бурения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: БУРИЛЬНАЯ КОЛОННА, СКВАЖИНА, ТОРСИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ.

УДК 681.3

ПРО ФІЛЬТРАЦІЮ ДО СВЕРДЛОВИНИ В НЕОБМЕЖЕНОМУ ПЛАСТІ В УМОВАХ ПРУЖНОГО РЕЖИМУ ФІЛЬТРАЦІЇ

Дегтярь В.Г., кандидат фізико-математичних наук
Ковальчук С.В., кандидат фізико-математичних наук

Постановка проблеми.

В даній статті розв’язується задача пружного режиму фільтрації до вертикальної свердловини із сферичним фільтром, до якого без особових похибок може бути приведений фільтр будь-якої конструкції, у напівобмеженому пласті з рухомою границею (вільною поверхнею).

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Як відомо в умовах водоносних напорних горизонтів в результаті зміни напорів води або при зовнішніх навантаженнях на водоносний пласт виникає пружний режим фільтрації. Основи теорії пружного режиму фільтрації розроблені В. Н. Щелкачовим [1]. В результаті великого відбору води з безнапорних горизонтів за допомогою вертикальних свердловин при розробці корисних копалин і глибинного водопониження, пружний режим фільтрації проявляється і в безнапорних горизонтах, але ці питання досліджені недостатньо, тому цьому і присвячена дана робота.

Мета роботи.

В результаті розв'язування поставленої задачі буде знайдено аналітичний вираз потенціалу швидкості фільтрації, що дасть можливість знаходити характеристики свердловини.

Постановка проблеми.

Розглянемо наступну область фільтрації

$$\Omega = \{x, y, z \in \Omega; -\infty < x, y < \infty; 0 < z < \infty\} \tag{1}$$

Нехай на глибину ζ перпендикулярно до площини $z = 0$, опущена свердловина з фільтром в точці $(0,0,\zeta)$. Вільна поверхня, яка до відкачування приймається горизонтальною, в процесі роботи свердловини викривляється і гранична умова, по суті, виконується на деякій рухомій, наперед невідомій межі. За рахунок малості вказаного викривлення допустима лінеаризація задачі, тобто перенесення граничної умови на горизонтальну площину $z = 0$.

Вважаючи, що пружний режим фільтрації описується рівнянням Фур'є [1], а потенціал на фільтрі свердловини (точковому стоці), моделюється фундаментальним розв'язком цього рівняння, поставимо наступну змішану задачу в циліндрі: $Ц_T = \Omega x(t_0, T)$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \varphi}{\partial t} - a^2 \Delta \varphi = \delta(r - r_0)\delta(t - t_0), \\
&\frac{\partial \varphi}{\partial t} + c\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad \left(c = \frac{k}{\mu_0}\right), \\
&\varphi = f(x, y, z), \quad t = t_{0,}
\end{aligned} \tag{2}$$

де $\varphi = f(x, y, z)$ – потенціал швидкості фільтрації, $a^2 = \dfrac{km}{\mu_c}$ – коефіцієнт пьєзопровідності при пружному режимі фільтрації, δ – дельта-функція.

Розв'язок задачі (2) може бути побудований, якщо буде відома її функція впливу.

Скористаємося відомою функцією Гріна [2] задачі Неймана, яка є сумою двох фундаментальних розв'язків рівняння Фур'є, для двох стоків рівної інтенсивності, розміщених симетрично відносно площини $z = 0$, і які забезпечують умову неперетікання $\dfrac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad z = 0.$

Для врахування першого члена граничної умови (2) додамо до функції Гріна деяку функцію V, регулярну в нижньому напівпросторі, яка задовольняє рівняння Фур'є. Таким чином розв'язок задачі (2) шукаємо у вигляді

$$\varphi_Г = \left(\frac{1}{2a\sqrt{\pi(t - t_0)}}\right)^3 \left[e^{-\frac{x^2 + y^2 + (z-\zeta)^2}{4a^2(t - t_0)}} + e^{-\frac{x^2 + y^2 + (z+\zeta)^2}{4a^2(t - t_0)}}\right] + V(x, y, z + \zeta, t - t_0). \tag{3}$$

Оскільки

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \varphi_Г}{\partial z} = \frac{\partial \varphi_Г}{\partial \zeta} = \left.\frac{\partial V}{\partial \zeta}\right|_{z=0}, \\
&\left.\frac{\partial \varphi_Г}{\partial t}\right|_{z=0} = -\frac{3}{8a^3\sqrt{\pi^3(t - t_0)}} e^{-\frac{x^2 + y^2 + \zeta^2}{4a^2(t - t_0)}} + \frac{x^2 + y^2 + \zeta^2}{16a^5\sqrt{\pi^3(t - t_0)}} e^{-\frac{x^2 + y^2 + \zeta^2}{4a^2(t - t_0)}} + \frac{\partial V}{\partial t},
\end{aligned}$$

для знаходження $V(x, y, z + \zeta, t - t_0)$ отримуємо диференціальне рівняння в частинних похідних першого порядку

$$\frac{\partial V}{\partial t}+c\frac{\partial V}{\partial \zeta}=\left[\frac{3}{8a^3\sqrt{\pi^3(t-t_0)}}-\frac{x^2+y^2+\zeta^2}{16a^5\sqrt{\pi^3(t-t_0)}}\right]e^{-\frac{x^2+y^2+\zeta^2}{4a^2(t-t_0)}}. \tag{4}$$

Записавши праву частину (4) у вигляді

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{1}{4a^3\sqrt{\pi^3(t-t_0)}}e^{-\frac{x^2+y^2+\zeta^2}{4a^2(t-t_0)}}\right), \tag{5}$$

і використовуючи інтегральний вираз фундаментального розв’язку оператора Фур’є

$$\frac{1}{4a^3\sqrt{\pi^3(t-t_0)}}e^{-\frac{x^2+y^2+\zeta^2}{4a^2(t-t_0)}}=\frac{1}{4\pi^3}\iiint\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)a^2(t-t_0)}e^{i(\alpha x+\beta y+\gamma\zeta)}d\alpha d\beta d\gamma, \tag{6}$$

отримаємо

$$\frac{\partial V}{\partial t}+c\frac{\partial V}{\partial \zeta}=\frac{1}{4\pi^3}\iiint\limits_{-\infty}^{\infty}\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right)a^2e^{-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)a^2(t-t_0)}e^{i(\alpha x+\beta y+\gamma\zeta)}d\alpha d\beta d\gamma. \tag{7}$$

Такий спеціальний вигляд правої частини дозволяє вибрати розв’язок, який наперед задовольняє рівняння Фур’є, а при деякому значенню функціонального множника і рівняння (4), а саме:

$$V=\frac{1}{4\pi^3}\iiint\limits_{-\infty}^{\infty}A(\alpha,\beta,\gamma)e^{-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)a^2(t-t_0)}e^{i(\alpha x+\beta y+\gamma\zeta)}d\alpha d\beta d\gamma. \tag{8}$$

Підставляючи відповідні похідні $\frac{\partial V}{\partial \zeta},\frac{\partial V}{\partial t}$ в (7), для знаходження функції $A(\alpha,\beta,\gamma)$ отримаємо просте алгебраїчне рівняння

$$-A(\alpha,\beta,\gamma)a^2\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right)+ci\gamma A(\alpha,\beta,\gamma)=a^2\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right), \tag{9}$$

звідки

$$\begin{gathered}A(\alpha,\beta,\gamma)=\frac{a^2\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right)}{i\gamma c-a^2\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right)},\\ A=A_1+iA_2=-\frac{a^4\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right)+i\gamma ca^2\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right)}{a^4\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right)+\gamma^2c^2}.\end{gathered} \tag{10}$$

Отже, функція V знайдена в наступному вигляді

$$V=\frac{1}{4\pi^3}\iiint\limits_{-\infty}^{\infty}(A_1+iA_2)e^{-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)a^2(t-t_0)}e^{i(\alpha x+\beta y+\gamma\zeta)}d\alpha d\beta d\gamma, \tag{11}$$

де

$$A_1=-\frac{a^4\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right)}{a^4\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right)^2+\gamma^2c^2},\quad A_2=-\frac{\gamma ca^2\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right)}{a^4\left(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\right)^2+\gamma^2c^2}.$$

Враховуючи симетричність інтервалу інтегрування в (11), і властивості парності A_1 та A_2, отримаємо:

$$V = \frac{1}{4\pi^3}\int\!\!\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty}\Big[A_1 e^{-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)a^2(t-t_0)}\cos\alpha x\cos\beta y\cos\gamma\zeta - \\ - A_2 e^{-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)a^2(t-t_0)}\cos\alpha x\cos\beta y\sin\gamma\zeta\Big]d\alpha d\beta d\gamma. \tag{12}$$

Отже функція Гріна задачі (2)запишеться у вигляді:

$$\varphi_\Gamma = \left(\frac{1}{2a\sqrt{\pi(t-t_0)}}\right)^3\left[e^{-\frac{x^2+y^2+(z-\zeta)^2}{4a^2(t-t_0)}} + e^{-\frac{x^2+y^2+(z+\zeta)^2}{4a^2(t-t_0)}}\right] - \\ - \frac{a^4}{4\pi^3}\int\!\!\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}{a^4(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)^2+\gamma^2c^2}e^{-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)a^2(t-t_0)}\cos\alpha x\cos\beta y\cos\gamma(z+\zeta)d\alpha d\beta d\gamma + \\ + \frac{ca^2}{4\pi^3}\int\!\!\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\gamma(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)}{a^4(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)^2+\gamma^2c^2}e^{-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)a^2(t-t_0)}\cos\alpha x\cos\beta y\sin\gamma(z+\zeta)d\alpha d\beta d\gamma. \tag{13}$$

У випадку, якщо початкові умови однорідні, а одиничний миттєвий сток діє починаючи з моменту часу t_1, до моменту часу T, то для потенціалу в точках простору має місце рівність

$$\varphi(x,y,z,T) = \int_{t_1}^{T}\varphi_\Gamma(x,y,z,\zeta,t_0)dt_0. \tag{14}$$

Висновки з даного дослідження.

Знаючи аналітичний вираз для потенціалу фільтрації φ_Γ, можна знайти необхідні характеристики для даної свердловини.

Перелік посилань

1. Щелкачев В.Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме / Щелкачев В.Н. – М.: Гостехиздат, 1959. – 468 с.
2. Положий Г.Н. Уравнения математической физики / Положий Г.Н. – М.: Высшая школа, 1964 – 560 с.

РЕФЕРАТ

Дегтярь В.Г., Ковальчук С.В. Про фільтрацію до свердловини в необмеженому пласті в умовах пружного режиму фільтрації. /Володимир Григорович Дегтярь, Сергій Вікторович Ковальчук// - Вісник НТУ - К.: НТУ. – 2012. – Вип. 26.

В статті розглядається постановка і розв'язок задачі про пружний режим фільтрації, який виникає в безнапорних горизонтах при великому відборі води за допомогою вертикальних свердловин.

Об'єктом дослідження є рух ґрунтових вод до вертикальної свердловини зі сферичним фільтром, який знаходиться в нижньому півпросторі на заданій глибині.

Мета роботи – знаходження аналітичного виразу потенціала швидкості фільтрації φ_Γ на фільтрі свердловини.

Метод дослідження базується на тому, що пружний режим фільтрації задовольняє рівняння Фур'є і потенціал φ_Γ розглядається як потенціал точкового стоку, який моделюється фундаментальним розв'язком заданого рівняння при вказаних граничних умовах. Скориставшись відомою функцією впливу задачі Наймана, яка є сума двох фундаментальних розв'язків рівняння Фур'є для двох стоків рівної інтенсивності, після ряду перетворень отримано розв'язок поставленої задачі у вигляді відповідного аналітичного виразу для потенціала φ_Γ.

Результатом розв'язку поставленої задачі після знаходження потенціала φ_Γ є визначення характеристик вертикальної свердловини.

В майбутньому отримані результати можна розширити для дослідження потенціала швидкості фільтрації $\varphi_Г$ для групи свердловин з урахуванням їх взаємодії.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ФІЛЬТРАЦІЯ, СВЕРДЛОВИНА, ПОТЕНЦІАЛ, СТОК, ІНТЕНСИВНІСТЬ.

ABSTRACT

Degtiar V.G., Kovalchuk S.V. On filtration to a bore-hole in unlimited stratum under conditions of elastic regime. /Volodymyr Degtiar, Sergiy Kovalchuk // - Visnyk NTU. – К.: NTU . – 2012. – Vol. 26.

In the paper statement and solution of the problem on elastic regime of filtration is considered for the case of headless horizon with large water extraction through the use of vertical bore-hole.

Object of study is motion of soil water to a vertical bore-hole with spherical filter located in lower semiplane in prescribed depth.

Purpose of the paper is determination of analytical expression for the filtration rate potential at the bore-hole filter.

Method of the study is based on the compliance the Fourie equation by elastic regime of filtration and considering the φ_R potential as the potential of a point source simulated by fundamental solution of the prescribed equation for the assigned boundary conditions. Through the use of known influence function of the Newman problem which is the sum of two fundamental solutions of the Fourie equation for two outlets with equal intensities, the solution of the stated problem is gained in the form of the appropriate analytical correlation for the φ_R potential.

The result of the stated problem can be inculcated for the determination of characteristics of a vertical bore-hole.

Forecast assumptions about the object study – the investigation of the φ_R potential for the bore-hole system with allowance made for their interaction.

KEYWORDS: FILTRATION, BORE-HOLE, POTENTIAL, SOURCE, INTENSITY.

РЕФЕРАТ

Дегтярь В.Г., Ковальчук С.В. О фильтрации к скважине в неограниченном пласте в условиях упругого режима фильтрации. /Владимир Григорьевич Дегтярь, Сергей Викторович Ковальчук// - Вісник НТУ – К.: НТУ. – 2012. – Вып. 26.

В статье рассматривается постановка и решение задачи об упругом режиме фильтрации, который возникает в безнапорных горизонтах при большом отборе воды с помощью вертикальных скважин.

Объектом исследования является движение грунтовых вод к вертикальной скважине со сферичным фильтром, который находится в нижней полуплоскости на заданной глубине.

Цель работы – нахождение аналитического выражения потенциала скорости фильтрации $\varphi_Г$ на фильтре скважины.

Метод решения основывается на том, что упругий режим фильтрации удовлетворяет уравнение Фурье и потенциал $\varphi_Г$ рассматривается как потенциал точечного источника, который моделируется фундаментальным решением заданного уравнения при указанных граничных условиях. Воспользовавшись известной функцией влияния задачи Неймана, которая есть сумма двух фундаментальных решений уравнения Фурье для двух стоков равной интенсивности, после ряда преобразований получено решение поставленной задачи в виде соответствующей аналитической зависимости для потенциала $\varphi_Г$.

Результатом решения поставленной задачи после нахождения потенциала $\varphi_Г$ есть определение характеристик вертикальной скважины.

В будущем полученные результаты можно расширить для исследования потенциала $\varphi_Г$ для группы скважин с учетом их взаимодействия.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ФИЛЬТРАЦИЯ, СКВАЖИНА, ПОТЕНЦИАЛ, ИСТОЧНИК, ИНТЕНСИВНОСТЬ.