УДК 624.4.04:539.376

ОПТИМАЛЬНЕ ТОЧКОВЕ ОБПИРАННЯ ЗГИНАНИХ ПЛАСТИН

Дехтяр А.С., доктор технічних наук

Сутність проблеми. Успіхи механізованої опалубки і потужні бетононасоси зумовили розвиток сучасного монолітного будівництва, для якого характерні збільшені прольоти і свобода архітектурно – планувальних рішень.. Важливим елементом конструкцій монолітних будівель є багатопрольотні плити перекриттів, що обпираються на колони. Можливість вільнішого розміщення точок обпирання, що з'явилася останніми роками, дозволяє істотно зменшити витрату матеріалів, іноді в 1,5 - 2 рази. Крім багатоповерхових монолітних будівель задача про найкраще розміщення точок обпирання характерна для плит покриттів підземних резервуарів (рис.1), раніше така задача виникала при проектуванні будівель, що споруджуються методом підйому перекриттів [1]. Часто плити обпираються тільки на колони, мають складний неопуклий контур, містять криволінійні ділянки контуру і вхідні кути. Додаткова особливість задачі полягає в можливому нерівномірному розподілі поперечного навантаження.

Стан досліджень. Деякі задачі про точкове обпирання пластин розглянуто в [2-5]. Для круглих пластин встановлено радіус кільцевої лінії, на якій мають встановлюватися точкові опори. Для квадратних пластин також знайдено найкраще розміщення точкових опор, проте всі відомі дотепер розв’язки стосуються лише конструкцій, що перебувають під дією рівномірно розподіленого поперечного навантаження. Тим часом в реальному будівельному проектуванні виникає потреба враховувати нерівномірні навантаження, зокрема навантаження, розподілені на частині поверхні плити. Сполучення точкового обпирання, складного контуру і нерівномірного навантаження призводить до суттєвого ускладнення задачі і становить певний практичний інтерес.

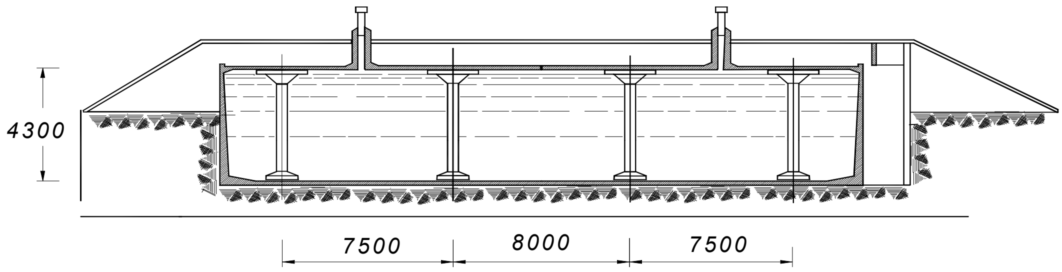

Рисунок 1

1. Кінематичний метод. Розглянемо пластину сталої товщини h, виконану з ідеального жорсткопластичного матеріалу з однаковими межами текучості σ при розтягуванні і стисканні.

Для оцінки верхньої межі граничного навантаження застосовано кінематичний метод теорії граничної рівноваги. В ньому відшукання несної здатності зводиться до мінімізації функціонала [6], визначеного на множині кінематично допустимих полів $w(x,y)$ швидкостей прогинів пластини. Для дискретизації функціонала застосовано метод скінченних різниць, отже варіаційна задача про мінімум функціонала зводиться до мінімізації певної функції [6] багатьох змінних – значень поля $w(x,y)$ швидкостей прогинів у вузлах сіткової області.

Центральною проблемою даної задачі є побудова кінематично допустимих полів $w(x,y)$, здатних врахувати точкове обпирання пластини, її складний контур і нерівномірне навантаження. Основна вимога до таких полів полягає в тому, щоб w(x,y)=0 в точках обпирання.

Для розв’язання цих задач нижче застосовано метод логічних R – функцій [7,8].

Приймемо

$$w(x,y) = w_0(x,y)\omega ,$$

де $w_0(x, y)$ – початкова форма поля швидкостей прогинів, а логіка побудови функції може бути представлена співвідношеннями

$$\omega = \omega_0 \vee (\omega_1 \vee \omega_2 \vee ... \vee \omega_n);$$
$$\omega_0 = \omega_{01} \vee \omega_{02}; \omega_{01} = x(b - x); \omega_{02} = y(b - y);$$
$$\omega_j = \omega_{j1} \wedge \omega_{j2}; \omega_{j1} = (x - X_j)(X_j - x); \omega_{j2} = (y - Y_j)(Y_j - y), j = 1,2,...,n$$

Тут n - число точкових опор, b – розмір квадратної області, істотно більший від розмірів пластини , X_j і Y_j – координати j- ой опори, $\vee$ і $\wedge$ – знаки операцій R – диз'юнкції і R- кон'юнкції відповідно [7].

Підрахунок роботи внутрішніх граничних зусиль в пластині і роботи зовнішнього навантаження на можливих переміщеннях зводиться тепер до підсумовування виразів, що містять кривизни, по області, окресленій складним контуром пластини .

Якщо контур – неопуклий і містить вхідні кути, потрібен аналітичний опис межі Г контуру . За допомогою R- функцій можна сформувати таку функцію, що ω>0 усередині контуру Г, ω = 0 на контурі і ω< 0 за межами Г. Така властивість дозволяє при підсумовуванні враховувати тільки ті вузли сіткової області, які належать області Г..

Контурні вузли входять в суму, як завжди, з ваговими коефіцієнтами, відмінними від 1, а саме 0,5 і 0,25 відповідно для точок на сторонах контуру і у вершинах опуклих кутів. Тут додатково з'являються коефіцієнти 0,75 для вершин вхідних кутів. Описаний вище підхід реалізовано в програмі, розробленій в середовищі програмування MS VB6.

2. Несна здатність. Розглянемо квадратну пластину, шарнірно обперту по всьому контуру, з рівномірним поперечним навантаженням інтенсивністю q . Верхня оцінка несної здатності відома [9] і становить

$$q = 6m_0 a^{-2}, \tag{1}$$

де 2a- довжина сторони пластини, - m_0 - граничний погонний згинальний момент. Якщо матеріал пластини однаково опирається розтягуванню і стисканню, то $m_0 = 0,25\sigma h^2$, h – стала товщина пластини.

Введемо позначення $q = p\sigma; h = \varepsilon a$, тоді з урахуванням величини m_0 граничного погонного згинального моменту оцінка (1) набуває вигляду

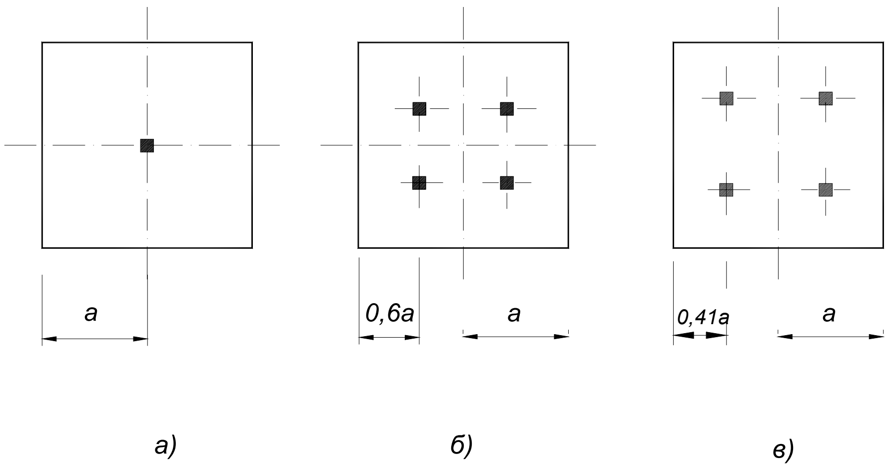

Рисунок 2

$$p = 1,5\varepsilon^2.$$

Цей і всі подальші подібні результати представлятимемо у вигляді числа, що дорівнює безрозмірному добутку $p\varepsilon^{-2}$.

За допомогою методики і програми, описаних в [4], виконаємо спочатку контрольні обчислення, а для перевірки використаємо результати з [5]. Для шарнірно обпертої по контуру квадратної пластини тут отримано оцінку $p\varepsilon^{-2} = 1{,}53$, яка практично збіглася з відомою оцінкою [9]. Далі розглянуто пластини, що обпираються на одну центральну опору (рис.2,а) і на чотири точки (рис.2,б). В [5] для них знайдено оцінки $p\varepsilon^{-2} = 0{,}55$ і $p\varepsilon^{-2} = 2{,}67$ відповідно. Тепер же отримано нові оцінки, перша з них точно збіглася з опублікованою, а іншу $p\varepsilon^{-2} = 2{,}24$ вдалося дещо поліпшити за рахунок більш точного добору кінематично допустимого поля можливих швидкостей прогинів.

Підтвердивши правильність методики і програми [4], перейдемо до нових задач про пластин з точковим обпиранням. . Перша з них – також квадратна пластина, але з іншим розміщенням чотирьох точкових опор. При рівномірному навантаженні задача має чотири осі симетрії, тому пошук найкращих опор є оптимізаційною задачею з однією змінною. Обчислення несної здатності, проведені для опор 1… 4 (рис.3,а), показують, що найбільша несність досягається при обпиранні пластини в точках 2, при цьому відстані від краю пластини становлять $0{,}41a$, а величина граничного навантаження характеризується числом $p\varepsilon^{-2} = 2{,}77$ (рис.2,в). Порівнюючи цю оцінку з оцінкою (6), знаходимо, що переміщення опор з позиції $\alpha = 0{,}6$ в положення $\alpha = 0{,}41$ підвищує несну здатність на 31%.

Далі розглянемо таку ж пластину з чотирма кутовими викружками, для неї отримано оптимальне положення опор, показане на мал. 3,б, а несна здатність оцінюється числом $p\varepsilon^{-2} = 3{,}20$. Збільшення граничного навантаження в порівнянні з попереднім результатом пов'язано із зміною контуру пластини, а, отже, і області навантаження.

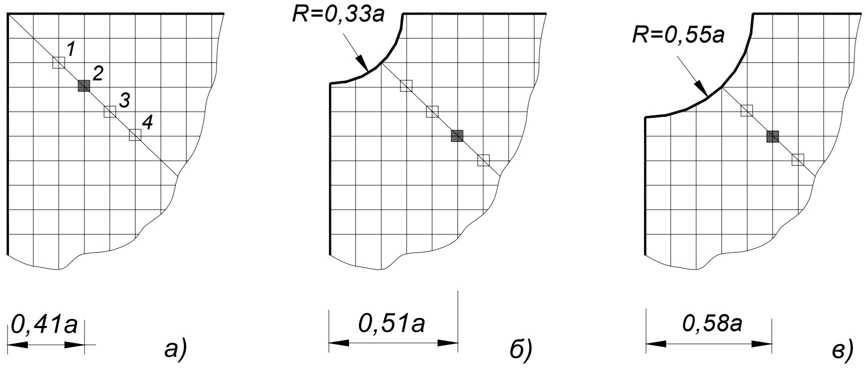

Рисунок 3

Якщо збільшити кутові викружки з $R = 0{,}33a$ до $R = 0{,}55a$, то найкращі точки обпирання розташуються на відстані $0{,}58a$ від зовнішнього краю (рис.3,в), а величина граничного навантаження становитиме $p\varepsilon^{-2} = 4{,}32$.

Для практики проектування представляють інтерес задачі про частково навантажені пластини, наприклад, при розміщенні технологічного устаткування. Ще один приклад – обперта на чотири точки квадратна пластина без кутових вирізів при дії рівномірного навантаження на частини поверхні. Вона представлена на рис.4,а, там же показано найкращі точки обпирання. Аналогічну задачу, але для складнішої форми області навантаження наведено на рис.4,б – подано межі навантаженої ділянки пластини і оптимальне розташування чотирьох опор.

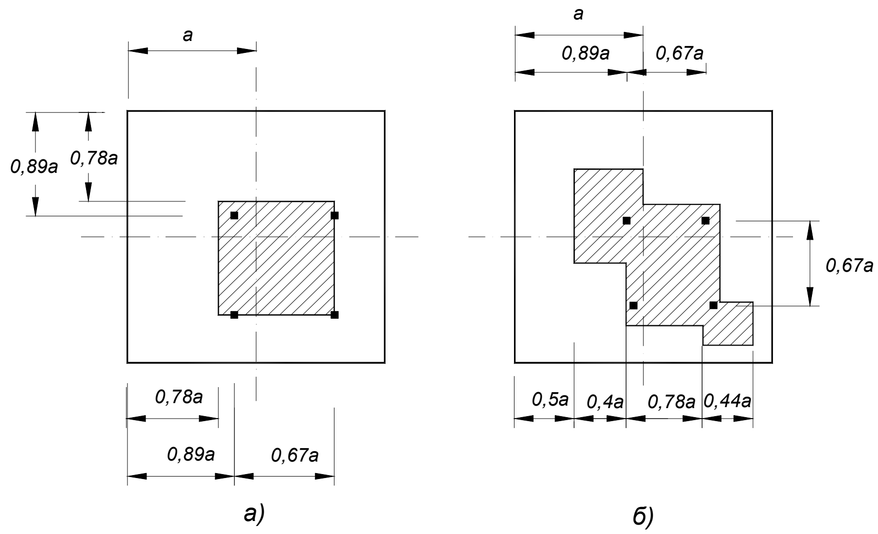

Рисунок 4

Всі приведені вище розв'язки отримано для пластин з найбільшою несною здатністю при заданій товщині, тобто при фіксованій витраті матеріалу. Звичайно будівельне проектування стикається із задачею, двоїстою по відношенню до розглянутої, – про якнайменшу витрату матеріалу при заданій несній здатності. В більшості випадків розв'язки першої і другої задачі збігаються.

Несна здатність залежить від другого ступеня товщини пластини. Тому, якщо шляхом належної розстановки точкових опор вдається підвищити несну здатність, наприклад, на 20%, то економія матеріалу може становити $q^{0,5}$, тобто близько 10%.

Представлені розв'язки дозволяють зробити такі висновки.

1. Пошук найкращого розташування опор – достатньо ефективний спосіб підвищення несних властивостей пластин. Він має використовуватися в тих випадках, коли є певна свобода в розташуванні опор.

2. Метод логічних R – функцій Рвачова зручний для опису складного контуру пластин, для конструювання полів швидкостей можливих переміщень при точковому обпиранні і для опису областей локального навантаження.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1 Дехтярь А. С., Ковальский А., Демченко А. Оптимальное размещение колонн в зданиях, возводимых методом подъема. // Строительная механика и расчет сооружений. – 1989. - №1.

2 Yang W.H. How to optimally support a plate // Trans/ ASME.-1981.-48, N 1.-P.207 - 208

3 Дехтярь А. С. Оптимальное опирание квадратной пластины. // Прикладная механика. – 1991. – Т.27, № 5. – С 107-110

4. Дехтяр А.С. Точкове обпирання пластин складного окреслення //Вісник Національного транспортного університету.-2011.-№21, Ч.2.-С.286-291

5.Дехтярь А.С. Точечное опирание пластин сложного очертания // Строительная механика и расчет сооружений.-2010.- №2(229).-С.56-60

6 Дехтярь А. С., Рассказов А. О. Несущая способность тонкостенных конструкций. – К.: "Будівельник", 1990. 287 с.

7 Рвачев В.Л., Курпа Л.В., Склепус Н.Г., Учишивили Л.А. Метод R – функций в задачах об изгибе и колебаниях пластин сложной формы. -К.: Наукова думка, 1973.-121 с.

8 Варвак П.М., Варвак М.Ш., Дехтярь А.С. Несущая способность пластин сложного очертания // Изв. АН СССР. Механика твердого тела.-1973, -№3.-С.137 – 143

9 Ржаницын А.Р. Предельное равновесие пластинок и оболочек.- М.: Наука, ГРФМЛ, 1983.- 288 с.

РЕФЕРАТ

Дехтяр А.С. Оптимальне точкове обпирання згинаних пластин./Анатолій Соломонович Дехтяр //Вісник НТУ.- К.: НТУ. – 2012. – Вип. 26.

Розглянуто задачу про несну спроможність пластин сталої товщини з точковим обпиранням. Матеріал пластин – ідеальний жорсткопластичний. Поперечне навантаження в загальному випадку нерівнономірно розподілено на всій або на частині поверхні пластини. Для отримання верхньої межі несності використано кінематичний метод теорії граничної рівноваги. Центральним питанням задачі є конструювання кінематично допустимих полів можливих переміщень механізму, що утворюється. Для цього і для опису складного контуру пластини застосовано метод логічних R- функцій Рвачова.

Запропоновано методику розрахунку несності таких пластин і розроблено відповідну комп'ютерну програму в середовищі розробки MS VB6. отримано оцінки граничного навантаження і показано, як можна збільшити несну спроможність конструкції шляхом належного розміщення точкових опор. Методику призначено для оцінки несності розглядуваних конструкцій на початкових етапах проектування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ПЛАСТИНА, ТОЧКОВЕ ОБПИРАННЯ, СКЛАДНИЙ КОНТУР, НЕСНІСТЬ

ABSTRACT

Dekhtyar A,S. Optimal point supporting of plates bended./Anatol Dekhtyar // Visnyk NTU. – К.: NTU . – 2012. – Vol. 26.

A problem of load carrying capacity of plates with constant thickness with the point supporting is considered. Material of plates – ideal rigid - plastic. In the general case the transversal loading of is distributed non-uniformly through all or part of plate surfaces. In order to obtain the upper bound of load carrying capacity the kinematics method of theory of limit equilibrium is used. The central problem of the task investigated is constructing of cinematically admissible fields of the possible displacements of plastic mechanism appeared. For this purpose and for description of complex contour of plate the method of the logical R- functions is applied.

The method of computation of load carrying capacity for such plates is offered and the proper computer program is developed in the development environment of the MS VB6. Estimations of the load carrying capacity are obtained and it is shown how possible to increase the load carrying capacity of structure by the proper arrangement of point supports. A method is intended for estimation of load carrying capacity of the considered constructions on the initial stages of planning.

KEYWORDS: PLATE, POINT SUPPORTING, COMPLEX CONTOUR, LOAD CARRYING CAPACITY

РЕФЕРАТ

Дехтярь А.С. Оптимальное точеченое опирание изгибаемых пластин./Анатолий Соломонович Дехтярь// Вестник НТУ.- К.: НТУ. – 2012. – Вып. 26.

Рассмотрена задача о несущей способности пластин постоянной толщины с точечным опиранием. Материал пластин – идеальный жесткопластический. Поперечная нагрузка в общем случае неравномерно распределена на всей или на части поверхности пластины. Для получения верхней границы несущей способности использован кинематический метод теории предельного равновесия. Центральным вопросом проблемы является конструирование кинематически допустимых полей возможных перемещений образующегося пластического механизма. Для этого и для описания сложного контура пластины применен метод логических R- функций Рвачева.

Предложена методика расчета несущей способности таких пластин и разработана соответствующая компьютерная программа в среде разработки MS VB6. Получены оценки предельной нагрузки и показано, как можно увеличить несущую способность конструкции путем надлежащего размещения точечных опор. Методика предназначена для оценки несущей способности рассматриваемых конструкций на начальных этапах проектирования.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ПЛАСТИНА, ТОЧЕЧНОЕ ОПИРАНИЕ, СЛОЖНЫЙ КОНТУР, НЕСУЦЩАЯ СПОСОБНОСТЬ