

НЕСНА ЗДАТНІСТЬ КОНСОЛЬНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

Дехтяр А.С., доктор технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна

LOAD CARRYING CAPACITY OF CANTILEVER CYLINDRICAL SHELLS

Dekhtyar A.S., D. Sci., National Transport University, Kyiv, Ukraine

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ КОНСОЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Дехтярь А.С., доктор технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина

Сутність проблеми. Незамкнуті консольні оболонки круглого перерізу використовуються як конструкції козирків і навісів над трибунами видовищних і спортивних споруд. Замкнуті оболонки, затиснені на одному кінці, – це палі-оболонки в процесі спорудження. Залежно від співвідношення розмірів (виліт консолі, радіус замкнутого або незамкнутого поперечного перетину, товщина стінки) такі конструкції можуть бути або трубчастими балками, або оболонками.

Сучасні норми проектування [2] рекомендують на основі пластичного розрахунку перевіряти несну здатність конструкції в цілому, охоплюючи належним чином всі можливі форми руйнування. Розрахунки верхньої межі граничного навантаження для багатьох конструкцій часто вдається проводити в замкнутій формі, надаючи остаточним результатам формульного вигляду. На цій основі можна побудувати економічний і ефективний процес попереднього проектування, в якому розглядається конкуренція різних форм вичерпання несної здатності.

Мета цієї роботи – встановлення такого сполучення параметрів, яке призводить до переходу від однієї розрахункової схеми до іншої.

Стан досліджень. Подібну задачу про несність призматичних консольних конструкцій було розглянуто в [1]. Для оцінки верхньої межі граничного навантаження нижче використано різні розрахункові методи – на основі теорії ліній текучості і на основі класичного кінематичного методу теорії граничної рівноваги. Результати розрахунків по обох моделях порівнюються між собою. Більш ускладнені задачі про розгалужені коробчаті призматичні конструкції та про несність балок мостових прогонових будов раніше вивчалися в роботах [4, 5].

Постановка задачі. Тут, як і в [1], прийнято поперечне навантаження, рівномірно розподілене на всій або на частині поверхні конструкції. Нехай балка з осевим радіусом R кільцевого поперечного перетину (рис.1)

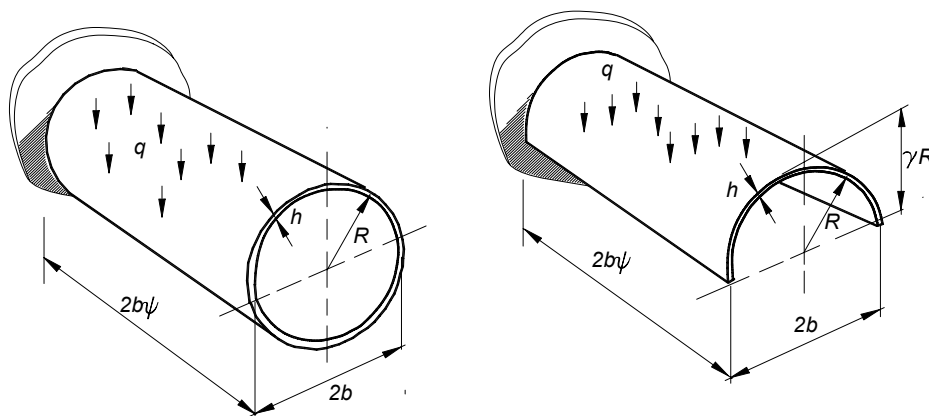


Рисунок 1

має ширину перетину $2b$ і виліт $2b\psi$. Товщину стінки позначимо h , інтенсивність поперечного навантаження q . Стрілу підйому позначено γR , вона пов'язана з шириною і радіусом очевидним співвідношенням

$$\gamma^2 R^2 - 2R^2\gamma + b^2 = 0.$$

Матеріал конструкцій – ідеальний жорсткопластичний з істотно неоднаковими границями текучості σ^- при стисненні і σ при розтягуванні, тобто $\sigma^- \gg \sigma$. Подібні властивості має звичайний конструкційний залізобетон.

Для вичерпання несної здатності консольної балки достатньо, щоб в її найнапруженішому перетині – в затисненні утворився пластичний шарнір. У разі замкнутого перетину $\gamma = 1$, і граничний згинальний момент M_0 в ньому дорівнює

$$M_0 = 2\pi\sigma R^2 h.$$

При одиничному опусканні вільного кінця момент M_0 виконує роботу

$$D_i = \pi\sigma R h \psi^{-1}.$$

Введемо позначення $h = \varepsilon\gamma R$, тоді при $\gamma = 1$ отримаємо

$$D_i = \pi\sigma R^2 \varepsilon \psi^{-1}.$$

Тим часом віртуальна робота зовнішнього розподіленого навантаження інтенсивністю $q = p\sigma$ дорівнює

$$D_e = 2p\sigma R^2 \psi,$$

тому з умови рівноваги у формі принципу можливих переміщень $D_i - D_e = 0$ одержуємо простий вираз для безрозмірної величини верхньої оцінки граничної інтенсивності

$$p = 0,5\pi\varepsilon\psi^{-2}. \quad (1)$$

Як приклад розглянемо кільцеву балку з відносною товщиною $\varepsilon = 0,025$ і відносною довжиною $\psi = 1$. Обчислення за (1) приводять до оцінки

$$p = 0,392 * 10^{-2}. \quad (2)$$

Для порівняння приведемо аналогічну оцінку, отриману в [1] для консольної призматичної балки з коробчатим перетином (рис.2).

$$p = 5,9 * 10^{-2}. \quad (3)$$

Оцінки (2) і (3) добре узгоджуються.

2. Крім балкової розрахункової схеми розглядувана тут конструкція при достатньо малих вильотах може вичерпувати свою несну здатність як затиснена оболонка. Для дослідження такого руйнування і відшукання верхньої межі граничного навантаження нижче застосовано кінематичний метод теорії граничної рівноваги в загальній формі [3]. Успішність розв'язання такої задачі залежить від вдалого вибору кінематично допустимих полів можливих швидкостей переміщень в момент перетворення оболонки в механізм з одним ступенем свободи.

В роботі [3] для оцінки верхньої межі розподіленого граничного навантаження отримано функціонал F , визначений на множині кінематично допустимих полів швидкостей переміщень $u(x, y), v(x, y), w(x, y)$.

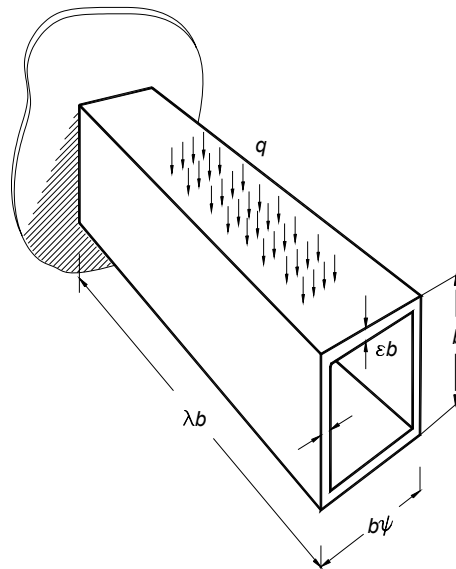


Рисунок 2

$$Q = \min F \quad (4)$$

Задача полягає в доборі таких полів швидкостей переміщень, які доставляють мінімум цьому функціоналу .

Для дискретизації F в [3] застосовано метод сіток, отже ця варіаційна задача замінена задачею про мінімум функції Φ , її незалежними змінними є значення $u(x, y), v(x, y), w(x, y)$ у вузлах сіткової області. У свою чергу, таку достатньо громіздку задачу можна спростити за рахунок вибору полів $u(x, y), v(x, y), w(x, y)$ спеціального вигляду і звести її до мінімізації Φ по декількох незалежних змінних.

Функціонал F [3] отримано на основі умови пластичності Іогансена, яка в шестивимірному просторі узагальнених напружень є гіперпаралелепіпедом.

В розрахунковій моделі [3] прийнято, що оболонку армовано сітками, їх стрижні розташовуються уздовж ліній головних кривизн. Міцносні характеристики представлено дев'ятьма параметрами, з них α_1 і α_2 потрібні для опису граничних розтягувальних нормальних сил в двох координатних напрямках, наприклад $N_x^+ = \sigma h \alpha_1$, де σ – межа текучості сталюї арматури. Параметр α_3 описує граничні нормальні стискальні зусилля $N_x^- = N_y^-$, а α_4 – зсувну міцність. Параметри $\alpha_5 \dots \alpha_8$ використано для опису граничних згинальних моментів M_x, M_y при «додатному» і при «від'ємному» вигині. Нарешті, параметр α_9 відповідає за величину граничного крутного моменту.

В загальному випадку величини $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_5, \dots, \alpha_8$ можуть змінюватися по полю оболонки, тобто бути функціями координат. Величини ж $\alpha_3, \alpha_4, \alpha_9$ не змінюються по полю оболонки і є константами.

В задачі про консольну циліндричну оболонку для досягнення мінімуму функціонала Φ вибрано поле $w(x, y)$ швидкостей вертикальних можливих переміщень відповідно до рівняння

$$w_2(x, y) = \delta(\exp(-x^2 \sigma_1^{-2} \pi^{-1} / 2) \exp(-y^2 \sigma_2^{-2} \pi^{-1} / 2)) \quad (5)$$

де δ – амплітуда. Рівняння (5) відоме як розподіл вірогідності Гауса. Варіанти профілів поля представлено на рис. 3,а, а лінії рівня – на рис.3,б.

Зручність використання такого поля в розглядуваній тут задачі полягає в тому, що, управляючи лише двома незалежними змінними σ_1 і σ_2 , можемо отримати різний ступінь

локалізації поля швидкостей прогинів. Можна також переміщати центр поля - точку з найбільшою швидкістю вертикального переміщення.

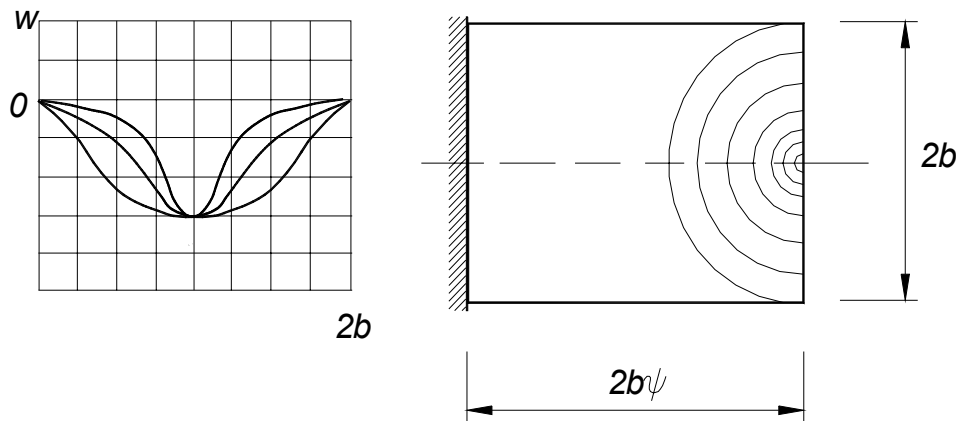


Рисунок 3

Нижче представлено приклади розрахунків несної здатності консольних циліндричних оболонок з використанням обох розрахункових моделей – «балкової» (2) і «оболонкової» (4). При оцінці і порівнянні результатів слід враховувати, що в моделі (2) величина σ є межа текучості при розтягуванні однорідного матеріалу суцільної стінки конструкції, тим часом в другій моделі величина σ є межа текучості сталевий арматури. Дійсно, граничне погонне зусилля текучості, наприклад, у напрямі осі OX є $N_{0X}(x, y) = \alpha_1(x, y)\sigma h$. Тому оцінки (2), одержувані на основі «балкової моделі», необхідно множити на величину α_1 .

Розглянемо приклади. Для замкнутої циліндричної оболонки ($\gamma = 1$) з відносною товщиною стінки $\varepsilon = 0,05$, завдовжки $\psi = 0,8$, з постійними (в частинному випадку) міцносними характеристиками $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,008; \alpha_3 = 0,005; \alpha_4 = 0,0057; \alpha_5, \dots, \alpha_8 = 0,004; \alpha_9 = 0,004$ отримано оцінки

$$p_1 = 9,81 \cdot 10^{-4}; p_2 = 8,83 \cdot 10^{-4}, \quad (6)$$

причому мінімум p_2 досягається при $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,6$.

Оскільки $p_1 > p_2$, вичерпання несної здатності конструкції відбувається за «оболонковою» формою руйнування.

Якщо для порівняння розглянути призматичну консольну конструкцію з квадратним поперечним перетином і такими ж геометричними характеристиками, то з [1] витікає

$$p = 4,84 \cdot 10^{-4},$$

отже оцінки (6) представляються правдоподібними.

Перехід від однієї форми руйнування до іншої із збільшенням вільноти консолі ψ можна прослідкувати на рис. 4, там оцінки верхньої межі несної здатності представлено для оболонки з відносною товщиною стінки $\varepsilon = 0,05$ (1 – «консольне» руйнування, 2 – «оболонкове»). Звернімо увагу на слабу залежність несності при «оболонковому» руйнуванні від довжини ψ оболонки, це пояснюється локальним руйнуванням вільного краю оболонки.

Для непрямого підтвердження правильності отриманих оцінок зіставимо їх з навантаженням фібрової текучості тобто навантаження, при якому в найнапруженішій точці конструкції напруження вперше сягатиме межі текучості.

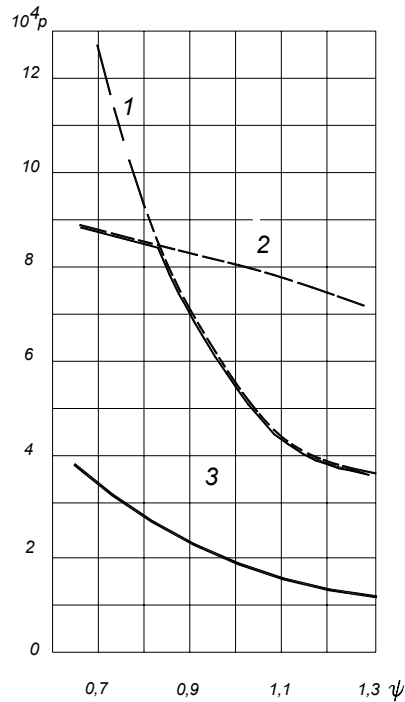


Рисунок 4

Момент інерції кільцевого перетину трубчастої оболонки відносно нейтральної осі

$$I_x = 0,25\pi R^4 ((1 + 0,5\varepsilon)^4 - (1 - 0,5\varepsilon)^4),$$

тоді момент опору становитиме

$$W_x = I_x / (R(1 + 0,5\varepsilon)).$$

Згинальний момент в затисненні дорівнює

$$M = 2R^3 q \psi^2 (1 + 0,5\varepsilon),$$

отже необхідно, щоб

$$\sigma = M / W_x = \sigma_T.$$

Приймемо для прикладу $\varepsilon = 0,5; \psi = 1,3; \sigma_T = 200$ МПа, тоді отримаємо $q = 28,1$ МПа.

Такій інтенсивності поперечного навантаження відповідає безрозмірна величина $p = 1,12 \cdot 10^{-4}$, тим часом з рис.4 виходить, що граничне навантаження $p = 3,87 \cdot 10^{-4}$, отже, істинна несна здатність перевищує навантаження фібрової текучості в 2,05 рази. На рис.4 навантаженню фібрової текучості відповідає лінія 3.

Представлені тут і інші подібні результати обчислень за (2) і (4) («балкова» і «оболонкова» моделі) дозволяють зробити деякі висновки.

1. Порівнюючи оцінки несної здатності, отримувані за допомогою двох розглянутих розрахункових схем, можна встановлювати сполучення геометричних параметрів конструкції, за яких актуальною є та або інша модель.

2. Верхні оцінки граничного навантаження на основі уявлення про зосереджені пластичні шарніри і на основі класичного граничного аналізу добре узгоджуються.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Дехтяр А.С. Несна здатність коробчатих тонкостінних конструкцій // Вісник Національного транспортного університету. - 2015. - № 1(31), - С.189-193

2. Еврокод 2 Проектирование железобетонных конструкций. Часть 2 Железобетонные мосты. Правила проектирования и расчета. ТКП EN 1992-2-2009 (02250)

- 3 Дехтярь А. С., Рассказов А. О. Несущая способность тонкостенных конструкций. – К.: “Будівельник“, 1990. -287 с.
4. Дехтярь А. С. Несущая способность коробчатых конструкций. // Строительная механика и расчет сооружений. – 1987. - №3. – С. 9-12.
5. Дехтярь А.С. К проектированию мостовой балки коробчатого сечения // Строительная механика и расчет сооружений.-2010.- №6 (233).-С.68-71

REFERENCES

- 1.Dekhtyar A,S, Load carrying capacity of thin-walled box-girder structures. / Announcer of NTU.- K.-NTU.-2015.- .-№ 1(31),-С.189-193 (Ukr)
- 2.Eurocode 2 Planning of reinforced concrete structures. The part 2 Reinforced Concrete bridges. Rules of planning and computation. ТКР EN 1992-2-2009 (02250) (Rus)
3. Dekhtyar A,S, Rasskazov A. O. Load carrying capacity of thin-walled structures. – К.: “Budivelnik“, 1990. -287 с. (Rus)
4. Dekhtyar A,S, Load carrying capacity of box-girder structures. // Structural mechanics and computation of building. – 1987. - №3. – P. 9-12..(Rus).
5. Dekhtyar A.S. To planning of bridge beam of box section // Structural mechanics and computation of structures.--2010.- №6 (233).-P.68-71.(Rus).

РЕФЕРАТ

Дехтярь А.С. Несна здатність консольних циліндричних оболонок / А.С. Дехтярь // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2016. – Вип. 1 (34).

Розглянуто задачу про несну здатність консольних циліндричних замкнених і незамкнених оболонок постійної товщини. Матеріал оболонок – ідеальний жорсткопластичний з неоднаковими межами текучості при розтягу і стиску. Використано умову текучості Іогансена. Рівномірне навантаження розподілено на всій або на частини поверхні. Відшукується верхня межа граничного навантаження, для цього застосовано два методи розрахунку. Один з них заснований на теорії ліній текучості, іншим є класичний кінематичний метод теорії граничної рівноваги.

Залежно від сполучення геометричних параметрів конструкції, а саме довжини, радіусу кругового поперечного перерізу і товщини стінки конструкція може бути затисненою одним кінцем трубчастою балкою або оболонкою. Мета роботи – встановлення такої області згаданих параметрів, в якій активною є одна двох можливих форм руйнування. Наведено приклади. Проведено необхідні порівняння. Зокрема отримані тут оцінки граничного навантаження порівняно з аналогічними оцінками, раніше знайденими для призматичних консольних тонкостінних конструкцій.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ОБОЛОНКА, ТОНКОСТІННА БАЛКА, НЕСНІСТЬ, КІНЕМАТИЧНИЙ МЕТОД

ABSTRACT

Dekhtyar A,S. Load carrying capacity of cantilever cylyndrical shells. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2016. – Issue 1 (34).

A problem for load carrying capacity of the cantilever cylindrical closed or unclosed shells of constant thickness is considered. Material of shells is ideal rigid - plastic with different yield limits in tension and in compression. The Iohansen yield surface is used. The transversal load is distributed on all or on the part of surface. The upper bound of the limit load is found. Two methods of computation are applied for this purpose. The first from them is based on the theory of yield - line , the classic kinematical method of theory of limit equilibrium is other. Depending on combination of geometrical parameters of structure, namely lengths, radius of circular cross section and thickness of wall structure may be considered as one-end clamped tubular beam or shell. Purpose of work – establishment of such region of the parameters mentioned where active one of two possible forms of destruction. Examples are presented. Comparisons are made. In particular, estimations of the new limit loads obtained here are compared with similar estimations formerly found for the prismatic cantilever thin-walled structures.

KEYWORDS: SHELL THIN-WALLED BEAM LOAD CARRYING CAPACITY KINEMATICAL METHOD

РЕФЕРАТ

Дехтярь А.С. Несущая способность консольных цилиндрических оболочек /А.С. Дехтярь // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К. : НТУ, 2016. – Вып. 1 (34).

Рассмотрена задача о несущей способности консольных цилиндрических замкнутых и незамкнутых оболочек постоянной толщины. Материал оболочек – идеальный жесткопластический с неодинаковыми пределами текучести при растяжении и сжатии. Использовано условие текучести Иогансена. Равномерная нагрузка распределена на всей или на части поверхности. Отыскивается верхняя граница предельной нагрузки, для этого применены два метода расчета. Один из них основан на теории линий текучести, другой есть классический кинематический метод теории предельного равновесия. В зависимости от сочетания геометрических параметров конструкции, а именно длины, радиуса кругового поперечного сечения и толщины стенки конструкция может быть защемленной одним концом трубчатой балкой или оболочкой. Цель работы – установление такой области названных параметров, в которой активной есть одна двух возможных форм разрушения. Приведены примеры. Произведены необходимы сравнения. В частности полученные здесь оценки предельной нагрузки сопоставлены с аналогичными оценками, ранее найденными для призматических консольных тонкостенных конструкций.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ОБОЛОЧКА, ТОНКОСТЕННАЯ БАЛКА, НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ, КИНЕМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД

АВТОР

Дехтярь Анатолий Соломонович, доктор технических наук, профессор, Национальный транспортный университет, профессор кафедры компьютерной, инженерной графики та дизайну, тел. 294-9713, Украина, 01010, Київ, вул. Суворова, 1

AUTHOR

Dekhlyar Anatol S., D. Sci, professor of computer graphics and design department, National transport university, phone 294-9713.-Ukraine, Kyiv, Suvorova str.,1

АВТОР

Дехтярь Анатолий Соломонович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры компьютерной, инженерной графики и дизайна, Национальный транспортный университет, тел. 294-9713, Украина, 01010, Киев, ул Суворова, 1

РЕЦЕНЗЕНТЫ

Киселев Володимир Борисович, доктор технических наук, профессор, декан факультету управління міським господарством Академії муніципального управління

Расказов Александр Олегович, доктор технических наук, профессор, Национальный транспортный университет

REVIEWERS

Kiseliov V.B., Sci. Doctor, prof., Dean of the municipal economy faculty of the Academy of municipal management

Rasskazov A.O. Ssi. Doctor, - Prof., National transport university