УДК 539.3
UDC 539.3

БІФУРКАЦІЙНЕ ВИПИНАННЯ БУРИЛЬНИХ КОЛОН В КРИВОЛІНІЙНИХ СВЕРДЛОВИНАХ

Шлюнь Н.В., Національний транспортний університет, Київ, Україна

BIFURCATIONAL BUCKLING OF DRILL STRINGS IN CURVILINEAR BORE - HOLE

Shlyun N. V., National Transport University, Kyiv, Ukraine

БИФУРКАЦИОННОЕ ВИПУЧИВАНИЕ БУРИЛЬНЫХ КОЛОНН В КРИВОЛИНЕЙНЫХ СКВАЖИНАХ

Шлюнь Н.В., Национальный транспортный университет, Киев, Украина

Постановка проблеми.

Ефект втрати стійкості рівноваги і випинання бурильної колони є проявом одного з найбільш загальних законів філософії – закону переходу кількісних змін в якісні.

У різних сферах дійсності кількісні зміни в залежності від специфічних умов переходять в якісні по-різному. Конкретні форми переходу, стрибка з одного стану в інший, є предметом дослідження багатьох наук. У механіці їх вивчають на основі теорії стійкості рівноваги та біфуркацій [1-3].

Спільними і найбільш типовими формами стрибків вважають: 1) форму порівняно швидкого і різкого перетворення однієї якості в іншу, коли об'єкт як цілісна система відразу змінює свою структуру; 2) форму поступового якісного переходу, коли об'єкт змінюється не відразу, а шляхом постійного накопичення якісних змін. Обидві ці форми мають місце і в задачах стійкості механічних систем. Залежно від типу якісних змін при втраті стійкості розрізняють втрату стійкості I та II-го роду.

При аналізі стійкості стану рівноваги механічної системи зазвичай намагаються встановити межі зміни параметрів навантаження, при яких дана система має єдину форму рівноваги. Ейлер, досліджуючи поздовжній вигин стержня, вказав шлях відшукання цих меж на основі переходу до задачі на власні значення (задачі Штурма - Ліувілля). Цей метод згодом стали широко використовувати і був строго обгрунтований. В достатній мірі метод виправдав себе при застосуванні до сртижнів, стрижневих систем і пластин, чому сприяла та обставина, що лінеаризація в цих випадках проводиться в околі вихідного безмоментного напруженого стану, який можна розрахувати порівняно простими засобами.

Однак спроби використовувати лінеаризацію для вирішення істотно нелінійних задач стійкості часто виявляються невдалими, оскільки звичайний принцип лінеаризації дає викривлене уявлення про критичні навантаження і форми. Виявилося, що його слід застосовувати лінеарізуючи задачу в околі заздалегідь невідомого розв´язку, або ж взагалі відмовитися від лінеаризації і перейти до безпосереднього глобального дослідження нелінійних рівнянь, що описують деформацію системи. А так як ці співвідношення являють собою складну систему рівнянь в частинних похідних, яка містить систему навантаження λ, то проблема зводиться до дослідження спектра деякої нелінійної крайової задачі.

Як правило, це дослідження не вдається провести строго. Істотні труднощі виникають також при спробі вирішення цієї проблеми наближеними методами і для бурильних колон у каналах криволінійних свердловин оскільки осьова лінія колони при втраті стійкості набуває форми, яка має ділянки плавної і швидкої зміни траєкторії, що істотно ускладнює завдання, так як в цьому випадку дуже важко форму осьової лінії наближати простими апроксимуючими функціями. Даний ефект зумовлений тим, що система яка розглядається є також сингулярно збуреною [4]. Послідовна зміна форми деформованої осі при розвитку процесу навантаження призводить до необхідності дослідження колони як системи з великим числом ступенів свободи.

Методика дослідження

Зазначені труднощі можна подолати шляхом переходу до задачі Коші, використовуючи чисельні методи. В цьому випадку розв´язок системи нелінійних рівнянь

$$F(x) = \lambda b\,, \tag{1}$$

що описують згинання колони, грунтується на заміні нелінійного оператора F в околі стану узагальненим виразом Тейлора. Тут F нелінійний оператор крайової задачі; x - вектор, що визначає деформований стан колони; λ - параметр, що характеризує збурення системи.

Обмеження числа членів в розкладі Тейлора дозволяє в околі стану $x_{(n)}$ аналог алгоритмів Ньютона - Канторовича, дотичних гіпербол і їм подібних:

$$x_{(n+1)} = x_{(n)} + \left[F_{(n)}\right]^{-1}(\lambda_{(n+1)}b - F_{(n)}x_{(n)}) \tag{2}$$

де прогнозований елемент $x^{a}_{(n)}$ вибирають на базі елементів $x_{(m)}(m \le n)$. Формула (2) описує операцію знаходження послідовності елементів $x_{(i)}$, що наближено задовольняють рівняння (1) при $\lambda = \lambda_{(i)}$. Вона добре поєднує простоту методу Ньютона і високу точність алгоритмів вищих порядків типу Чебишева і Ейткена.

На основі методів дискретизації операторне рівняння (1) зводиться до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь, а похідна Фреше F' - до матриці Якобі.

Аналіз значення визначника J матриці Якобі дозволяє судити про появу розгалужених розв´язків і про стійкість стану системи.

У точках перетворення якобіана J в нуль задача продовження розв´язку методом (2) виявляється поставленою некоректно, так як малим змінам параметрів збурення можуть відповідати великі зміни в розв´язку задачі. Поняття коректності і приклад некоректної задачі математичної фізики дано на початку нашого століття Адамаром. Великий внесок у розвиток теорії і методів розв'язання задач математичної фізики, які не є коректними в класичному сенсі, внесли В.К. Іванов, М.М. Лаврентьєв, А.Н. Тихонов та інші.

Граничне значення параметра λ при якому якобіан обертається на нуль, є критичним. У цих точках необхідно досліджувати можливість розгалуження розв´язу, тобто біфуркація. Нагадаємо, що точкою розгалуження розв´язку називається точка, в малій околиці якої одному значенню параметра λ відповідають два або більше розв´язків. Зазвичай для дослідження траєкторії навантаження механічної системи в околі особливої точки використовується рівняння розгалуження, що базується на заміні в околі точки розгалуження нелінійного рівняння певним числом членів розкладу його в ряд Тейлора. Розв´язки рівняння розгалуження визначають напрямки розв´язків, що розгалужуються в малому околі точки виродження. При цьому кратні розв´язки слід розглядати окремо. Продовження кривої навантаження відповідно до виразу (2) по кожному з знайдених напрямків дозволяє побудувати всі гілки біфуркаційних розв´язків.

Поєднання методу продовження по параметру з методами теорії розгалуження дає можливість знаходити розв´язки і значення параметра λ^{b} при якому відбувається розгалуження, визначати число розв´язків, що відгалужуються від x^{b}, вивчати поведінку цих розв´язків при різних значеннях λ.

Особливі математичні труднощі пов'язані з дослідженням стійкості механічних систем з односторонніми в'язями, тобто в'язями, здатними сприймати зусилля тільки одного знака. Такі задачі виникають і при дослідженні стійкості бурильної колони в порожнині криволінійної свердловини, оскільки в цьому випадку стінка свердловини обмежує переміщення колони тільки в одному напрямку. Цей клас задач найменш вивчений, він зводиться до розв´язку нелінійної крайової задачі при додаткових умовах, заданих у вигляді нерівностей. Для її розв´язку необхідно застосовувати методи нелінійного програмування.

У загальному випадку розв´язок рівняння (1) може бути побудовано методом продовження розв´язку по параметру.

Нехай дано нелінійне функціональне рівняння

$$F(x) = 0\,. \tag{3}$$

Диференційовний по Фреше k-раз нелінійний оператор F обертає елементи простору X в простір Y. Припустимо, $G(x;\lambda) = \mathbf{\Phi}(x) - \lambda b$ ($x \in X;\ 0 \le \lambda \le 1$) - такий оператор зі значеннями в Y,

$$G(x;\ 1) = \Phi(x) - \lambda b \equiv F(x) \tag{4}$$

і рівняння

$$G(x;\ 0) = 0 \tag{5}$$

має очевидний розв´язок x^0.

Розглянемо співвідношення

$$G(x;\ \lambda) = 0 \tag{6}$$

Припустимо, що рівняння (6) має неперервний розв´язок $x = x(\lambda)$, що визначене при $0 \le \lambda \le 1$ та задовольняє умові

$$x(0) = x^0 \tag{7}$$

Якщо розв´язок $x(\lambda)$ відомий, то формула

$$x^* = x(1) \tag{8}$$

дає розв´язок рівняння (3).

Разіб´єм проміжок [0; 1] точками

$$\lambda_{(0)} = 0 < \lambda_{(1)} < ... < \lambda_{(m)} = 1. \tag{9}$$

За формулою Тейлора в околі точки $x_{(n)}$ для оператора Φ маємо

$$\begin{aligned} &\Phi_{(n)} + \Phi'_{(n)}(x_{(n+1)} - x_{(n)}) + \frac{1}{2!}\Phi''_{(n)}(x_{(n+1)} - x_{(n)}, x_{(n+2)} - x_{(n)}) + ... + \\ &+ \frac{1}{r!}\Phi^{(r)}_{(n)}(x_{(n+1)} - x_{(n)}, ..., x_{(n+1)} - x_{(n)}) \approx \lambda_{(n+1)} b \end{aligned} \tag{10}$$

Віднімаючи в разкладі (10) деяке число членів и маючи элемент $x_{(n)}$, можемо наближено знайти $x_{(n+1)}$.

При $r = 1$ співвідношення, що визначає $x_{(n+1)}$, має вигляд

$$x_{(n+1)} = x_{(n)} + \left[\Phi_{(n)}\right]^{-1}(\lambda_{(n+1)} b - \Phi_{(n)} x_{(n)}) \tag{11}$$

Дана формула та рівняння $x(0) = x^0$ описують послідовність операцій (рис. 1), що приводить до элемента $x_{(m)}$, що наближено задовільняє рівняння (3)

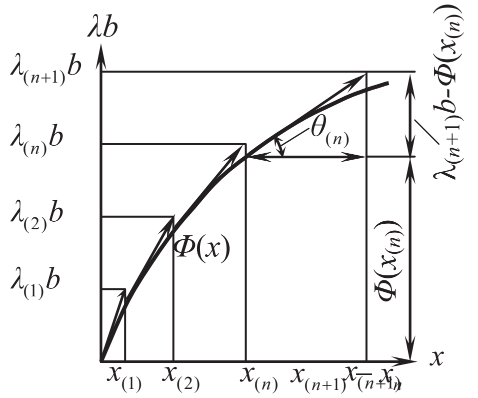

Рисунок 1 – Геометричне представлення алгоритму продовження розв´язку по дотичним

Так як кожен етап процесу (11) являє собою один крок ітераційного методу Ньютона - Канторовича, для його збіжності достатньо задовольняти умовам, що випливають з умов збіжності останнього алгоритму [2].

При розв´занні нелінійних рівнянь (3) методом (11) доводиться мати справу з особливими точками $x^s_{(n)}$, в яких оператор $\Phi'(x^s_{(n)})$ вироджується і продовження розв´язку стає неможливим. Якщо дефект лінеаризованої системи рівнянь дорівнює одиниці і права частина не сумісна з лівою, то перехід через особливу точку здійснюється зміною головного параметра.

У загальному випадку розв´язок цього рівняння в особливій точці може виявитися розгалуженим. Для продовження розв´язку необхідно методами теорії розгалуження знайти всі гілки і продовжити розв´язок по кожній з гілок (рис. 2).

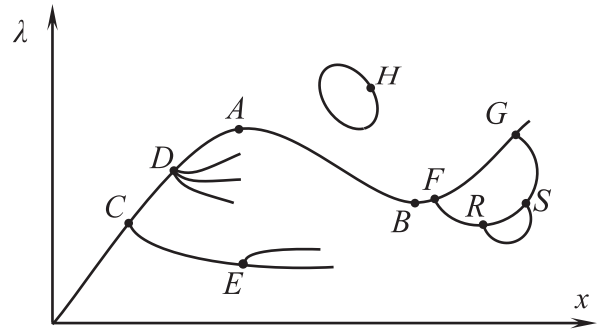

Рисунок 2 – Типи розгалужених розв´язків нелінійних рівнянь

Біфуркаційне випинання стрижневих систем

У будівельній механіці найпростішим ефектом, пов'язаним з розгалуженням (біфуркацією) розв´язку нелінійного рівняння рівноваги, є втрата стійкості прямолінійної форми шарнірно опертого пружного стрижня під дією осьової стискаючої сили λ (рис. 3). Ця задача була вирішена Л. Ейлером в 1744 р В результаті аналізу лінеаризованого рівняння вигину

$$EI\frac{d^4u}{dx^4} - \lambda\frac{d^2u}{dx^2} = 0, \tag{12}$$

де EI - жорсткість стрижня при вигині; $u(x)$ - функція його малого поперечного переміщення; x - координата, що має напрям вздовж його осі.

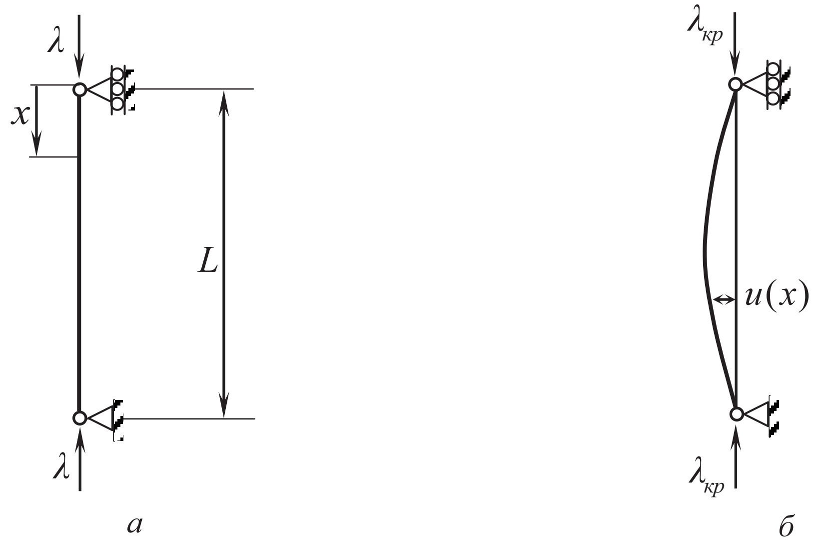

Рисунок 3 – Біфуркаційне випинання прямолінійного пружного стержня

Рівняння (12) справедливе при $\lambda = \lambda_{kp}$. У випадку $\lambda = \lambda_{kp}$ вигини $u(x) = 0$ і зі зміною λ крива навантаження, що показана на рис. 1 і 2, представлена у вигляді вертикальної прямої (рис. 4)

При $\lambda = \lambda_{kp}$ рівняння (12) вироджується і крім нестійкого розв´язку $u(x, \lambda) = 0$ ($\lambda = \lambda_{kp}$), (показаного пунктиром на вертикалі) воно має відомий ненульовий розв´язок у вигляді синусоїди, який відгалужується від вертикалі ліворуч ($u < 0$) і вправо ($u > 0$). Подальше дослідження стрижня в закритичних станах має проводитися на основі відповідного нелінійного рівняння. Як показано його розв´язок, в міру віддалення від вертикалі, розв´язки що відгалужуються піднімаються вгору. Це свідчить про те, що в закритичних станах стрижень зберігає свою несучу здатність, хоча і стає дуже деформативним.

В аналогічній постановці формулюється нами і задача про біфуркаційне випинання довгої бурильної колони, що лежить на дні каналу криволінійної свердловини [5-7].

Вважається, що в докритичних станах колона напружена осьовою силою, але зберігає свою несучу здатність і її поперечні переміщення рівні, а напружений стан обчислюється виходячи з цієї передумови. Зі збільшенням осьової сили в передкритичній стадії пропорційно параметру λ навантаження колони відбувається за схемою, показаної на рис. 4, тобто параметр зростає, але поперечні переміщення колони залишаються рівними нулю. Потім після досягнення параметром λ критичного значення $\lambda_{кр}$ лінеаризоване рівняння рівноваги колони вироджується і розв´язок розгалужується, як це має місце на рис. 4 і замість одного розв´язку виникають три, один з яких (показано пунктиром) нестійкий, а стійкість двох інших (відгалужується) повинна бути перевірена додатково в закритичних станах. Відзначимо, що в нашому випадку це дослідження не проводиться і подібно до того, як це зроблено Ейлером, знаходяться тільки критичні значення $\lambda_{кр}$ і форми розв´язку, що відгалужується (бифуркаційного), який визначає моду втрати стійкості.

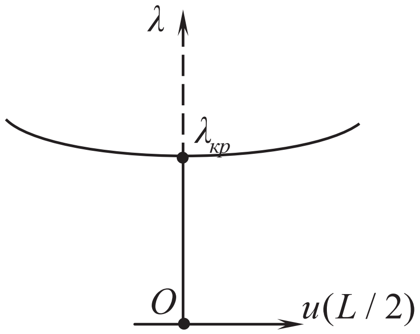

Рисунок 4 – Крива навантаження стрижня осьовою силою λ

Робота виконана в рамках держбюджетної теми 0115U002270 «Комп'ютерне прогнозування і запобігання аварійним режимам буріння похило-скерованих та горизонтальних свердловин на етапах їх проектування і проходки».

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Алфутов, Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем / Н.А. Алфутов // – М.: Машиностроение, 1978. – 312 с.
2. В.И. Гуляєв, Баженов В.А. Гоцуляк Е.А. Устойчивость нелинейных механических систем / В.И. Гуляєв, В.А. Баженов, Е.А. Гоцуляк // Львов : Вища школа. – Изд.-во при при Львов ун-те. – 1982
3. Гуляєв, В.І. Інваріантні стани бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / В.І. Гуляєв, Н.В. Шлюнь // Вісник НТУ. – 2013. – №. 28. Частина 2. – С. 116 –123.
4. Перельмутер, А. В. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – М.: Издательство СКАД СОФТ, 2010. – Т.1. – 704 с.

5. Чанг К. Нелинейные сингулярно возмущенные краевые задачи / Чанг К, Хауэс Ф. // М., Мир. – 1988. – 247 с.

6. Gulyayev, V.I., Shlyun N.V. Influence of friction on buckling of a drill string in the circular channel of a bore hole. Petroleum Science. 2016. V. 13. P. 698 – 711. (USA)

7. Gulyayev V.I., Andrusenko E.N., Shlyun N.V. Theoretical modelling of post - buckling contact interaction of a drill string with inclined bore-hole surface. Structural Engineering and Mechanics. 2014. V.49(4). P. 427-448.

8. Musa N., Gulyayev V., Shlyun N., Aldabas H. Critical buckling of drill strings in cylindrical cavities of inclined bore-holes. Journal of Mechanics Engineering and Automation. 2016. V. 6. P. 25 – 38.

REFERENCES

1. Alfutov, N.A. The basic of stability calculation of elastic systems. M.: Mashynostroyenie. 1978. 312 p. (Rus)

2. Guliaiev V.I., Bazhenov V.A., Gutculyak E. A. Stability of nonlinear mechanical systems. Lvov : Vyscha shcola. Izd-vo Lvov un-ty. 1982. 255 p. (Rus)

3. Guliaiev V.I., Shlyun N.V. Invariant states of drill strings in channels of curvilinear bore-holes. Visnuk NTU. 2013. V. 28. Part 2. P. 116 –123. (Ukr)

4. Perelmuter, A. V. Slivker V. I. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы. M.: Izdatelstvo SKAD SOFT, 2010. T.1. – 704 p. (Rus)

5. Chang K. Haus F. Nonlinear singularly perturbed boundary problems. M., Mir. 1988. 247 p. (Rus)

6. Gulyayev, V.I., Shlyun N.V. Influence of friction on buckling of a drill string in the circular channel of a bore hole. Petroleum Science. 2016. V. 13. P. 698 – 711. (USA)

7. Gulyayev V.I., Andrusenko E.N., Shlyun N.V. Theoretical modelling of post - buckling contact interaction of a drill string with inclined bore-hole surface. Structural Engineering and Mechanics. 2014. V.49(4). P. 427-448.

8. Musa N., Gulyayev V., Shlyun N., Aldabas H. Critical buckling of drill strings in cylindrical cavities of inclined bore-holes. Journal of Mechanics Engineering and Automation. 2016. V. 6. P. 25 – 38.

РЕФЕРАТ

Шлюнь Н.В. Біфуркаційне випинання бурильних колон в криволінійних свердловинах / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. – К. : НТУ, 2017. – Вип. 1 (37).

У роботі досліджується задача про втрату стійкості рівноваги та біфуркаційне випинання БК в криволінійних свердловинах. Розглядаються найбільш дієві методи теорії стійкості рівноваги та біфуркацій для подолання даної проблеми. БК ототожнюється з пружним прямолінійним стержнем що лежить на дні криволінійного каналу, побудовано лінеаризоване рівняння її вигину. Досліджуючи дане рівняння знаходяться критичні значення навантаження та форми біфуркаційного розв´язку які визначають втрату стійкості БК.

Об'єкт дослідження − бурильні колони в каналах криволінійних свердловин.

Мета роботи − дослідити ефект втрати стійкості та біфуркаційного випинання БК.

Методи дослідження − бурильна колона ототожнювалася з наддовгим трубчастим стержнем. Математична модель квазістатичної поведінки бурильної колони до її фрикційної взаємодії зі стінкою свердловини будувалась у вигляді сингулярно збурених диференціальних рівнянь руху обертового наддовгого стержня в пружній постановці. Для аналізу випинання бурильної колони використовуються методи теорії стійкості рівноваги та біфуркацій.

Результати статті можуть бути впроваджені в технології буріння глибоких свердловин.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкта дослідження − пошук оптимальних режимів буріння.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: БУРИЛЬНА КОЛОНА, КРИВОЛІНІЙНА СВЕРДЛОВИНА, СТІЙКІСТЬ РІВНОВАГИ, БІФУРКАЦІЙНЕ ВИПИНАННЯ.

ABSTRACT

Shlyun N.V. Bifurcational buckling of drill strings in curvilinear bore-hole. Visnyk National Transport University. Series «Technical sciences». Scientific and Technical Collection. – Kyiv: National Transport University, 2017. – Issue 1 (37).

In the paper, the problem on equilibrium stability loss and bifurcational buckling of drill strings in curvilinear bore-holes is stated. The most effective methods of the theory of equilibrium stability and bifurcation for the problem solution are discussed. The drill string is considered as an elastic rectilinear rod lying on the bottom of a curvilinear channel, the linearized equation of its bending is constructed. Through the use of this equation, the critical values of the external loads and modes of the bifurcation solutions determining the DS stability loss are found.

The research aim to study the effect of the stability loss and bifurcational buckling of the drill strings.

The method of analysis. The drill string is considered as long elastic tube rod. Mathematical model of the rod quasistatic mechanical behavior in the case of its friction interaction with the bore-hole wall is constructed in the form of singularly perturbed differential equations of a long string with the use of elastic statement. To analyse the drill string buckling, the methods of the theory of equilibrium stability and bifurcations are used.

The results of the article can be inculcated in technologies of deep bore-hole drilling.

Forecast assumptions about the object of study − the search of optimal regimes of drilling.

KEYWORDS: DRILL STRING, INCLINED BORE-HOLE, BIFURCATION BUCKLING.

РЕФЕРАТ

Шлюнь Н.В. Бифуркационное выпучивание бурильных колонн в криволинейных скважинах / Н.В. Шлюнь // Вестник Национального транспортного университета. Серия «Технические науки». Научно-технический сборник. – К. : НТУ, 2017. – Вып. 1 (37).

В работе исследуется задача о потере устойчивости равновесия и бифуркационном выпучивание БК в криволинейных скважинах. Рассматриваются наиболее действенные методы теории устойчивости равновесия и бифуркаций для преодоления данной проблемы. БК отождествляется с упругим прямолинейным стержнем лежащим на дне криволинейного канала, построено линеаризованное уравнение ее изгиба. Исследуя данное уравнение находятся критические значения нагрузки и формы бифуркационного решения которые определяют потерю устойчивости БК.

Объект исследования − бурильные колонны в каналах наклонных скважин.

Цель работы − исследовать эффект потери устойчивости и бифуркационного выпучивания БК.

Методы исследования − бурильная колонна отождествлялась со сверхдлинным трубчатым стержнем. Математическая модель квазистатического поведения бурильной колонны при ее фрикционном взаимодействии со стенкой скважины строилась в виде сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений движения вращающегося сверхдлинного стержня в упругой постановке. Для анализа выпучивания бурильной колонны используются методы теории устойчивости равновесия и бифуркаций

Результаты статьи могут быть внедрены в технологии бурения глубоких скважин.

Прогнозные предположения о развитии объекта исследования − поиск оптимальных режимов бурения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: БУРИЛЬНАЯ КОЛОННА, КРИВОЛИНЕЙНАЯ СКВАЖИНА, УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ, БИФУРКАЦИОННОЕ ВІПУЧИВАНИЕ.

АВТОР:

Шлюнь Н.В., асистент, Національний транспортний університет, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, тел. +380675936346, Україна, 01010, м. Київ, вул. Кіквідзе, 42, к. 511.

AUTHOR:

Shlyun N. V., asistent, National Transport University, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, tel. +380675936346, Ukraine, 01010, Kyiv, Kikvidze str., 42, of. 511

АВТОР:

Шлюнь Н.В., асистент, Национальный транспортный университет, e-mail: nataliyashlyun@gmail.com, тел. +380675936346, Украина, 01010, г. Киев, ул. Киквидзе, 42, к. 511.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гайдайчук В.В., доктор технічних наук, професор, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

Лоза І.А., доктор фізико-математичнгих наук, професор, Національний транспортний університет, завідувач кафедри теоретичної механіки, Київ, Україна.

REVIEWERS:

Gaidaichuk V.V., Ph.D., Engineering (Dr.), professor, Kyiv National University of Structures and Architecture, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.

Loza I.A., Ph.D., Physics and Mathematics (Dr), professor, National Transport University, Head of Department of Theoretical Mechanics, Kyiv, Ukraine.