

Сівак В. М., к.т.н., доцент, Россінський Р. М., старший викладач
(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ РОБОТИ ОЧИСНИХ СПОРУД У ВИРОБНИЧИХ УМОВАХ

Розглядається статистичний аналіз режимів роботи очисних споруд.

Ключові слова: очищення води, статистичний аналіз, побудова гістограми, апроксимація гістограм, дисперсія.

Вступ. Аналіз зарубіжного і вітчизняного досвіду експлуатації очисних споруд для очищення стічних вод свідчить про те, що в багатьох випадках спостерігається нестабільність їх роботи, незважаючи на те що проектні рішення були виконанні з використанням сучасних методологій і методик. Отже, можна зробити висновок, що існує неадекватність роботи очисних споруд у виробничих умовах і прогнозних оцінок їх роботи виконаних на основі існуючої методології та методик проектування та розрахунку.

Для виявлення реальної картини роботи очисних споруд важливим елементом є дослідження їх роботи в реальних умовах.

Для здійснення такого дослідження основним інформаційним ресурсом можуть бути звіти про роботу очисних споруд, які зафіксовані в спеціальних журналах з їх експлуатації.

Постановка задачі. Ефективним методом аналізу статистичної інформації про роботу очисних споруд є використання методів математичної статистики теорії імовірності.

В даній статті використані апробовані в різноманітних галузях знань статистичні методи: побудова гістограм, інтерпретація цих гістограм кривими розподілу змінних величин. В статті розглянуті повні характеристики стічних вод на вході і на виході очисних споруд міст Рівного і Хмельницького.

Аналіз отриманих результатів. Статистичний аналіз будемо проводити по концентраціях забруднень, що надходять на аеротенк, тобто маємо справу з випадковими величинами, оскільки концентрації забруднень у стічних водах, що надходять на очистку, є досить мінливими і коливаються в значних діапазонах. Задачею статистичного аналізу

є виявлення певної закономірності для подальшої формалізації процесу надходження забруднень із різними концентраціями. Розв'язання даної задачі будемо проводити згідно методики викладеної в [1, 2]. Для цього визначаємо деякі числові характеристики випадкових величин.

Середнє арифметичне значення для випадкових величин визначається за формулою

$$x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad . \quad (1)$$

Математичне сподівання для випадкових величин визначається за формулою

$$m_x = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P_i \quad , \quad (2)$$

де x_i – числове значення i -тої концентрації забруднюючої речовини;

n – загальна кількість отриманих результатів при дослідженні;

P_i – імовірність появи i -тої концентрації забруднюючої речовини, визначається за формулою

$$P_i = \frac{m}{n} \quad , \quad (3)$$

де m – число випадків сприятливих подій.

При використанні формули (3) в даній роботі виникають певні незручності в зв'язку з невеликою вибіркою випадкових величин (концентрацій забруднень). Тому пропонується інша методика для визначення імовірності появи випадкової величини.

Згідно даної методики визначення величини P_i проводиться графічно-математичним методом, тобто будується пряма, початковою і кінцевою точкою якої є відповідно мінімальне і максимальне значення випадкової величини. Дану пряму розбиваємо точками (максимальною з мінімальних значень і мінімальною з максимальних значень) на три відрізки, визначивши таким чином діапазони мінімальних, середніх і максимальних значень.

Приклад визначення P_i по БПК у стічній воді, що надходить на очистку.

Показники концентрацій по БПК

Показники	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Мінімальні	186,5	155,2	186,5	225,5	131,5	225,5	125	125	95	125
Максимальні	32,5	51,5	32,5	49,05	63	49,05	65	65	58	58

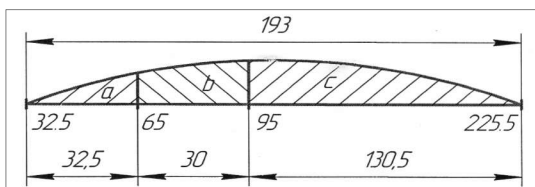


Рис. 1. Графічно-математичний метод визначення величини імовірності:

a – діапазон мінімальних значень, b – діапазон середніх значень; c – діапазон максимальних значень

В даному випадку імовірність попадання випадкової величини в певний діапазон даних може бути:

$$\text{діапазон мінімальних значень } P_i^{\min} = \frac{32,5}{193} = 0,17 ;$$

$$\text{діапазон середніх значень } P_i^{\text{mid}} = \frac{30}{193} = 0,16 ;$$

$$\text{діапазон максимальних значень } P_i^{\text{mid}} = \frac{130,5}{193} = 0,68 .$$

Як видно з розрахунків найбільша імовірність попадання випадкової величини спостерігається для діапазону максимальних значень, але в даній роботі нас буде цікавити діапазон середніх значень, оскільки в розрахунках ми будемо керуватися усередненими значеннями концентрацій забруднюючих речовин. Визначення величини P_i по всіх інших показниках проводиться аналогічним чином.

Дисперсія випадкових величин визначається за формулою

$$D(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2 \cdot P_i . \quad (4)$$

Дисперсія випадкової величини характеризує розсіювання навколо математичного сподівання. На практиці зручніше користуватись не дисперсією, а середнім квадратичним відхиленням, що визначається за формулою

$$y_x = \sqrt{D(X)} . \quad (5)$$

Математично-статистичну обробку даних роботи очисних споруд

по концентраціях забруднень проводимо в табличній формі, табл. 2. (n – номер досліду, значення – x_i , P_i – імовірність, x – середнє арифметичне, m_x – математичне сподівання, $D(X)$ – дисперсія випадкових величин, σ_x – середньо квадратичне відхилення).

Таблиця 2

Математично-статистична обробка даних роботи очисних споруд по концентраціях забруднень

n_i	x_i	P_i	$x = \ln \sum_{i=1}^n x_i$	$m_x = M(X) = \sum x_i \cdot P_i$	$D(X) = \sum (x_i - m_x)^2 P_i$	$y_x = \sqrt{D(X)}$
1	2	3	4	5	6	7
ХПК (вхід)						
1	189,5	0,39	152,035	73,91	5210,81	72,19
2	165,8	0,39		64,66	3989,43	63,16
3	176,15	0,39		68,7	4502,75	67,1
4	153	0,39		59,67	3397,09	58,28
5	163,4	0,39		63,73	3874,3	62,24
6	158,2	0,39		61,7	3631,78	60,26
7	123,2	0,39		48,05	2202,53	46,93
8	124,5	0,39		48,56	2249,08	47,42
9	136,2	0,39		53,12	2691,89	51,88
10	130,4	0,39		50,86	2467,38	49,67
<i>Середнє</i>		<i>0,39</i>		<i>59,296</i>	<i>3421,704</i>	<i>57,913</i>
ХПК (вихід)						
1	36,72	0,3	39,642	11,02	198,15	14,08
2	33,15	0,3		9,95	161,47	12,71
3	33,6	0,3		10,08	165,96	12,88
4	32,8	0,3		9,84	158,15	12,58
5	30,35	0,3		9,11	135,34	11,63
6	31,5	0,3		9,45	145,86	12,08
7	54,7	0,3		16,41	439,84	20,97
8	47,5	0,3		14,25	331,67	18,21
9	48,3	0,3		14,49	342,93	18,52
10	47,8	0,3		14,34	335,87	18,33
<i>Середнє</i>		<i>0,3</i>		<i>11,894</i>	<i>241,524</i>	<i>15,199</i>
БПК (вхід)						
1	85,3	0,16	94,56	13,65	821,4	28,66
2	98,9	0,16		15,82	1104,37	33,23
3	92,1	0,16		14,74	957,53	30,94
4	98	0,16		15,68	1084,25	32,93
5	90,2	0,16		14,43	918,57	30,31
6	94,1	0,16		15,06	999,57	31,62

Вісник Національного університету водного господарства та природокористування

продовження табл. 2

1	2	3	4	5	6	7
7	108,3	0,16		17,33	1324,09	36,39
8	96,7	0,16		15,47	1055,73	32,49
9	89	0,16		14,24	894,25	29,9
10	93	0,16		14,88	976,44	31,25
<i>Середнє</i>		0,16		15,13	1013,62	31,772
БПК (вихід)						
1	11,35	0,33	9,772	3,75	19,06	4,37
2	17,1	0,33		5,64	43,34	6,58
3	11,35	0,33		3,75	19,06	4,37
4	12,75	0,33		4,21	24,07	4,91
5	9,83	0,33		3,24	14,33	3,79
6	11,29	0,33		3,73	18,86	4,34
7	5,5	0,33		1,82	4,47	2,11
8	5,5	0,33		1,82	4,47	2,11
9	6,6	0,33		2,18	6,45	2,54
10	6,45	0,33		2,13	6,16	2,48
<i>Середнє</i>		0,33		3,227	16,027	3,76
Азот амонійний (вхід)						
1	112,1	0,22	50,75	24,66	1682,07	41,01
2	46,7	0,22		10,27	291,97	17,09
3	112,1	0,22		24,66	1682,07	41,01
4	33,5	0,22		7,37	150,21	12,26
5	32,2	0,22		7,08	138,82	11,78
6	33,5	0,22		7,37	150,21	12,26
7	36,7	0,22		8,07	180,33	13,43
8	33,9	0,22		7,46	153,8	12,4
9	32,9	0,22		7,24	144,86	12,04
10	33,9	0,22		7,46	153,8	12,4
<i>Середнє</i>		0,22		11,164	472,814	18,568
Азот амонійний (вихід)						
1	0,97	0,22	0,416	0,21	0,127	0,36
2	0,97	0,22		0,21	0,127	0,36
3	0,97	0,22		0,21	0,127	0,36
4	0,403	0,22		0,09	0,022	0,15
5	0,126	0,22		0,03	0,002	0,04
6	0,126	0,22		0,03	0,002	0,04

продовження табл. 2

1	2	3	4	5	6	7
7	0,2	0,22		0,04	0,006	0,08
8	0,065	0,22		0,01	0,001	0,03
9	0,2	0,22		0,04	0,006	0,08
10	0,13	0,22		0,03	0,002	0,04
<i>Середнє</i>		0,22		0,09	0,0422	0,154
Залізо (вхід)						
1	0,595	0,1	0,844	0,06	0,03	0,17
2	0,655	0,1		0,07	0,03	0,17
3	0,63	0,1		0,06	0,032	0,18
4	1,01	0,1		0,1	0,083	0,29
5	1,54	0,1		0,154	0,192	0,438
6	1,275	0,1		0,13	0,131	0,36
7	0,54	0,1		0,05	0,024	0,15
8	0,67	0,1		0,07	0,036	0,19
9	0,79	0,1		0,08	0,05	0,22
10	0,73	0,1		0,073	0,043	0,207
<i>Середнє</i>		0,1	0,085	0,07	0,238	
Залізо (вихід)						
1	0,1	0,24	0,225	0,02	0,002	0,04
2	0,1	0,24		0,02	0,002	0,04
3	0,1	0,24		0,02	0,002	0,04
4	0,245	0,24		0,06	0,008	0,09
5	0,235	0,24		0,056	0,008	0,089
6	0,319	0,24		0,08	0,014	0,12
7	0,3	0,24		0,07	0,013	0,11
8	0,27	0,24		0,06	0,011	0,1
9	0,3	0,24		0,07	0,013	0,11
10	0,285	0,24		0,068	0,011	0,105
<i>Середнє</i>		0,24	0,0524	0,01	0,084	

Гістограми по концентраціях забруднюючих речовин. Гістограма – це графічне зображення експериментальних даних в певній системі координат. Згідно отриманих експериментальних даних, а також даних статистичного аналізу були побудовані гістограми по концентраціях окремих забруднюючих речовин.

Після побудови гістограм, проводимо апроксимацію стосовно отриманих результатів. Для апроксимаційної кривої отримуємо рівняння і величину коефіцієнта кореляції (R_2), тобто величину достовір-

ності апроксимації. Зрозуміло, що чим більше значення R_2 , тим вищий степінь рівняння, що описує апроксимаційну криву, і тим самим дане графічне зображення більш наглядно показує наближеність або ж відхилення експериментальної кривої відносно графіку щільності нормального закону розподілу.

В свою чергу розв'язання рівнянь високого степеня значно ускладнене порівняно з рівняннями низького степеня. Так, наприклад, при побудові апроксимаційної поліноміальної кривої можливий варіант вибору степеня апроксимації: 2, 3, 4, 5, 6. Степінь апроксимації приймається дослідником, який може об'єктивно оцінити свої ресурси і можливості, а також точність, яка необхідна при дослідженні. Для прикладу розглянемо побудову апроксимаційних кривих, що описують коливання концентрацій амонійного азоту у стічній воді, що надходить на очисні споруди.

Розглянувши апроксимаційні криві (рис. 2 – рис. 6) можна зробити висновок про актуальність раніше написаного. Оскільки нас цікавить більш глибокий рівень досліджень, для майбутнього прогнозування і певного узагальнення досліджень, передбачаємо побудову апроксимаційних кривих 6-го порядку, незважаючи на складність подальших розрахунків.

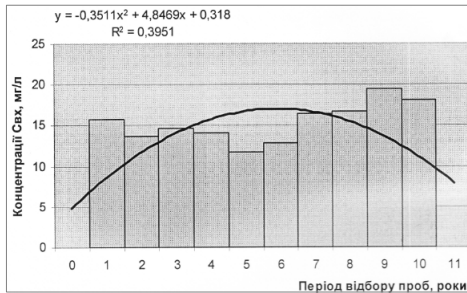


Рис. 2. Апроксимаційна крива 2-го порядку

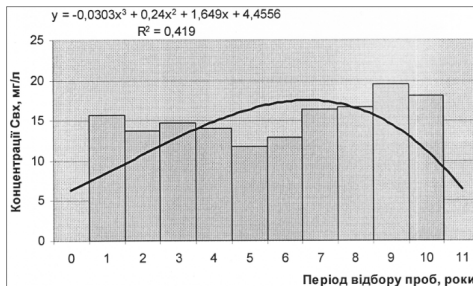


Рис. 3. Апроксимаційна крива 3-го порядку

Розглянемо варіанти, для різних забруднюючих речовин стічної води, що надходять на очисні споруди, відповідно до експериментальних даних.

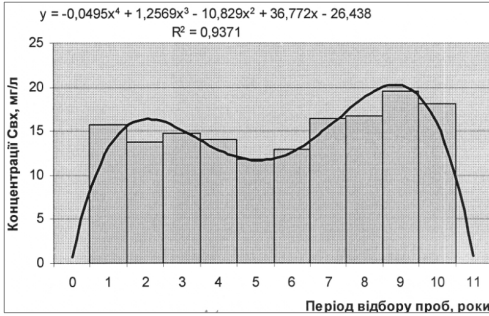


Рис. 4. Апроксимаційна крива 4-го порядку

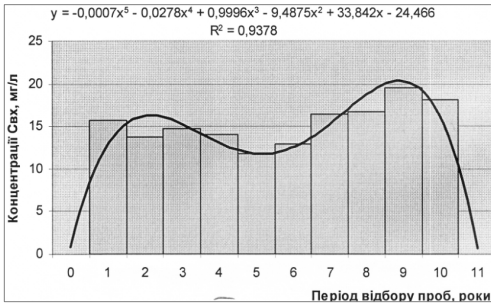


Рис. 5. Апроксимаційна крива 5-го порядку

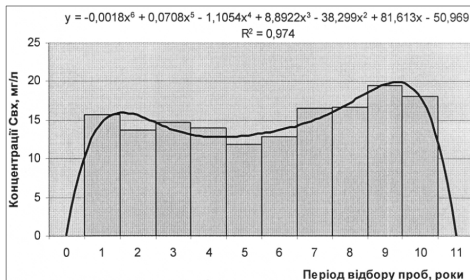


Рис. 6. Апроксимаційна крива 6-го порядку

Рівняння апроксимації має вигляд (азот амонійний):
 - для концентрації $C_{вх}$:

$$y = -0,0018x^6 + 0,0708x^5 - 1,1054x^4 + 8,8922x^3 - 38,299x^2 + 81,613x - 50,969;$$

- для концентрації $C_{\text{ВНХ}}$:

$$y = 0,00005x^6 - 0,0003x^5 - 0,0032x^4 + 0,1152x^3 - 0,9969x^2 + 3,1803x - 2,2931.$$

Рівняння апроксимації має вигляд (азот нітритний):

- для концентрації $C_{\text{ВХ}}$:

$$y = 0,00005x^6 - 0,0005x^5 + 0,0063x^4 - 0,0344x^3 + 0,0515x^2 + 0,14x - 0,166;$$

- для концентрації $C_{\text{ВНХ}}$:

$$y = -0,00005x^6 + 0,0004x^5 - 0,0056x^4 + 0,0409x^3 - 0,1567x^2 + 0,3108x - 0,189.$$

Рівняння апроксимації має вигляд (азот нітратний):

- для концентрації $C_{\text{ВХ}}$:

$$y = 0,00005x^6 - 0,0024x^5 + 0,0425x^4 - 0,3315x^3 + 1,1048x^2 - 0,9782x + 0,1116;$$

- для концентрації $C_{\text{ВНХ}}$:

$$y = -0,0015x^6 + 0,0553x^5 - 0,8177x^4 + 6,065x^3 - 23,695x^2 + 47,032x - 28,48.$$

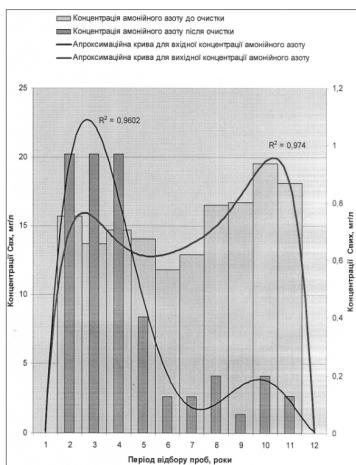


Рис. 7. Азот амонійний

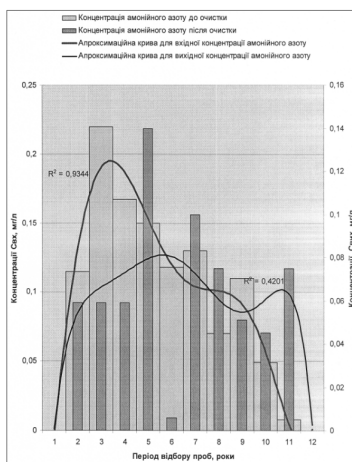


Рис. 8. Азот нітритний

Рівняння апроксимації має вигляд (завісі):

- для концентрації $C_{\text{ВХ}}$:

$$y = -0,0529x^6 + 2,065x^5 - 31,621x^4 + 240,95x^3 - 957,65x^2 + 1867,7x + 1118,7;$$

- для концентрації $C_{\text{вих}}$:

$$y = -0,0023x^6 + 0,1008x^5 - 1,7556x^4 + 15,394x^3 - 69,553x^2 + 145,58x - 90,075.$$

Рівняння апроксимації має вигляд (фосфати):

- для концентрації $C_{\text{вх}}$:

$$y = -0,0006x^6 + 0,0235x^5 - 0,3653x^4 + 3,0792x^3 - 14,571x^2 + 35,356x - 23,526;$$

- для концентрації $C_{\text{вих}}$:

$$y = -0,0005x^6 + 0,0213x^5 - 0,3457x^4 + 2,9772x^3 - 14,139x^2 + 33,91x - 22,588.$$

Рівняння апроксимації має вигляд (залізо):

- для концентрації $C_{\text{вх}}$:

$$y = -0,0003x^6 + 0,011x^5 - 0,160x^4 + 1,1302x^3 - 3,9855x^2 + 6,7283x - 3,7189;$$

- для концентрації $C_{\text{вих}}$:

$$y = -0,00005x^6 + 0,0019x^5 - 0,0273x^4 + 0,194x^3 - 0,694x^2 + 1,1751x - 0,6503.$$

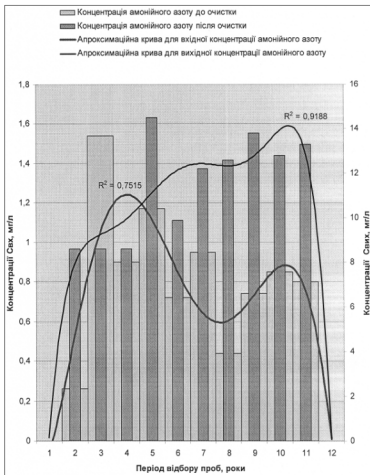


Рис. 9. Азот нітратний

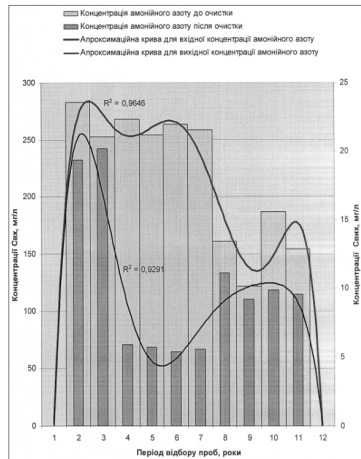


Рис. 10. Зависі

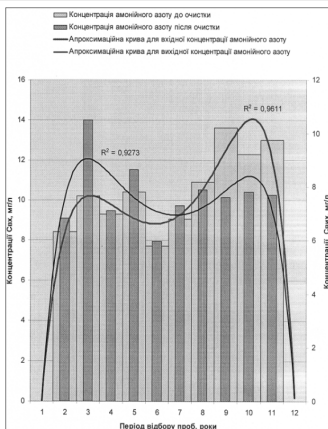


Рис. 11. Фосфати

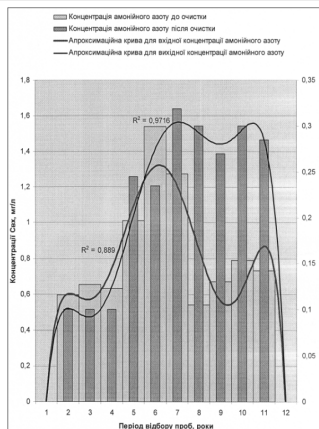


Рис. 12. Залізо

Висновки. Аналіз роботи очисних споруд свідчить про те, що за основними характеристиками стічних вод розподіл їх не підпорядковується нормальному закону розподілу Гауса.

1. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера / В. П. Сигорский. – К. : Техника, 1975. –766 с. 2. Пустыльник Е. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений / Е. И. Пустыльник. – М. : Наука, 1968. – 326 с.

Рецензент: д.т.н., професор Власюк А. П. (НУВГП)