

УДК 532:627.223.3

Поплавський Д. М., аспірант (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## **ВИБІР МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ БІЛЯКРИТИЧНИХ ТЕЧІЙ**

**Показано, що при певних режимах роботи гідротехнічних та гідроенергетичних об'єктів можливе виникнення білякритичних течій. Наведено методи розрахунків параметрів потоку, що знаходиться в білякритичному стані (хвилястий гідравлічний стрибок, гідродинамічний солітон, кноїдальні хвилі та потік на гребені водозливної греблі). Подається аналіз методів та співставлень результати з даними отриманими іншими дослідниками.**

**Ключові слова:** білякритичні течії, водозливна гребля, математичний метод, негідростатичний розподіл.

**1. Вступ.** Білякритичні течії за наявності відповідних умов можуть виникати в нижніх б'єфах низьконапірних ГЕС водозливних гребель, відкритих регуляторів, водоскидів і гідроелектростанцій, на водозливі з широким порогом, при витіканні із-під затворів різних типів (плоских, плоских з обтікачами, сегментних, секторних, вальцевих, коробчастих і ін.), в межах мостів і безнапірних дорожніх труб, на виході напірного потоку з тунелів, трубчастих водопропускних споруд і донних отворів, на початкових ділянках швидкотоків, в каналах, безнапірних тунелях і водоводах, при обтіканні донних перепон, звуження і розширення потоків в плані, при пуску або зупинці агрегатів насосних станцій та гідроелектростанцій, а також в інших випадках [1].

Проблема встановлення умов існування різних типів білякритичних течій та врахування їх особливостей при проектуванні та експлуатації гідротехнічних споруд є актуальною з наукової та практичної точок зору, оскільки для різних типів явищ характерні свої специфічні закономірності, а від їх основних характеристик багато в чому залежать розміри і конструкція споруд. Так, наприклад, максимальна глибина явищ з хвилеподібною поверхнею визначає відмітки бровок відвідного русла і низу прольотної будови мостів, а також висоту закритих водоводів і момент переходу в них від безнапірного режиму до напірного.

**2. Аналіз останніх досліджень.** Експериментальні і теоретичні дослідження безнапірних потоків рідини виявляють існування особливого класу білякритичних течій, які якісно відрізняються від звичайних

спокійних і бурхливих потоків з плавно - та повільно змінним рухом.

Диференціальні рівняння Кортвега-де Фріса, Серра, Смылова профілю вільної поверхні таких течій та отримані розв'язки цих рівнянь в явному вигляді не розкривають усі характеристики потоку в початковому перерізі розглядуваних явищ. Проведеними дослідженнями було встановлено, що для однозначного описування білякритичних течій в додаток до числа Фруда в їхньому початковому перерізі необхідно враховувати ще й ступінь викривлення елементарних струминок у вертикальній площині в тому самому перерізі потоку. Характерною особливістю згаданих диференціальних рівнянь та їхніх розв'язків є те, що в них у явному вигляді враховано можливе викривлення елементарних струминок у вертикальній площині в початковому перерізі розглядуваних явищ [2].

**3. Методика досліджень.** Засновуються на ряді математичних методів розрахунку параметрів хвилеподібних білякритичних течій, які в явному вигляді враховує наявність можливого нахилу і кривизни елементарних струминок у початковому перерізі розглядуваних течій (хвилястий гідравлічний стрибок, гідродинамічний солітон, кноїдальні хвилі та потік на гребені водозливної греблі). До таких методів відносять емпіричний метод розрахунку гідравлічного стрибка, що базується на диференціальному рівнянні Буссінеска, кноїдальна теорія хвиль на воді, ітераційний метод розрахунок параметрів потоку над гребенем водозливу.

**4. Постановка завдання.** Метою роботи є розгляд існуючих методів, використовуваних для розрахунків параметрів білякритичних режимів; встановлення їх меж застосування; аналіз співставлення отриманих результатів з даними інших науковців.

## **5. Результати досліджень**

### **5.1. Емпіричний метод розрахунку гідравлічного стрибка, що базується на диференціальному рівнянні Буссінеска**

Сучасні методики побудови профілю вільної поверхні хвилястого стрибка засновується на математичній моделі, яка зображує вказані явища у вигляді сукупності самотньої і кноїдальної хвиль в спокійному потоці. Запропонований алгоритм розрахунку дозволяє знайти ряд характеристик потоку при хвилястому стрибку (енергію, критичну глибину, розподіл швидкості, епюру тиску, амплітуду та довжину хвилі) і базується на розв'язку рівнянь енергії та моменту Буссінеска [3] записане у вигляді :

$$\left. \begin{aligned} \frac{E}{h} &= \cos \varphi + \frac{U^2}{2gh} \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon_0}{K+2} - \frac{\varepsilon_1}{3} \right) + O(\varepsilon^2), \\ \frac{M}{h^2} &= \frac{\cos \varphi}{2} + \frac{U^2}{gh} \left( 1 + 2 \frac{\varepsilon_0}{K+2} - \frac{\varepsilon_1}{3} \right) + O(\varepsilon^2), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де  $\varphi$  – кут нахилу дна русла відносно горизонту;  $U$  – усереднена швидкість потоку в перерізі;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $h$  – глибина потоку в розглядуваному перерізі;  $\varepsilon_0$  – величина, що характеризує за нахил дна русла;  $\varepsilon_1$  – величина, що описує за кривизну потоку;  $K$  – параметр Фавера [4].

Оскільки деякі характеристики хвилястого гідравлічного стрибка не є сталими по всій глибині потоку, а лише в окремо взятій 2D області моделі, це проявляється із-за характерної особливості хвилястого стрибка та дозволяє зрозуміти даний важливу особливість такого потоку – зв'язок глибини, амплітуди, хвильового руху з балансом енергії (або моменту) потоку. Представлена методика розрахунку являє собою систему рівнянь (1) записаних для різних перерізів потоку при умові, що значення енергії в будь-якому перерізі є величина стала  $E = const$  (або  $M = const$ ).

**На основі рівняння Буссінеска Монте та Шансон[3] запропонували ряд залежностей за допомогою яких можна знайти ряд характеристик потоку:**

- розглядаючи розподіл швидкості потоку потрібно зауважити, що розподіл швидкості на I-ому гребені та I-ій западині є неоднаковими.

$$\bar{u} = \frac{u}{U} = (1+N)\eta^N \left[ 1 - \frac{\varepsilon_0}{K+1} \left( \frac{1+N}{K+2+N} - \eta^{K+1} \right) - \frac{\varepsilon_1}{2} \left( \frac{1+N}{3+N} + \eta^2 \right) \right] + O(\varepsilon^2). \quad (2)$$

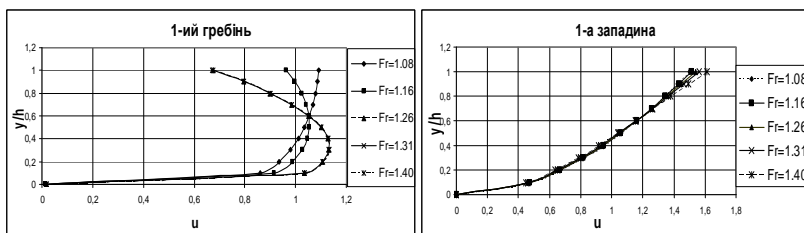


Рис. 1-2. Розподіл швидкості на I-ому гребеню та I-ій западині

- при розгляді епюри тиску необхідно відмітити, що для хвилястого гідравлічного стрибка при числах Фруда більше одиниці неприяманний класичний гідростатичний розподіл тиску в перерізах потоку.

$$\bar{p} = \frac{P}{gh} = \cos\varphi(1-\eta) + \frac{\varepsilon_0(1+N)^2}{K+2N+1} \frac{U^2}{gh} (1-\eta)^{K+2N+1} + O(\varepsilon^2). \quad (3)$$

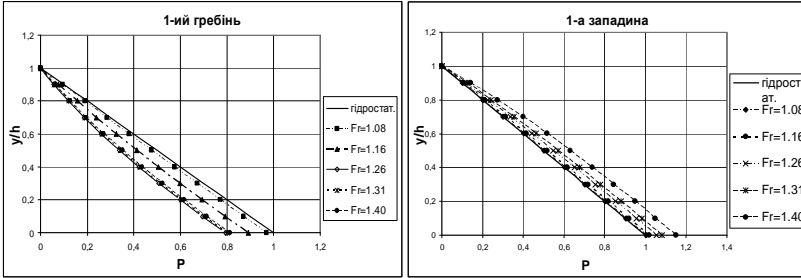


Рис. 3-4. Епюри тиску в перерізі, на I-ому гребеню та I-ій западині

## 5.2. Кноїдальна теорія хвиль на воді

Кноїдальна теорія хвиль на воді дозволяє розрахувати параметри кноїдальних хвиль та, при певних значеннях потоку в початковому перерізі, гідродинамічний солітон. Метод засновується на теорії Стокса [4], що ґрунтується на припущенні, що хвилі не дуже круті і як найкраще підходить для хвиль в глибокій воді, та апроксимаційному методі Фур'є, що з високою точністю чисельно вирішує проблему, але при цьому вимагає обчислювати складні матричні методи. Фентон [6] запропонував ряд нових спрощень, що чисельно спростило метод і при цьому зберігло точність.

Розрахунковою схемою (рис. 5) є хвиля с нерухомою системою відліку \$(x,y)\$, \$x\$ – вісь в напрямку поширення хвилі та \$y\$ – вертикально вгору з початком на плоскому дні. Хвиля рухаються в напрямку \$x\$ зі швидкістю \$c\$ відносно цього моменту часу. Саме цей момент часу (кадр) може бути застосований при інженерно-геофізичних роботах.

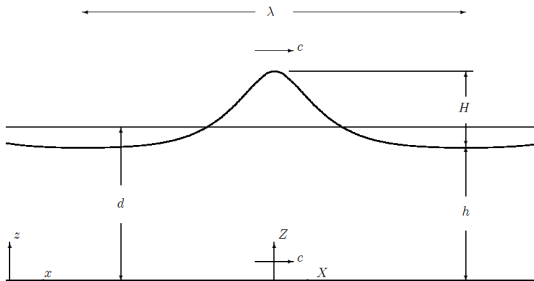


Рис. 5. Розрахункова схема кноїдальної теорії

На основі вказаного методу можна побудувати розподіл швидкості (рис. 6) за залежністю, яку запишемо в загальному вигляді:

$$\frac{\bar{U}}{\sqrt{gh}} = -1 + \sum_{i=1}^5 \delta^i \sum_{j=0}^{i-1} \left(\frac{Y}{h}\right)^{2j} \sum_{k=0}^i cn^{2k}(\cdot) \Phi_{ijk}, \quad (4)$$

де кожен коефіцієнт  $\Phi_{ijk}$  є многочлен ступеня  $i$  в параметрі  $m$ ,  $\delta$  – кількість використовуваних у серії компонент швидкості.

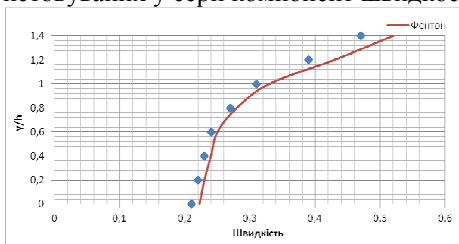


Рис. 6. Розподіл швидкості на гребені хвилі

### 5.3. Ітераційний метод розрахунків параметрів потоку над гребнем водозливу

При розгляді потенціального плоского потоку над водозливом практичного профілю з круговим обрисом оголовку О. Кастро-Оргаз, Х. Жіральдес та Х. Айюзо [7] використовують наступне розширене рівняння Бернуллі:

$$H^* = z + h + \frac{q^2}{2gh^2} \exp\left(\frac{2hh'' - h'^2}{3} + hz'' - h'z' - z'^2\right), \quad (5)$$

де  $q$  – питома витрата, м<sup>2</sup>/с;  $g$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>;  $z'$ ,  $z''$  – відповідно перша і друга похідна функції  $z(x)$ ;  $h'$ ,  $h''$  – відповідно перша і друга похідна функції  $h(x)$ ;  $z(x)$  та  $h(x)$  – функції, що описують профіль вільної поверхні та дна відповідно.

У запропонованій моделі критичний крок в розрахунках – це оцінка членів рівняння, які зв'язані з кривизною і нахилом елементарних струменюк, що впливає з умови рівності числа Фруда одиниці ( $Fr=1$ ). Головною перевагою одномірного принципу критичного потоку – це те, що унікальні залежності напору та витрати отримані без посилання на більш складні двовимірні розрахунки. Якщо необхідно виконати двовимірний розрахунок для оцінки одномірних корекційних коефіцієнтів, то простота одновимірного методу явно втрачається [8]. За альтернативу, можна використовувати експериментальні данні. Дана теорія була застосована до модельованого потоку над профілями гребня водозливної греблі, що використовується в гідротехніці. Також необ-

хідно зазначити той факт, що дана математична модель може бути розв'язана без будь-яких експериментальних значень, тобто аналітично.

Використана методика розрахунку дозволяє визначити параметри білякритичних течій (критичну та вертикальну глибину, обриси кривої вільної поверхні (рис. 7), розподіл тисків(рис. 8) та швидкостей) на гребені водозливу практичного профілю із заданою конфігурацією.

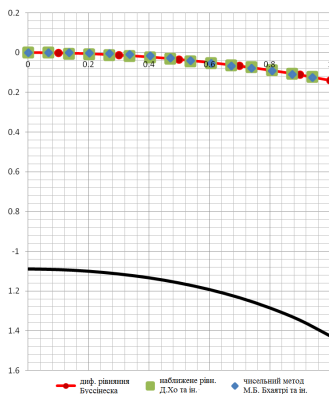


Рис. 7. Крива крива вільної поверхні

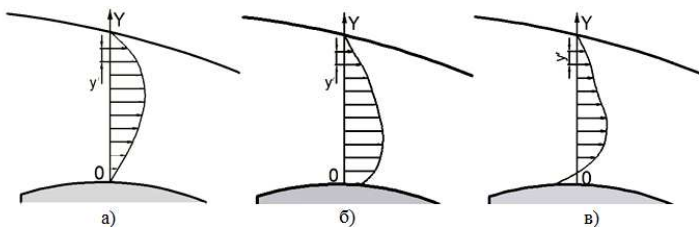


Рис. 8. Епюри тиску на гребені водозливу, для випадків, коли тиск на дні рівний нулю (а), коли тиск на дні більший від нуля (б), коли тиск на дні менший від нуля (в)

Порівняння результатів розрахунків з експериментальними даними дають хорошу збіжність.

### Висновки.

1. В межах гідроенергетичних об'єктів за певних умов утворюються білякритичні гідравлічні режими.

2. Проведеними дослідженнями було встановлено, що для однозначного описування білякритичних течій в додаток до числа Фруда в їхньому початковому перерізі необхідно враховувати ще й ступінь ви-

кривлення елементарних струминок у вертикальній площині в тому самому перерізі потоку.

3. Наведені методи розрахунку дають хорошу збіжність результатів у порівнянні з даними інших математичних та фізичних моделей, що зазначає вірність даних розрахункових алгоритмів.

1. Рябенко О. А. Математична модель хвилеподібних біякритичних течій рідини з урахуванням можливого викривлення потоку у вертикальній площині в їх початковому перерізі. Прикладна гідромеханіка, 2006, – том 8 (80), – С. 60-72.
2. Рябенко О. А. Форми вільної поверхні та умови існування гідродинамічного солітону, самотньої, одиночної та кноїдальної хвиль. Прикладна гідромеханіка, 2007, – том 9 (81), – С. 66-81.
3. Montes J.S. and Chanson H. Characteristics of Undular Hydraulic Jumps: Experiments and Analysis. Journal of Hydraulic Engineering, Februar 1998, – P. 192-205.
4. Fawer C. Etude de Quelques Ecoulements Permanents d Filets Courbes. These. Universite de Lausanne, 1937.
5. Fenton, J. D. A fifth-order Stokes theory for steady waves, J. Waterway Port Coastal and Ocean Engng 111, 1985, – P. 216-234.
6. Fenton, J. D. The Cnoidal Theory of Water Waves, Chapter 2 of Developments in Offshore Engineering, Ed. J.B. Herbich, Gulf: Houston, 1998.
7. O. Castro-Ordaz, J. V. Giraldez and J. L. Ayuso. Critical flow over spillway profiles. Water Management, 2008, 161, – С. 89-95.
8. Chanson H. Minimum specific energy and critical flow conditions in open channels, ASCE Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2006, 132, No. 5, – P. 498-502.

Рецензент: д.т.н., професор Рябенко О. А. (НУВГП)

---

**Poplavskiy D. M., Post-graduate Student** (National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne)

## **SELECTION METHODS OF CALCULATION OF PARAMETERS NEAR-CRITICAL FLOW**

**It is shown that under concrete operating conditions of hydroengineering and hydropower objects initiation of near-critical flows is possible. The methods of flow parameters calculation, which is in a near-critical state (undular hydraulic jump, hydrodynamic soliton, cnoidal waves and flow on the crest of the spillway dam) are given. The analysis of methods and comparison of the results with the data obtained by other researchers are supplied.**

**Keywords: near-critical flow, spillway dam, mathematical method, non-hydrostatic distribution.**

---

**Поплавский Д. Н., аспирант** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

### **ВЫБОР МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ОКОЛОКРИТИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ**

**Показано, что при определенных режимах работы гидротехнических и гидроэнергетических объектов возможно возникновение околочритических течений. Приведены методы расчетов параметров потока, который находится в околочритическом состоянии (волнистый гидравлический прыжок, гидродинамический солитон, кноидальные волны и поток на гребне водосливной плотины). Подается анализ методов и сопоставлений результаты с данными полученными другими исследователями.**

**Ключевые слова:** околочритические течения, водосливная плотина, математический метод, негидростатическое распределение.

---