

МАШИНОЗНАВСТВО

УДК 625.768.5

Кравець С. В., д.т.н., професор, Тхорук Є. І., к.т.н., доцент, Голотюк М. В., асистент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

МОДЕЛЮВАННЯ РАЦІОНАЛЬНОЇ ФОРМИ ЗУБЦІВ ДЛЯ РУЙНУВАННЯ ЛЬОДОВИХ УТВОРЕНЬ НА ДОРОЖНІХ ПОКРИТТЯХ

Проаналізовано теоретичне дослідження впливу геометричних параметрів і форми клиноподібних руйнівних елементів на процес сколювання льоду та поширення лідируючої тріщини в шарі льоду.

Ключові слова: льодове покриття, тріщина, руйнування, зубці, тріщина, розклинювання.

Актуальною є тенденція вибору найбільш раціональних параметрів та форм робочого органу для видалення льодових нанесень з автомобільних доріг та тротуарів, без пошкодження покриття. У більшості випадків це дає можливість значно зменшити енергетичні затрати та збільшити продуктивність і надійність машин [2, 3]. В зв'язку з цим необхідно розглянути питання, які параметри та форму повинен мати робочий орган.

Необхідність якісного очищення покриття в умовах неослабленого адгезійного льоду обумовила використання різного виду механічних пристроїв ударної дії, з клиновими робочими органами. Дослідження силової взаємодії кромки клину з льодом дають можливість визначити їх раціональні форми та геометричні параметри. Одним з перспективних, але ще недостатньо вивчених питань, є дослідження умов утворення в льодові лідируючої тріщини і взаємодія її вершини з шаром змерзання, а також визначення оптимального кута нахилу кромки з метою створення інтенсивності напруження в її вершині, достатнього для руйнування шару змерзання льоду [4, 5].

Визначимо форму поверхні загострення в загальному випадку, якщо задані її габарити. При цьому задані координати точок $O(0;0)$ і $K(s/2, l_3)$ твірної $y(x)$, яка описує проекцію бічної поверхні на ортогональну площину (рис. 1). На безкінечно малий елемент поверхні загострення dF висотою dh і довжиною dl діють елементарні сили: активні

складові dP_p і dQ повного зусилля різання, які направлені відповідно вздовж площини симетрії клиноподібного руйнівного елемента і перпендикулярно до неї; нормальна реакція льоду dN і сили тертя клиноподібного руйнівного елемента по льоду fdN , яка направлена по дотичній площині і під кутом α до осі симетрії поперечного перерізу. Визначимо цільову функцію $y(x)$ методом варіаційного числення [1]. За критерій оптимізації прийнято зусилля розрізання льодового масиву клиноподібним руйнівним елементом P_p .

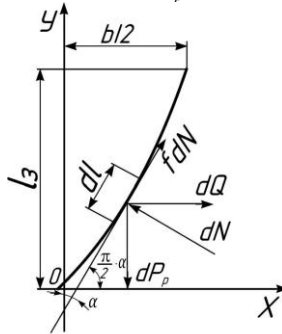


Рис. 1. Схема дії сил на робочу поверхню клиноподібного руйнівного елемента

Розмістимо координатні осі OX і OY , як показано на рис. 1 і спроектуємо на них всі сили:

$$\begin{cases} dQ - dN \cos \alpha + fdN \sin \alpha = 0, \\ -dP_p + dN \sin \alpha + fdN \cos \alpha = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (1) відносно зусилля розрізання dP_p , отримаємо:

$$dP_p = \frac{f + tg \alpha}{1 - ftg \alpha} dQ. \quad (2)$$

Тому що $\frac{dy}{dx} = \dot{y} = tg \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = ctg \alpha = \frac{1}{tg \alpha},$

$$dP_p = \frac{1 + fy}{\dot{y} - f} dQ. \quad (3)$$

Зусилля dQ необхідно визначити через тиск льоду як функцію деформації $q_x(x)$ на робочу поверхню клиноподібного руйнівного елемента, яке діє перпендикулярно до напрямку руху, протилежно вектору зусилля dQ . Відомо, що середнє значення цього тиску практично не

залежить від форми клиновидного штампа і виду цільової функції $y(x)$. Це дає можливість вирішити поставлену задачу оптимізації без знання закону зміни нормального тиску на робочій поверхні клиноподібного руйнівного елемента залежно від цільової функції $y(x)$.

$$dQ = q_x(x)dF = q_x dhdl = q_x dh\sqrt{1 + \dot{y}^2} dx. \quad (4)$$

Рівність (3) з врахуванням виразу (4) має вигляд:

$$dP_y = q_x(x) \frac{1 + fy}{\dot{y} - f} \sqrt{1 + \dot{y}^2} dh dx. \quad (5)$$

Після подвійного інтегрування виразу (5) по висоті шару руйнування h_y і товщині b знайдемо функціонал зусилля розрізання льоду

$$P_p = 2h_y \int_0^{e/2} q_x(x) \frac{1 + fy}{\dot{y} - f} \sqrt{1 + \dot{y}^2} dx. \quad (6)$$

Дослідимо функціонал (6) на екстремум, рівняння Ейлера для якого запишеться у вигляді

$$F_{\dot{y}}(x, \dot{y}) = C_1^*, \quad (7)$$

де F і C_1^* – підінтегральна функція і довільна постійна

$$F = q_x(x) \frac{1 + f\dot{y}}{\dot{y} - f} \sqrt{1 + \dot{y}^2}. \quad (8)$$

Рішення диференціального рівняння (7) для функціоналу (6) для заданих габаритів поперечного перерізу клиноподібного руйнівного елемента ($C_1^* \neq 0$) в замкнутому вигляді неможливе. Тому припустимо, що для невідомої кривої виконується умова $y^2 \gg 1$. Прийняте припущення можливе, якщо $\dot{y} > k$, де k – дійсний корінь кубічного рівняння $f\dot{y}^3 - 2f^2\dot{y}^2 - f\dot{y} - (1 + f^2) = 0$, і дозволяє з достатньою для практики точністю визначити оптимальну геометрію клину для обмежених його габаритів. З врахуванням прийнятого припущення функціонал (6) перепишеться у вигляді

$$P_p = 2h_y \int_0^{e/2} q_x(x) \frac{1 + f\dot{y}}{\dot{y} - f} \dot{y} dx. \quad (9)$$

Дослідимо функціонал (9) на екстремум, рівняння Ейлера для якого має вигляд:

$$F_{\dot{y}}(x, \dot{y}) = f q_x \frac{(\dot{y} - f) - (1 + f^2)}{(\dot{y} - f)^2} = C_1^*. \quad (10)$$

Після інтегрування диференціального рівняння (10) отримаємо загальне рішення для цільової функції:

$$y = fx \pm \sqrt{1 + f^2} \int \sqrt{\frac{q_x}{q_x - C_1}} dx + C_2, \quad (11)$$

де C_1 і C_2 – постійні інтегрування визначаються із граничних умов $y|_{x=0} = 0$ і $y|_{x=l/2} = l_3$.

Вираз (11) визначає екстремальну форму поверхні загострення вертикального клиноподібного руйнівного елемента в загальному вигляді. Ця форма для заданих габаритів поперечного перерізу клиноподібного руйнівного елемента залежить від характеру розподілу тиску вздовж різальних граней. Умова Лежандра для мінімуму функціоналу виконується для $\dot{y} > f$

$$F_{\dot{y}\dot{y}} = 2fq_x \frac{1 + f^2}{(\dot{y} - f)^3} > 0. \quad (12)$$

Функція розподілу тиску льоду на бічних границях поверхні загострення у загальному випадку інтерполюється параболічною залежністю

$$q_x = a_0 + a_1x + a_2x^2, \quad (13)$$

де a_0 , a_1 , a_2 – коефіцієнти інтерполяції, які залежать від фізико-механічних властивостей льоду; x – абсолютна деформація льоду.

Інтегрування виразу (11) з врахуванням закону розподілу тиску (13) проводиться числовими методами. Для пружної моделі льоду ($a_2=0$) можливе загальне рішення у вигляді

$$y = fx \pm \frac{\sqrt{1 + f^2}}{a_1} \left\{ \sqrt{(a_1x + a_0)(a_1x + a_0 - C_1)} + \frac{C_1}{4} \times \right. \\ \left. \times \ln \left| \sqrt{a_1(a_1x + a_0)} + \sqrt{a_1(a_1x + a_0 - C_1)} \right| \right\} + C_2 \quad (14)$$

Постійні інтегрування C_1 і C_2 визначаються із граничних умов $y|_{x=0} = 0$ і $y|_{x=l/2} = l_3$.

На рис. 2 побудовані оптимальні поперечні профілі поверхні загострення вертикального клиноподібного руйнівного елемента для пружної моделі льоду. Профілі побудовані для клиноподібного руйнівного елемента товщиною 0,04 м, довжина загострення яких складає 0,04; 0,05 і 0,06 м. Із рис. 2 випливає, що при заданих габаритах поперечного перерізу вертикального клиноподібного руйнівного елемента, міні-

мальний опір різанню забезпечує не прямолінійний, а криволінійний (опукло-вгнутий) двогранний клин, його форма залежить від довжини загострення і закону розподілу тиску вздовж бічних граней. У частковому випадку, якщо довжина загострення клина не регламентована і дорівнює $l_3 = k \cdot \epsilon / 2$, то оптимальним є прямолінійний клин з кутом загострення $2\alpha = 2\arcsctg k$, який не залежить від закону розподілу тиску. Якщо довжина $l_3 < k \cdot \epsilon / 2$, то оптимальним є опуклий у напрямку руху клин. У протилежному випадку маємо вгнуту форму клина. Побудова екстремальних профілів проводиться за визначеними моделями (11), (13), (14).

Форма ядра ущільнення визначена при умові, що ядро ущільнення є тілом мінімального опору переміщенню, на межі розділення ядра ущільнення і льодового масиву порушена структурна міцність і відсутні його сили зчеплення. При цьому довжина ядра ущільнення в напрямку руху вибирається довільним чином. Розрахункова схема аналогічна, як це показано на рис. 1. Функціонал зусилля руйнування льодового масиву ядром ущільнення має вигляд (6), де ϵ і $h_{\text{я}}$ – відповідно товщина заглиблення і довжина різальної кромки; f – коефіцієнт внутрішнього тертя льоду.

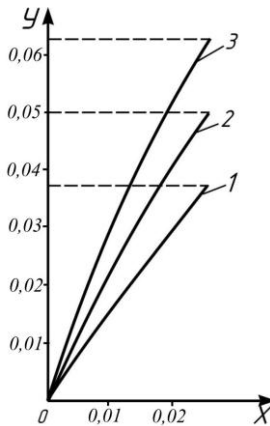


Рис. 2. Оптимальні поперечні профілі загострення клиноподібного руйнівного елемента: $l_3=0,04$ м; $l_3=0,05$ м; $l_3=0,06$ м

Рівняння Ейлера для функціоналу (6) має вигляд:

$$F_{\dot{y}}(x, \dot{y}) = q_x(x) \frac{f\dot{y}^3 - 2f^2\dot{y}^2 - f\ddot{y} - (1 + f^2)}{(\dot{y} - f)^2 \sqrt{1 + \dot{y}^2}} = C, \quad (15)$$

де C – довільна постійна визначається із умови трансверсальності. Довжина ядра l_3 (рис. 1) встановлюється довільно (вільна), а його ширина обмежена товщиною затуплення різальної кромки ϵ .

Тому для будь-яких варіацій δu повинна виконуватися умова трансверсальності для вільного кінця кривої

$$(F - \dot{y}F_{\dot{y}})\delta x|_{x=\epsilon/2} + F_{\dot{y}}\delta y|_{x=\epsilon/2} = 0. \quad (16)$$

У даному випадку $\delta x=0$, а $\delta y \neq 0$, тому умова трансверсальності буде виконана, якщо

$$F_{\dot{y}}|_{x=\epsilon/2} = q_x \left(\frac{\epsilon}{2} \right) \frac{f\dot{y}^3 - 2f^2\dot{y}^2 - f\dot{y} - (1+f^2)}{(\dot{y}-f)^2\sqrt{1+\dot{y}^2}} = C = 0. \quad (17)$$

Таким чином, якщо $q_x(x) \neq 0$ і (по умові задачі; якщо $y = f$, то як це впливає із рівняння (17), $C = \infty$, що суперечить умові трансверсальності), то рівняння (15) переписеться у вигляді

$$f\dot{y}^3 - 2f^2\dot{y}^2 - f\dot{y} - (1+f^2) = 0. \quad (18)$$

Рішення диференціального рівняння (18) визначає проекцію твірної поверхні льодового ядра ущільнення на ортогональну площину. Дійсний корінь кубічного рівняння (18) знайдено за формулою Кардано

$$\dot{y} = \frac{2}{3}f + A(f) + D(f) = \text{ctg } \alpha, \quad (19)$$

де

$$\left. \begin{matrix} A + \\ D - \end{matrix} \right\} = \sqrt[3]{\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f} \pm \sqrt{\left(\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f}\right)^2 - \left(\frac{3 + 4f^2}{9}\right)^3}}.$$

Звідки

$$y = \frac{2}{3}fx + (A + D)x + C_1. \quad (20)$$

Постійна інтегрування визначається із граничної умови $y|_{x=0} = 0$, $C_1 = 0$.

Тому

$$y = \left(\frac{2}{3}f + A + D \right) x. \quad (21)$$

Тоді

$$ctg\alpha = \frac{2}{3}f + \sqrt[3]{\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f}} + \sqrt{\left(\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f}\right)^2 - \left(\frac{3+4f^2}{9}\right)^3} + \sqrt[3]{\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f} - \sqrt{\left(\frac{16f^4 + 45f^2 + 27}{54f}\right)^2 - \left(\frac{3+4f^2}{9}\right)^3}} \quad (22)$$

Для реалізації мінімуму функціоналу (6) повинна задовільнятися умова Лежандра $F_{yy} > 0$. В нашому випадку маємо:

$$F_{yy} = q_x(x) \frac{f(3+2f^2)\dot{y}^3 + 3\dot{y}^2 + 3f^3\dot{y} + 2 + 3f^2}{(\dot{y} - f)^4(1 + \dot{y}^2)^{3/2}} (\dot{y} - f). \quad (23)$$

Тому що $q_x > 0$ і $\dot{y} > 0$, то умова Лежандра буде виконуватися в тому випадку, якщо $\dot{y} - f > 0$, $\dot{y} > f$ або $ctg\alpha = tg(\pi/2 - \alpha) > f$. Має місце слабкий екстремум (мінімум) при виконанні нерівності $\alpha < \pi/2 - arctgf$. В протилежному випадку задача мінімізації втрачає сенс.

Таким чином, ядра ущільнення, які утворюються на затуплених різальних кромках, являють собою трикутні призми з кутом при вершині 2α в нормальному перерізі. Закономірність зміни кута 2α для широкого діапазону льодових умов приведена на рис. 3.

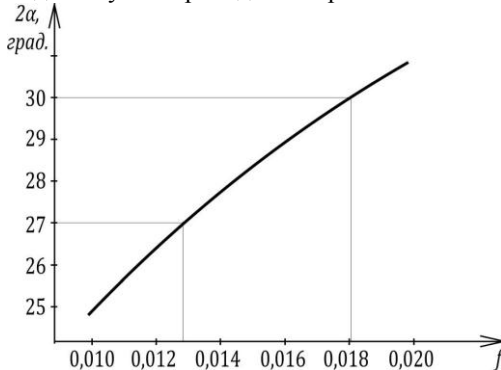


Рис. 3. Залежність оптимального кута ковзання (α) від коефіцієнтів зовнішнього або внутрішнього тертя льоду (f)

На основі аналітичного рішення задачі по визначенню форми льодового ядра можна зробити наступні висновки. В процесі руху в льоді штампів або клиноподібних руйнівних елементів із затупленими

різальними кромками на їх фронтальних (лобових) площинах або поверхнях формуються призматичні ядра ущільнення з кутом при вершині в нормальному перерізі 27° ... 30° . Цей кут визначає умови відносного ковзання льоду по різних матеріалах, які рухаються всередині замкнутого льодового простору з мінімальними енерговитратами, причому оптимальне значення кута ковзання залежить від коефіцієнтів зовнішнього тертя льоду.

Достовірність отриманих аналітичних висновків підтверджена багатьма експериментами по визначенню оптимальних кутів загострення ножів і штампів, а також форми льодових ядер ущільнення.

1. Баладинский В. Л. Динамическое разрушение грунтов / В. Л. Баладинский. – К. : 1971. – 226 с. 2. Баловнев В. И. Дорожно-строительные машины с рабочим органом интенсифицирующего действия / В. И. Баловнев. – М. : Машиностроение, 1981. – 223 с. 3. Кравець С. В. Теорія руйнування робочих середовищ / С. В. Кравець. – Рівне : НУВГП, 2008. – 124 с. 4. Панасюк В. В. Механика разрушения и прочность материалов : справ. пособие: в 4 т. / под общей редакцией В.В. Панасюка. – Киев : Наук. думка, 1988. – 620 с. 5. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения / Г. П. Черепанов. – М. : Наука, 1974. – 640 с.

Рецензент: д.т.н., професор Кованько В. В. (НУВГП)

Kravets S. V., Doctor of Engineering, Professor, Tkhoruk Y. I., Candidate of Engineering, Associate Professor, Holotiuk M. V., Assistant (National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne)

MODELING RATIONAL FORMS OF TEETH FOR ICE FORMATIONS DESTRUCTION ON ROAD SURFACES

Theoretical study of the influence of geometric parameters and form wedge-destructive elements in the process of chipping ice and dissemination leading cracks in the layers of ice.

Keywords: ice coverage, crack, fracture, teeth, cracked, bowing.

Кравец С. В., д.т.н., професор, **Тхорук Е. И.**, к.т.н., доцент,
Голотюк Н. В., асистент (Национальный университет водного
хозяйства и природопользования, г. Ровно)

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНОЙ ФОРМЫ ЗУБЦОВ ДЛЯ РАЗРУШЕНИЯ ЛЕДОВЫХ ОБРАЗОВАНИЙ НА ДОРОЖНЫХ ПОКРЫТИЯХ

Проанализированы теоретическое исследование влияния геометрических параметров и формы клиновидных разрушительных элементов на процесс скальвания льда и распространения лидирующей трещины в слоях льда.

Ключевые слова: ледовое покрытие, трещина, разрушение, зубцы, трещина, расклинивания.