

УДК 624.131:532.546

Кузло М. Т., к.т.н., доцент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ ЗМІЩЕНЬ ПРИЛЕГЛОЇ ТЕРИТОРІЇ НА ГОРБАКІВСЬКОМУ ВОДОЗАБОРІ

**Виконано математичне моделювання напружено-деформованого стану водоносного ґрунтового масиву при роботі водозабірних свердловин. Визначено вертикальні зміщення поверхні землі прилеглої території.**

**Ключові слова:** ґрунтовий масив, вертикальні зміщення, фільтрація.

Зміна гідрогеологічних умов на Землі проходить все більше швидкими темпами. Причиною таких змін є розвиток за останні тисячу років і надмірно посилюючого на початку тисячоліття нового, раніше невідомого геологічного агента. Цим новим геологічним агентом є нерозумна і розумна людська діяльність, а в останні роки Е.М. Сергеев [1] розглядає технічну діяльність людини як крупну геологічну силу, що не тільки міняє обличчя земної поверхні, але і вносить значні зміни у верхню частину земної кори, що за масштабами і наслідками співставлені з геологічними процесами.

Не менш важливою проблемою є встановлення вертикальних зміщень поверхні землі прилеглої території на Горбаківському водозаборі.

Цей водозабір є найпотужнішою ділянкою Рівненського водного родовища, запаси якого становлять 50 тис.  $\text{м}^3/\text{добу}$  [2]. Водозабір експлуатується з 1982 року і на теперішній час складається з 30-ти свердловин. Знаходиться водозабір в 28км східніше м. Рівне, на лівобережжі р. Горинь, на околицях с. Горбаків. Потужність водоносного горизонту становить 35-40 м, з похилим заляганням порід та глибиною розміщення покрівлі 35-50 м. Води експлуатаційного горизонту мають напірний характер. Після 30 років експлуатації динамічні рівні у більшості свердловин знаходяться на глибинах 10-13 м від поверхні землі. Максимальне положення динамічного рівня встановлено на 17,0 м у свердловини № 10, мінімальне – 9,4 м у свердловини № 8. На рис. 1. графічно відтворено гідродинамічну поверхню води при роботі водозабірних свердловин № 8, 10, 13.

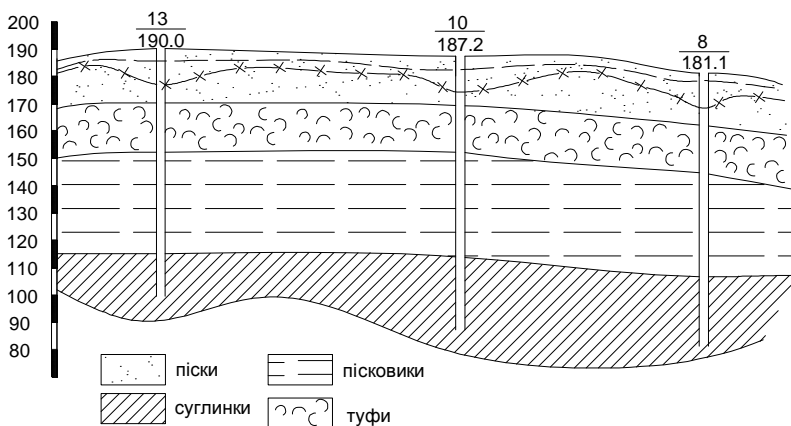


Рис. 1. Гідрогеологічні умови Горбаківського водозабору

В межах окресленої депресії виділяють три локальних депресійних зниження динамічного рівня, що зумовлені інтенсивною роботою свердловин № 8, 10, 13.

Слід зазначити, що динамічна поверхня рівня води є змінною в межах означених контурів. Вона залежно від водовидобутку на окремі свердловини або їх групи може змінювати свою форму у загальних депресійних межах. Крім того, інтенсивне водовидобування може привести до горизонтальних зміщень в ґрунтовому масиві за напрямком руху фільтраційного потоку і відповідних їм, вертикальних зміщень по всій області фільтрації. Все це може призвести до осідання поверхні землі прилеглої території.

**Аналіз останніх досліджень** показав, що питання з визначення вертикальних зміщень поверхні землі прилеглої території при роботі водозабірних свердловин, недостатньо вивчено.

**Метою роботи** є визначення деформацій водоносного ґрунтового масиву при роботі водозабірних свердловин і відповідних їм вертикальних зміщень поверхні землі.

З метою встановлення вертикальних зміщень прилеглої території в роботі виконано математичне моделювання напружено-деформованого стану водоносного ґрунтового масиву навколо водозабірної свердловини № 10 (рис. 2).

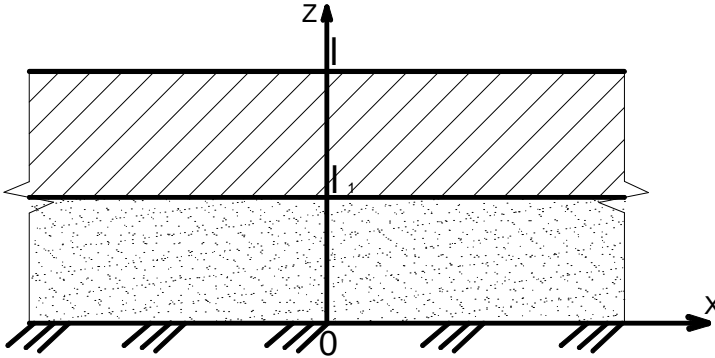


Рис. 2. Розрахункова схема ґрунтового масива

Математична модель задачі у зміщеннях в області  $\Omega = \{(x, z) \mid x \in (0, r), z \in (0, l_1)\}$  описується наступними диференціальними рівняннями [3]

$$\mu \Delta u + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) = \frac{\partial p(x)}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\mu \Delta w + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \gamma_{sb}, \quad (2)$$

при таких крайових умовах

$$u(x, 0) = 0, \quad w(x, 0) = 0, \quad (3)$$

$$u(0, z) = 0, \quad u(r, z) = 0, \quad (4)$$

$$\tau_{xz}(0, z) = 0, \quad \tau_{xz}(r, z) = 0, \quad (5)$$

$$R_x(x, l_1) = 0, \quad R_z(x, l_1) = \gamma_{av}(l_1 - l). \quad (6)$$

де  $x$  – горизонтальна,  $z$  – вертикальна координата;  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\lambda, \mu$  – пружні сталі;  $u(x, z)$  – горизонтальні, а  $w(x, z)$  – вертикальні зміщення;  $p(x)$  – фільтраційний тиск;  $\gamma_{sb}$  – питома вага ґрунту в насиченому стані;  $\tau_{xz}$  – дотичні напруження;  $R_x(x, z), R_z(x, z)$  – горизонтальна та вертикальна складові вектора напружень;  $l_1$  – рівень ґрунтових вод;  $l$  – загальна висота ґрунтового

масиву;  $r$  – радіус впливу свердловини;  $\gamma_{av}$  – середня питома вага ґрунту у верхньому шарі.

Виразимо напруження через зміщення [4]

$$\tau_{xz} = \mu \varepsilon_{xz} = \frac{\mu}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right). \quad (7)$$

Згідно (4),  $u|_{x=0} = u|_{x=r} = 0$ , тому  $\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{x=r} = 0$ , отже, (5)

набуває вигляду

$$\left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=r} = 0. \quad (8)$$

При визначені напружено-деформованого стану будь-яких тіл мають місце формули [3]

$$R_x = \sigma_x n_x + \tau_{xz} n_z, \quad R_z = \tau_{zx} n_x + \sigma_z n_z, \quad (9)$$

де  $n_x, n_z$  – напрямні косинуси вектора нормалі до верхньої межі  $\Omega_1$ , а саме:

$$n_x = -\sin \alpha, \quad n_z = \cos \alpha, \quad \text{де } \alpha = \arctg(l_1'(x)).$$

Врахувавши (9) і виразивши напруження через зміщення, із (6) отримаємо:

$$\left( n_x \left( (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial w}{\partial z} \right) + n_z \frac{\mu}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) \Big|_{z=l_1} = 0, \quad (10)$$

$$\left( n_x \frac{\mu}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + n_z \left( (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) \Big|_{z=l_1} = \gamma_{av} (l_1 - l). \quad (11)$$

Оскільки ми вважаємо поверхню ґрунту горизонтальною, то  $\alpha = 0$ ,  $n_x = 0$ ,  $n_z = 1$ , тому (10), (11) набудуть вигляду

$$\left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big|_{z=l_1} = 0, \quad (12)$$

$$\left( (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big|_{z=l_1} = \gamma_{av} (l_1 - l). \quad (13)$$

Для оцінки впливу фільтрації на деформації від отриманих у результаті розв'язку задачі зміщень необхідно відняти зміщення, знайдені шляхом розв'язку аналогічної задачі лише з тою різницею, що у рівнянні (1)  $\frac{\partial p(x)}{\partial x} = 0$ .

$$(1) \quad \frac{\partial p(x)}{\partial x} = 0.$$

Розглянемо процес фільтрації. Вважатимемо, що фільтрація симетрична у всіх напрямках. Тому кількість води, що проходить через бічну поверхню циліндра, описаного навколо свердловини, стала. Нехай

$Q$  – швидкість викачування води із свердловини ( $[Q] = \frac{M^3}{c}$ ). Тоді

через бічну поверхню концентричного циліндра на відстані  $X$  від свердловини площею  $S(x) = 2\pi x l_1$  за секунду проходить  $Q$   $M^3$  води. Тому лінійна швидкість рідини рівна

$$v(x) = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{2\pi x l_1}. \quad (14)$$

Як бачимо, швидкість фільтрації обернено пропорційна відстані до свердловини. При достатньо великому значенні  $X$  вплив фільтрації на деформації буде несуттєвий. Виходячи з таких міркувань, встановлюємо радіус впливу  $r$ .

Застосувавши закон Бернуллі, отримаємо, що надлишковий тиск від фільтрації рівний

$$p(x) = -\frac{\rho_w v^2}{2} = -\frac{\rho_w Q^2}{2(\pi l_1)^2 x^2}, \quad (15)$$

де  $\rho_w$  – густина води.

Отже, необхідна для розв'язку задачі похідна по тиску рівна

$$\frac{\partial p(x)}{\partial x} = \frac{\rho_w Q^2}{(\pi l_1)^2 x^3}. \quad (16)$$

Для розв'язку задачі (1)-(4),(8),(12),(13) введемо в прямокутній області  $\Omega$  рівномірну різницеву сітку з кроками  $h_1$  по  $x$  та  $h_2$  по  $z$ .

$$x_i = ih_1, i = 0, n_1, \quad z_j = jh_2, j = 0, n_2. \quad (17)$$

Позначимо  $\frac{\partial p(x_i)}{\partial x} = p_i$ . Після дискретизації рівнянь (1), (2) отримаємо:

$$\mu \left( \frac{u_{i-1,j} - 2u_{ij} + u_{i+1,j}}{h_1^2} + \frac{u_{i,j-1} - 2u_{ij} + u_{i,j+1}}{h_2^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{u_{i-1,j} - 2u_{ij} + u_{i+1,j}}{h_1^2} + \frac{w_{i-1,j-1} - w_{i-1,j+1} - w_{i+1,j-1} + w_{i+1,j+1}}{4h_1h_2} \right) = \alpha_i, \quad (18)$$

$$\mu \left( \frac{w_{i-1,j} - 2w_{ij} + w_{i+1,j}}{h_1^2} + \frac{w_{i,j-1} - 2w_{ij} + w_{i,j+1}}{h_2^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{u_{i-1,j-1} - u_{i-1,j+1} - u_{i+1,j-1} + u_{i+1,j+1}}{4h_1h_2} + \frac{w_{i-1,j} - 2w_{ij} + w_{i+1,j}}{h_1^2} \right) = \gamma_{sb}, \quad (19)$$

$i = \overline{1, n_1 - 1}, j = \overline{1, n_2 - 1}$ . Тут  $\alpha = 1$  при розв'язанні основної задачі,  $\alpha = 0$  при знаходженні початкової умови.

Дискретизуючи граничні умови (3), (4), (8), (12), (13), матимемо:

$$u_{i0} = 0, \quad w_{i0} = 0, \quad i = \overline{0, n_1}, \quad (20)$$

$$u_{0j} = 0, \quad u_{n_1,j} = 0, \quad j = \overline{1, n_2}, \quad (21)$$

$$\frac{-3w_{0j} + 4w_{1j} - w_{2j}}{2h_1} = 0, \quad \frac{w_{n_1-2,j} - 4w_{n_1-1,j} + 3w_{n_1,j}}{2h_1} = 0, \quad j = \overline{1, n_2}, \quad (22)$$

$$\frac{u_{i,n_2-2} - 4u_{i,n_2-1} + 3u_{i,n_2}}{2h_2} + \frac{w_{i+1,n_2} - w_{i-1,n_2}}{2h_1} = 0, \quad i = \overline{1, n_1 - 1}, \quad (23)$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{w_{i,n_2-2} - 4w_{i,n_2-1} + 3w_{i,n_2}}{2h_2} + \lambda \frac{u_{i+1,n_2} - u_{i-1,n_2}}{2h_1} = \gamma_{av}(l_1 - l), \quad i = \overline{1, n_1 - 1}. \quad (24)$$

Для покращення швидкості та точності розв'язку отриманої системи лінійних алгебричних рівнянь (СЛАР) рівняння (20), (21) та відповідні нульові зміщення  $u_{i0}, w_{i0}, u_{0j}, u_{n_1,j}$  у систему не включаємо. Розв'язання СЛАР (17)-(19), (22)-(24) із квадратною матрицею розмірності  $2(n_1n_2 - (n_1 + n_2 + 1))$  виконувалося методом Гауса з вибором головного елемента по стовпцю. У результаті отримуємо значення горизонтальних та вертикальних зміщень у кожній точці сітки.

Нижче наведені результати числових розрахунків з визначення вертикальних зміщень прилеглої території навколо водозабірної свердло-

вини № 10 при наступних вхідних даних:  $l_1 = 35\text{м}$ ;  $l = 70\text{м}$ ;

$$Q = 1,5 \cdot 10^3 \frac{\text{М}^3}{\text{добу}}; \quad r = 30\text{м}; \quad \mu = 11500\text{кПа}; \quad \lambda = 17300\text{кПа};$$

$$\rho_w = 1000 \frac{\text{кГ}}{\text{М}^3}; \quad \gamma_{sb} = 11 \frac{\text{кН}}{\text{М}^3}; \quad \gamma_{av} = 20 \frac{\text{кН}}{\text{М}^3}.$$

Результати розрахунку наведені в таблиці.

Таблиця

Значення вертикальних зміщень прилеглої території навколо водозабірної свердловини № 10

x, м	0	1	2	3	4	5	6
w, м	0,0287	0,0260	0,0180	0,0132	0,0092	0,0062	0,0037
x, м	7	8	9	10	11	12	13
w, м	0,0017	0,00011	-0,0012	-0,0024	-0,0034	-0,0043	-0,0051
x, м	14	15	16	17	18	19	20
w, м	-0,0057	-0,0063	-0,0068	-0,0072	-0,0075	-0,0078	-0,0081
x, м	21	22	23	24	25	26	27
w, м	-0,0083	-0,0085	-0,0087	-0,0088	-0,0089	-0,0090	-0,0091
x, м	28	29	30				
w, мм	-0,0091	-0,0091	-0,0091				

Вертикальні зміщення спроектовані на вісь  $Oz$  тому додатні значення означають зміщення вгору, а від'ємні – вниз.

**Висновок.** Отримані результати є цілком природними, оскільки фільтраційний тиск у водоносному шарі ґрунту, що виникає при роботі водозабірних свердловин є невисокий, то і зміщення незначні. Такі незначні вертикальні зміщення не можуть суттєво впливати на стан будівель і споруд, що розміщені на прилеглої території.

1. Сергеев Е. М. Инженерная геология / Е. М. Сергеев. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1978. – 384 с.
2. Хомко В. Є. Досвід автоматизованої роботи Горбаківського водозабору / В. Є. Хомко, І. І. Залевський // Водопостачання та водовідведення. – № 4. – 208. – С. 57-59.
3. Кузло М. Т. Деформації ґрунтових масивів при роботі водозабірних свердловин / М. Т. Кузло // Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне, 2012. – Вип. 24. – С. 456-464.
4. Сергиенко И. В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий, В. С. Дейнека. – К. : Наук. думка, 1991. – 432 с.

Рецензент: д.т.н., професор Хлапук М. М. (НУВГП)

**Kuzlo M. T., Candidate of Engineering, Associate Professor** (National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne)

**MODELLING OF ADJACENT TERRITORY'S VERTICAL DISPLACEMENTS ON HORBAKIV INTAKE**

**Mathematical modeling of strained-deformed water-bearing soil massif during the work of water intake bores has been carried out. Vertical displacement adjacent territory's earth surface has been determined. Keywords: soil massif, vertical displacements, filtration.**

---

**Кузло Н. Т., к.т.н., доцент** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

**МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СМЕЩЕНИЙ ПРИЛЯГАЮЩЕЙ ТЕРИТОРИИ НА ГОРБАКОВСКОМ ВОДОЗАБОРЕ**

**Выполнено математическое моделирование напряженно-деформированного состояния водоносного грунтового массива при работе водозаборных скважин. Определено вертикальные смещения поверхности земли прилегающей территории.**

**Ключевые слова: грунтовый массив, вертикальные смещения, фильтрация.**