

УДК 532:631.62

**Токар Л. О., к.т.н., старший викладач** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## **СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІНЛИВОСТІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ КАНАЛІВ**

**Запропонована математична модель для оцінки імовірнісних меж зміни коефіцієнта закладання укосів каналів і коефіцієнта шорсткості русла каналів.**

**Ключові слова:** модель, канал, укоси, шорсткість.

Проектуючи водопровідну мережу осушувально-зволожувальної системи, неможливо з впевненістю призначити величини таких дуже важливих гідравлічних параметрів як коефіцієнти закладання укосів каналів і коефіцієнт шорсткості русла каналів. Відомо, що ці параметри не є сталими у просторі та часі і отримання їх статистичних величин на основі натурних спостережень пов'язано з великими затратами праці та коштів.

У цьому разі для оцінки гідравлічної працездатності елементів осушувально-зволожувальних систем і систем в цілому можна використати метод статистичного моделювання, який часто називають метод "Монте-Карло".

Суть методу базується на центральній граничній теоремі і нерівності Чебишева, згідно з якою доводиться наступне. Якщо деяка величина  $X$  є сумою великої кількості взаємно незалежних випадкових величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , вплив кожної з яких на всю суму дуже малий, то ця величина має розподіл, який близький до нормального. Це дозволяє використати не будь-які числа, а випадкові числа нормального розподілу [1].

Маючи орієнтовні значення відповідних параметрів та масиви випадкових чисел, обчислюють реалізації досліджуваного параметра. У результаті таких розрахунків детерміністичні величини перетворюються у випадкові.

Використовуючи випадкові числа з нормальним розподілом, будь-яке значення параметра, що використовується можна обчислити за формулою [2]

$$x_i = x_0 ( 1 + z_i x_1 ) , \quad (1)$$

де  $z_i$  – нормоване випадкове число;

$x_0$  – орієнтовне значення досліджуваного параметра;

$x_j = \frac{\sigma_x}{x_0}$  – орієнтовний коефіцієнт варіації параметра;

$\sigma_x$  – орієнтовне значення середнього квадратичного відхилення досліджуваного параметра.

Використовуючи залежність (1) виконано статистичне моделювання коефіцієнтів закладання укосів  $m = 1; 1,5; 2$  та коефіцієнтів шорсткості русла  $n$ .

Початкові значення коефіцієнтів варіації закладання укосів взято на основі нормативних допусків  $\Delta m$  [3] та правила “трьох сигм”:

$$\sigma_x = \frac{1}{3} \Delta x, \quad (2)$$

$$k_m = \frac{\sigma_m}{m} = \frac{1}{3} \frac{\Delta m}{m}. \quad (3)$$

В нормах [4] та довіднику [5] для каналів осушувальних систем коефіцієнти шорсткості русла пропонуються, відповідно, для весняного та літнього сезонів такими  $n=0,025; n=0,033$ .

Для статистичного моделювання взято середнє значення

$$n_c = \frac{1}{2}(n_{min} + n_{max}) = \frac{1}{2}(0,025 + 0,033) = 0,029.$$

Тоді початковий коефіцієнт варіації коефіцієнта шорсткості на основі правила “трьох сигм” (2)

$$k_n = \frac{\sigma_n}{n_c} = \frac{n_{max} - n_{min}}{3n_c}. \quad (4)$$

Оцінки математичних сподівань коефіцієнтів  $m$  і  $n$  та їх середніх квадратичних відхилень визначали за формулами

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i; \quad (5)$$

$$\bar{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, \quad (6)$$

де  $N$  – кількість реалізації параметрів  $m$  або  $n$ , обчислених за формулою (1).

Оцінки довірчих інтервалів математичних сподівань коефіцієнтів  $m$  і  $n$  та математичних сподівань їх середніх квадратичних відхилень визначали за формулами [6]:

$$I_{x,\beta}^- = \left( \bar{x} - \sigma_x^- t_\beta ; \bar{x} + \sigma_x^- t_\beta \right); \quad (7)$$

$$I_{\sigma_x,\beta} = \left( \bar{\sigma}_x \cdot z_1 ; \bar{\sigma}_x \cdot z_2 \right), \quad (8)$$

де

$$\sigma_x^- = \frac{\bar{\sigma}_x}{\sqrt{N}}; \quad (9)$$

$t_\beta = f(\beta)$  – параметр, який дорівнює кількості відхилень  $\sigma_x^-$  від значення  $\bar{x}$  з імовірністю  $\beta$ ;

$N$  – кількість реалізацій випадкової величини  $X$ ;

$z_1; z_2$  – параметри, що дорівнюють:

$$z_1 = \sqrt{\frac{N-1}{\chi_1^2}}; \quad (10)$$

$$z_2 = \sqrt{\frac{N-1}{\chi_2^2}};$$

$$\chi_1^2 = f_1(N-1; P_1); \quad (11)$$

$$\chi_2^2 = f_2(N-1; P_2);$$

$$P_1 = \frac{\alpha}{2};$$

$$P_2 = 1 - \frac{\alpha}{2}; \quad (12)$$

$$\alpha = 1 - \beta.$$

Відносні похибки визначення математичного сподівання, та відносні максимальні похибки обчислення середнього квадратичного відхилення  $\bar{\sigma}_x$  обчислювали за формулами [6]:

$$\delta_x^- = \frac{kt_\beta}{\sqrt{N}}; \quad (13)$$

$$\delta_{\sigma_x}^- = z_2 - 1. \quad (14)$$

Відносна похибка  $\delta_{\sigma_x}^- \gg \delta_x^-$ . Тому для отримання значень  $\bar{\sigma}_x$  з похибкою, яка при імовірності довіри  $\beta=0,90; 0,95$  не перевищує 4...6% для статистичного моделювання брали кількість реалізацій  $N=600$ .

У результаті статистичного моделювання отримали з імовірністю довіри  $\beta=0,90; 0,95$  довірчі інтервали для коефіцієнтів закладання укосів каналу  $m$  та коефіцієнтів шорсткості русла  $n$ .

Аналізуючи значення допусків на глибину та ширину дна каналів, які наведені в [3], визначили, що для статистичного моделювання коефіцієнтів закладання укосів каналів можна в першому наближенні взяти коефіцієнт варіації закладання укосів  $k_m=0,05$ . Тоді, використовуючи формулу (3), одержуємо наближене значення середнього квадратичного відхилення  $\sigma_m$  коефіцієнта закладання укосів  $m$ :

$$\sigma_m = k_m \circ m .$$

Для значень  $m = 1; 1,5; 2$ , відповідно отримуємо:  $\sigma_m=0,05; 0,075; 0,10$ .

Приймаючи до уваги, що коефіцієнт шорсткості русла каналів осушувальних систем пропонується у весняний сезон рівним 0,025, а в літній – 0,033 [4, 5], за залежністю (2) визначаємо наближене значення середнього квадратичного відхилення коефіцієнта шорсткості  $k_n$ :

$$\sigma_n = \frac{n_{max} - n_{min}}{3} = \frac{0,033 - 0,025}{3} = 0,00267 .$$

Результати статистичного моделювання коефіцієнтів закладання укосів каналу наведені в табл. 1, а коефіцієнта шорсткості русла каналів в табл. 2.

Таблиця 1

Межі довірчих інтервалів  $I_{\beta m}$  для коефіцієнтів закладання укосів каналу  $m$  і довірчих інтервалів  $I_{\beta \sigma_m}$  для середнього квадратичного відхилення  $\sigma_m$  та відносні похибки  $\delta$  розрахунків  $\bar{m}$  та  $\bar{\sigma}_m$  при імовірностях довіри  $\beta$

$m$	Розрахункові значення		$\beta$	$I_{\beta m}$	$I_{\beta \sigma_m}$	$\delta_m, \%$	$\delta_{\sigma_m}, \%$
	$\bar{m}$	$\bar{\sigma}_m$					
1	0,99915	0,05224	0,90	0,99564 1,00265	0,05039 0,05427	0,35	3,9
			0,95	0,99497 1,00333	0,04944 0,05537		

продовження табл. 1

1,5	1,49987	0,07836	0,90	1,49346 1,50348	0,07558 0,08140	0,35	3,9
			0,95	1,49245 1,5050	0,074161 0,08306	0,42	6,0
2	1,99829	0,10448	0,90	1,99128 2,00531	0,10077 0,10853	0,35	3,9
			0,95	1,98993 2,00665	0,09888 0,011075	0,42	6,0

За даними, що наведені в табл. 1, 2 можна зробити наступні висновки:

1. Оскільки похибка визначення математичного сподівання коефіцієнтів закладання укосів з імовірністю довіри  $\beta=0,95$   $\delta_m < 0,5\%$ , то в розрахунках пропускну здатності каналів значення  $m$  можна брати такими, що пропонуються нормами [4], наприклад  $m=1; 1,5; 2$ .

2. Приймаючи коефіцієнт варіації закладання укосів каналів на основі нормативних допусків глибини та ширини дна каналу  $k_m=0,05$ , одержано значення математичних сподівань середніх квадратичних відхилень  $\sigma_m$  коефіцієнтів закладання укосів, значення яких з похибкою  $\delta_{\sigma_m} \leq 6\%$  при  $m=1; 1,5; 2$ , відповідно дорівнюють:  $\sigma_m = 0,052; 0,078; 0,0104$ .

Таблиця 2

Межі довірчих інтервалів  $I_{\beta n}$  та  $I_{\beta\sigma_n}$  коефіцієнтів шорсткості русла  $n$  при імовірностях довіри  $\beta$

$n$	Розрахункові значення		$\beta$	$I_{\beta n}$	$I_{\beta\sigma_n}$	$\delta_n, \%$	$\delta_{\sigma_n}, \%$
	$\bar{n}$	$\bar{\sigma}_n$					
0,029	0,02895	0,002786	0,90	0,02877 0,02941	0,002687 0,002894	0,65	3,9
			0,95	0,02873 0,02918	0,002637 0,002953	0,77	6,0

3. За даними табл. 2 математичне сподівання коефіцієнта шорсткості русла  $n$  з похибкою  $\delta_n < 0,8\%$  при імовірності довіри  $\beta = 0,95$  можна взяти рівним  $n_c = 0,029$ .

4. З похибкою  $\delta_{\sigma_n} \leq 6\%$  математичне сподівання середнього квадратичного відхилення коефіцієнта шорсткості русла каналу упро-

довж літнього сезону можна взяти  $\sigma_n = 0,0028$ .

1. Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (Метод Монте-Карло) / Шрейдер Ю. А. – М. : Физматгиз, 1962. – 331 с. 2. Шор Я. Ю. Таблицы для анализа и контроля надежности / Шор Я. Ю., Козлов Ф. Н. – М. : Советское радио, 1968. – 285 с. 3. Контроль качества в мелиоративном строительстве: Справочник / Богатов Е. А., Варваров Е. В., Калениченко Л. И., Погорельый А. М. – К. : Урожай, 1990. – 192 с. 4. ДБН В. 2.4-1-99 Меліоративні системи та споруди. – К. : Держбуд України, 1999. – 112 с. 5. Маслов Б. С. Справочник по мелиорации / Маслов Б. С., Минаев И. В., Губер К. В. – М. : Росагропромиздат, 1989. – 280 с. 6. Науменко І. І. Надійність споруд гідромеліоративних систем / Науменко І. І. – К. : ІСДО, 1994. – 424 с.

Рецензент: д.т.н., професор Рябенко О. А. (НУВГП)

---

**Tokar L. O., Candidate of Engineering, Senior Lecturer** (National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne)

### **STATISTICAL MODELLING OF GEOMETRIC PARAMETERS OF CHANNELS VARIABILITY**

**The article offers mathematical model of statistically distributed limits estimation of channel slope ratio and channel roughness index change.**

**Keywords:** model, channel, slope, roughness.

---

**Токар Л. О., к.т.н., старший преподаватель** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

### **СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕНЧИВОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КАНАЛОВ**

**Предложена математическая модель оценивания вероятностных границ изменения коэффициента заложения откосов каналов и коэффициента шероховатости русла каналов.**

**Ключевые слова:** модель, канал, откосы, шероховатость.

---