УДК 631.432:626.86

Пастушенко В. Й., к.т.н., доцент, Стеценко А. М., старший викладач, Муран Р. О., студент 4-го курсу АУТП (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ВОЛОГОЗАПАСІВ КОРЕНЕВОГО ШАРУ ҐРУНТУ

У роботі здійснено розрахунок коефіцієнта вологопровідності ґрунту, проведено математичне моделювання динаміки вологозапасів кореневого шару ґрунту за допомогою програми SWAP та нейронних мереж різної архітектури.
Ключові слова: **вологозапас, водопровідність, SWAP.**

На осушувально-зволожувальних системах (ОЗС) з підґрунтовим зволоженням вологість ґрунту регулюється за допомогою зміни рівня ґрунтових вод (РГВ). Об'єкт керування при цьому можна представити у вигляді двох ланок: колекторно-дренажна система та насичена зона ґрунту, де відбувається перетворення рівня води у керуючому колодязі на напір у дренажній системі, а напору – на РГВ, та ненасичена зона ґрунту, де РГВ модульної ділянки перетворюється на вологість кореневмісного шару ґрунту. Оскільки система керування має велику інерційність, яка визначається вологопереносом у ненасиченій зоні ґрунту, необхідно мати математичну модель цієї зони для відпрацювання різних алгоритмів керування. Такою моделлю може слугувати нелінійне диференційне рівняння вертикального вологопереносу.

При застосуванні диференційного рівняння вологопереносу виникає необхідність визначення коефіцієнтів і функцій, які є параметрами цього рівняння та описують фізичні процеси переносу вологи. До таких функцій відносимо функцію водоутримання, або основну гідрофізичну характеристику (ОГХ), – залежність всмоктуючого тиску ґрунту від його вологості $\psi(W)$ – і функцію вологопровідності ненасичених ґрунтів. Говорячи про функцію вологопровідності, розрізняють характеристику вологопровідності, що пов'язує коефіцієнт вологопровідності і потенціал ґрунтової вологи $k(\psi)$, та характеристику, яка пов'язує коефіцієнт вологопровідності ґрунту і його вологість $k(W)$.

Здатність ґрунту проводити воду є важливим показником, необхідним для різних меліоративних розрахунків. Вивченням кількісних закономірностей переміщення вологи в ґрунті займалися Алпатьєв А.М., Воронін А.Д., Глобус А.М., Муромцев М.О., Роде А.А., Судніцин І.І. та інші.

Інформація про вологопровідність може бути використана для ма-

тематичного (кількісного) аналізу різних випадків переміщення ґрунтової вологи, що відбувається в природних умовах: фільтрації води через ґрунт, надходження вологи від рівня ґрунтових вод до поверхні, поглинання вологи ґрунтом, надходження ґрунтової вологи до коріння рослин.

Універсальною функцією, що відображає вплив усіх факторів, які можуть впливати на енергетичний стан води в ґрунті, є потенціал вологи. Як відомо, вода переміщується завжди від більшого потенціалу до меншого. Діючою силою при цьому є градієнт вільної енергії або потенціалу ґрунтової вологи, що відображає сили, які викликають ізотермічний потік вологи. В ізотермічних умовах складовими потенціалу вологи є: капілярний тиск, осмотичні і гравітаційні сили. Внаслідок цього, гідравлічна провідність ненасичених вологою ґрунтів (капілярна провідність k, м/добу) характеризується не єдиним значенням (як при насиченому вологоперенесенні), а є функцією від всмоктуючого тиску $k = k(\psi)$ або від вологості ґрунту $k = k(W)$.

З точки зору вологопровідності ґрунтовий профіль ділиться на дві частини: знизу – область повного насичення, де рух вільної вологи відбувається під впливом сили тяжіння, згідно законів фільтрації, а зверху – область з рухом вологи у ненасиченому ґрунті.

Найбільш розповсюдженими методами визначення $k(\psi)$ є експериментальні методи, які базуються на аналізі даних про рух вологи: методи стаціонарного і нестаціонарного потоків. Реалізувати стаціонарний режим потоку не завжди легко з технічної точки зору, крім того, такі досліди вимагають значних затрат часу. Нестаціонарні методи потребують менших затрат часу експериментатора у порівнянні зі стаціонарними, але достовірність і точність отриманих даних залежить від того, наскільки умови досліду відповідали цілому ряду теоретичних припущень.

Складна природа залежності ґрунту з водою у вигляді “вологість – потенціал – вологопровідність” найчастіше представляється у вигляді емпіричних формул та графіків. Запропоновано багато емпіричних апроксимаційних формул для функції вологопровідності, які з певною точністю відтворюють цю функцію на окремих інтервалах. Найбільш відомими є формули Ван-Генухтена (1980), Муалема (1976), Брукса і Корі, Гарднера, Уінстона, К.П. Лудніна, С.Ф. Авер’янова, В.А. Бодрова, А.І. Будаговського.

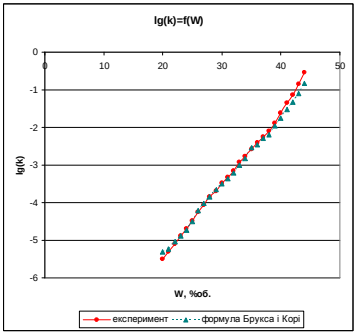
У даній роботі коефіцієнт вологопереносу визначався за емпіричними формулами ван Генухтена, Брукса і Корі, Уінстона, Авер’янова. Розрахунки проводилися для ґрунтів суглинистого типу Рівненської

дослідної сільськогосподарської станції. Згідно результатів порівняння з дослідними даними найкращі результати апроксимації показали емпіричні формули Брукса і Корі та ван Генухтена.

Таблиця 1

Результати розрахунку коефіцієнта вологопровідності ґрунту за емпіричними формулами

№	Формула	Середньоквадратичне відхилення		
		h=0.05-0.3 м	h=0.4-0.7 м	h=0.8-1.5 м
1	Брукса і Корі	0.113	0.322	0.331
2	ван Генухтена	0.169	0.353	0.350
3	Авер'янова	0.499	0.524	0.913
4	Уінстона	2.394	2.084	4.809



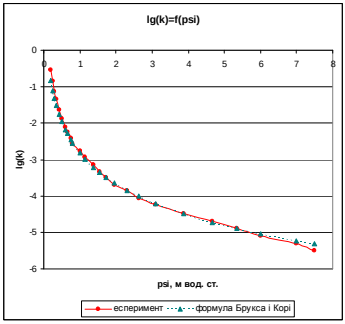
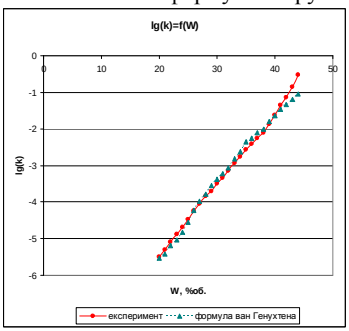


Рис. 1. Результати розрахунку коефіцієнта вологопровідності ґрунту за формулою Брукса і Корі для шару h=0.05-0.3 м



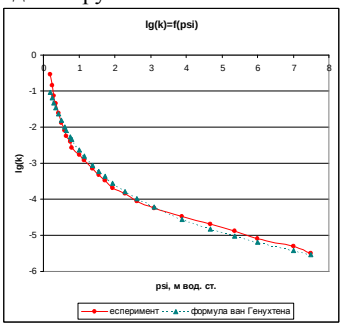


Рис. 2. Результати розрахунку коефіцієнта вологопровідності ґрунту за формулою ван Генухтена для шару h=0.05-0.3 м

Також виконано розрахунок коефіцієнта вологопровідності ґрунту за допомогою нейронних мереж (НМ). Для цього створимо мережу виду:

$$k = NN(W), \quad (1)$$

де W – значення вологості ґрунту, NN – перетворення нейронної мережі. У ході проведених досліджень виявлено, що найкращу точність показала НМ з чотирма нейронами з сигмоїдними функціями передачі у прихованому шарі та одним лінійним нейроном на виході.

Таблиця 2

Результати роботи нейромереж *k=NN(W)* архітектури 1-4-1 Logsig-Purelin для визначення коефіцієнта вологопровідності ґрунту

Шар ґрунту	Кількість точок		Середньоквадратичне відхилення	
	навчання	тестування	навчання	тестування
h=0.05-0.3 м	25	25	0.0151	0.0222
h=0.4-0.7 м	24	25	0.0333	0.0454
h=0.8-1.5 м	17	25	0.0608	0.0788

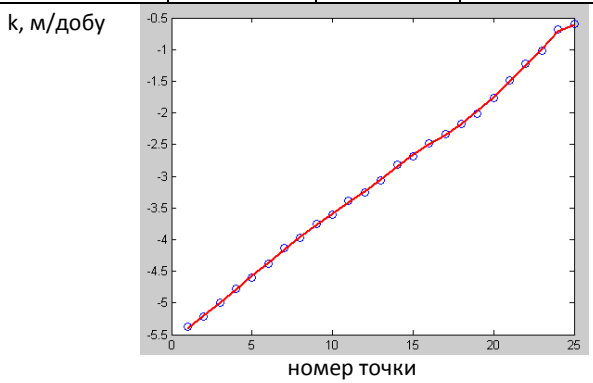


Рис. 3. Результати тестування нейромережі *k=NN(W)* архітектури 1-4-1, Logsig-Purelin для визначення коефіцієнта вологопровідності ґрунту у шарі h=0.05-0.3 м:

– тестова вибірка даних,

– результати роботи нейромережі

Розрахунок рівняння вертикального вологопереносу виконано у розробленій у Вагенінгенському університеті (Голландія) програмі SWAP, яка імітує транспортування води, розчинених речовин і тепла в зоні аерації у взаємодії з розвитком рослинності. У вертикальному напрямку модель сягає від поверхні ґрунту до площини мілководних ґрунтових вод. У цій зоні процеси переносу переважно вертикальні, тому SWAP є одномірною, вертикально орієнтованою моделлю. Роз-

раховано залежності всмоктуючого тиску та вологості від глибини ґрунтового профілю при різних значеннях рівня ґрунтових вод та фіксованому значенні випаровування з поверхні ґрунту, а також динаміку зміни всмоктуючого тиску та вологості у трьох шарах ґрунту (0-10, 10-20, 30-40 см) в часі. Виконано порівняльний аналіз з експериментальними даними.

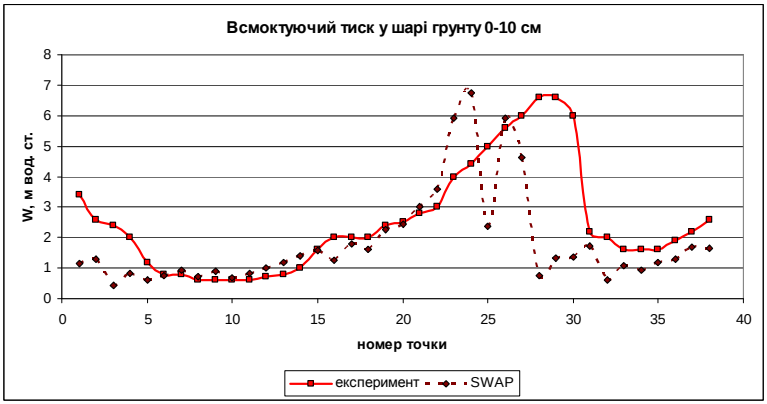


Рис. 4. Зміна всмоктуючого тиску у шарі ґрунту h=0-10 см

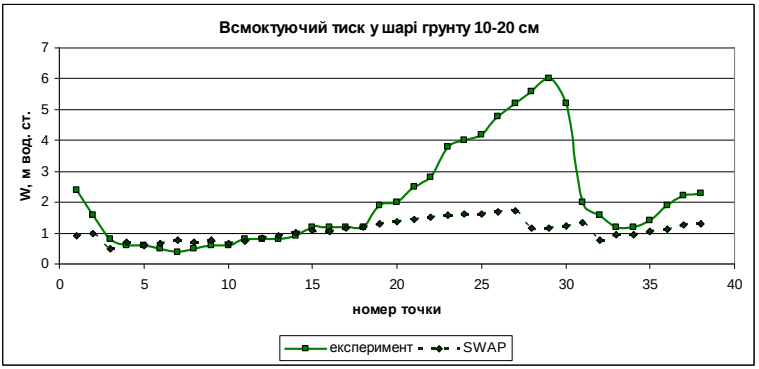


Рис. 5. Зміна всмоктуючого тиску у шарі ґрунту h=10-20 см

Рис. 6. Зміна всмоктуючого тиску у шарі ґрунту h=30-40 см

Таблиця 3

Результати моделювання зміни всмоктуючого тиску ґрунту за допомогою програмного забезпечення SWAP

№	Шар ґрунту	К-сть точок	Сер.-квадратичне відхилення, м вод. ст.
1	h=0-10 см	38	1.77
2	h=10-20 см		1.68
3	h=30-40 см		1.01

Альтернативною методикою побудови математичної моделі ненасиченої зони ґрунту є застосування технології штучних нейронних мереж. При цьому використано багатошарові нейромережі прямого поширення. Створено та досліджено НМ виду:

$$W_{k+1}^{h} = NN\left(P_{k+1}, D_{k+1}, L_{k+1}, W_{k-1}^{h}, W_{k}^{h}\right), \qquad (2)$$

де вхідними параметрами є кількість опадів P (мм), дефіцит вологості повітря D (мбар), рівень ґрунтових вод L від світлової поверхні (м). Вихідним параметром є всмоктуючий тиск W^h (м) у визначеному шарі ґрунту h. *NN()* – перетворення, яке здійснюється нейронною мережею; k – поточний крок.

Найкращі результати роботи показала НМ з трьома нейронами з сигмоїдними функціями передачі у прихованому шарі і одним лінійним нейроном на виході.

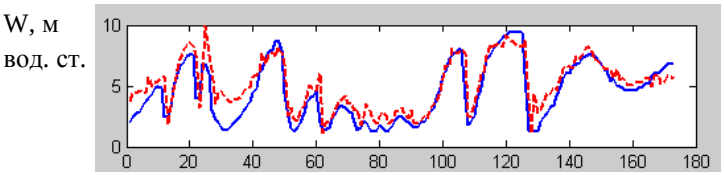


Рис. 7. Результати тестування нейромережі архітектури 5-3-1, Logsig-Purelin для шару ґрунту h=0-10 см

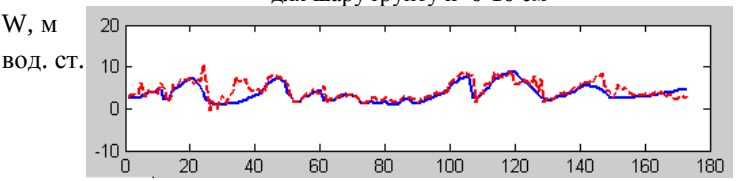


Рис. 8. Результати тестування нейромережі архітектури 5-3-1, Logsig-Purelin для шару ґрунту h=10-20 см

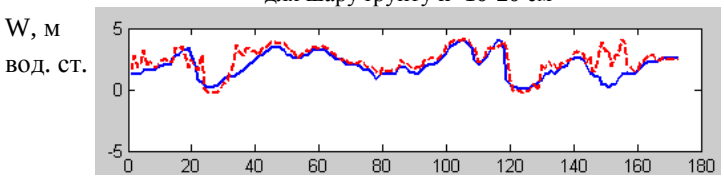


Рис. 9. Результати тестування нейромережі архітектури 5-3-1, Logsig-Purelin для шару ґрунту h=30-40 см:

– тестова вибірка даних,

– результати роботи нейромережі

Таблиця 4

Результати роботи нейромоделей архітектури 5-3-1, Logsig-Purelin для прогнозування всмоктуючого тиску ґрунту

Шар ґрунту	К-сть точок	Середньоквадратичне відхилення, м вод. ст.	
		навчання	тестування
h=0-10 см	173	1.4383	1.2074
h=10-20 см		2.0571	1.6472
h=30-40 см		1.2102	0.8521

Для покращення точності роботи НМ розроблено математичну модель прогнозування всмоктуючого тиску ґрунту на основі neo-fuzzy гібридних мереж, що поєднують у собі нечітку логіку та технологію нейронних мереж [1]. Замість звичайних синаптичних ваг нео-фаззі

нейрон містить нелінійні синапси NS_i, i=1, 2…n, утворені набором трикутних симетричних рівномірно розподілених на інтервалі [0, 1] функцій приналежності μ_{ji}, j=1, 2…m, з кожною з яких зв'язана власна налаштовувана вага w_{ji}. Вихідна реакція нео-фаззі нейрона на вхідний вектор даних – $x(k)=(x_i(k),x_2(k)...x_n(k))^T$, k=1,2…N – може бути представлена у вигляді:

$$y(k)=\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i(k)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_i}\mu_{ji}(x_i(k))\cdot w_{ji}(k), \qquad (3)$$

де $w_{ji}(k)$ – поточне значення синаптичної ваги, що налаштовується, у момент часу *k* при *j*-й функції приналежності *i*-ї компоненти вхідного сигналу.

У якості критерію навчання нео-фаззі нейрона використовується стандартна квадратична помилка:

$$E(k)=\frac{1}{2}(d(k)-y(k))^2=\frac{1}{2}e^2(k)= \\ =\frac{1}{2}(d(k)-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_i}\mu_{ji}(x_i(k))\cdot w_{ji})^2 \qquad (4)$$

мінімізація якої за допомогою градієнтної процедури веде до алгоритму навчання:

$$w_{ji}(k+1)=w_{ji}(k)+\eta\cdot e(k)\cdot\mu_{ji}(x_i(k)), \qquad (5)$$

де *d(k)* – зовнішній навчальний сигнал, η – параметр кроку пошуку, що вибирається із емпіричних міркувань і визначає швидкість збіжності процесу навчання.

Центри трикутних функцій приналежності μ_{ji} розташовані так, щоб забезпечити так зване розбиття Руспіні, тобто

$$\sum_{j=1}^{m_i}\mu_{ji}(x_i(k))=1, \quad i=1,2...n, \qquad (6)$$

що дозволяє не вводити прихований шар нейронів для нормалізації входів, який зазвичай присутній у нейро-фаззі системах. Внаслідок розбиття Руспіні на кожному кроці навчання активуються тільки дві сусідні функції приналежності. Кожна змінна розбивається на *n* рівних інтервалів від свого мінімального до максимального значення. Значен-

ня функції приналежності змінної x_i визначаємо за залежністю:

$$\mu_{ji} = \begin{cases} \dfrac{x_i - c_{j-1,i}}{c_{ji} - c_{j-1,i}}, x \in [c_{j-1,} c_{ji}], \\ \dfrac{c_{j+1} - x_i}{c_{j+1,i} - c_{ji}}, x \in [c_{ji}, c_{j+1,i}], \\ 0 - у\ інших\ випадках. \end{cases} \quad (7)$$

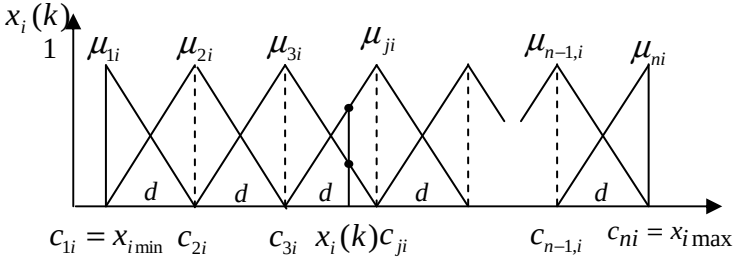


Рис. 10. Трикутні функції приналежності neo-fuzzy нейрона

Для покращення апроксимаційних властивостей у роботі [2] було запропоновано конструкцію подвійного нео-фаззі нейрона.

На основі neo-fuzzy нейрона (3) для різних шарів ґрунту (0-10, 10-20 та 30-40 см) створимо моделі виду (2). При цьому розіб'ємо кожну змінну на 6 рівних інтервалів з трикутними функціями приналежності, які задовольняють вимозі (6). Програмне забезпечення для навчання та тестування neo-fuzzy моделей для прогнозування всмоктуючого тиску ґрунту розроблено мовою С++.

Таблиця 5

Результати роботи нео-фаззі моделей для прогнозування всмоктуючого тиску ґрунту

Шар ґрунту	Кількість точок	Середньоквадратичне відхилення, м вод. ст.	
		навчання	тестування
h=0-10 см	173	0.8268	1.036
h=10-20 см		0.625	0.6956
h=30-40 см		0.3093	0.2819

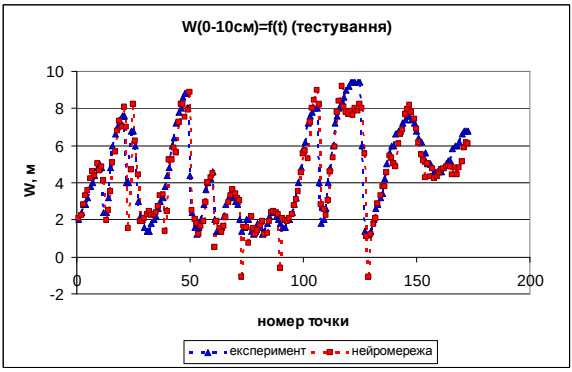


Рис. 11. Результати роботи нео-фаззі моделі для прогнозування всмоктуючого тиску ґрунту у шарі 0-10 см

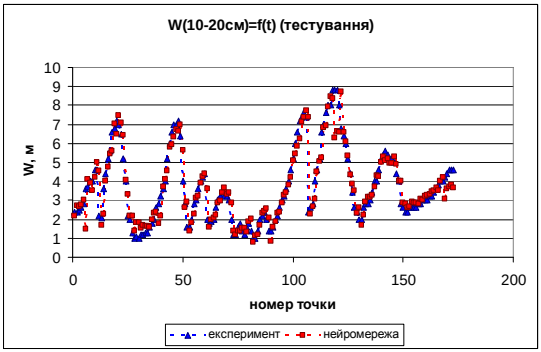


Рис. 12. Результати роботи нео-фаззі моделі для прогнозування всмоктуючого тиску ґрунту у шарі 10-20 см

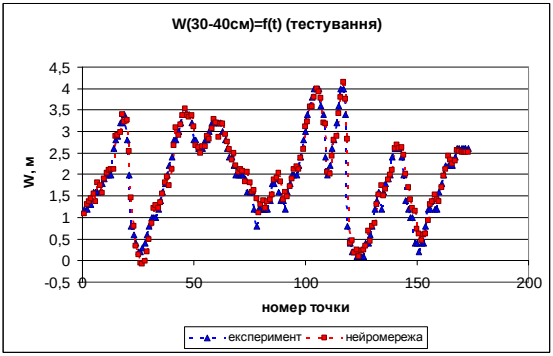


Рис. 13. Результати роботи нео-фаззі моделі для прогнозування всмоктуючого тиску ґрунту у шарі 30-40 см

Отже, розроблена математична модель динаміки вологозапасів ґрунту на базі neo-fuzzy мережі дозволяє з високою точністю прогнозувати значення всмоктуючого тиску ґрунту, маючи короткотерміновий метеопрогноз, значення РГВ та передісторію зміни всмоктуючого тиску. Така мережа простіша за розроблену двошарову мережу прямого поширення з сигмоїдними функціями передачі, потребує меншого часу навчання, легша у технічній реалізації, і, разом з тим, забезпечує вищу точність роботи.

1. Jang J.-Sh. R. Neuro-Fuzzy and Soft Computing / Jang J.-Sh. R., Sun Ch.-T., Mizutani E. – Upper Saddle River. – NJ : Prentice Hall, 1997. – 514 p. **2.** Bodyanskiy Ye., Gorshkov Ye., Kolodyazhniy V., Otto P. Evolving network based on double neo-fuzzy neurons, Proc. 52nd Int. Scientific Coll. "Computer Science Meets Automation", TU Ilmenau (Thuer), 2007, P. 35-40.

Рецензент: д.т.н., професор Древецький В. В. (НУВГП)

Pastushenko V. Y., Candidate of Engineering, Associate Professor, Stecenko A. M., Senior Lecturer, Muran R. O., Senior Student
(National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne)

MATHEMATICAL MODELING OF MOISTURE RESERVES DYNAMICS IN ROOT SOIL

In the work calculation of coefficient of water transfer was realized, mathematical modeling of water supply dynamics of root-inhabited soil's layer by means of SWAP program and neural networks of different architecture was developed.
Keywords: **moisture reserve, water conductivity, SWAP.**

Пастушенко В. И., к.т.н., доцент, Стеценко А. М., старший преподаватель, Муран Р. А., студент 4-го курса АУТП
(Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЗАПАСОВ ВЛАГИ В КОРНЕВОМ СЛОЕ ПОЧВЫ

В работе осуществлён расчёт коэффициента влагопроводности почвы, проведено математическое моделирование динамики влагозапасов корнеобитаемого слоя почвы с помощью программы SWAP и нейронних сетей различной архитектуры.
Ключевые слова: **влагозапас, водопроводимость, SWAP.**