

УДК 519.63:532.5

**Сафоник А. П., к.т.н., доцент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## **КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ БІОЛОГІЧНОГО ОЧИЩЕННЯ ВОДИ У РЕГЕНЕРАТОРІ АЕРОТЕНКА**

**Розв'язана модельна задача типу „конвекція-масообмін” для процесу біологічного очищення води у регенераторі аеротенка. Виконаний математичний аналіз параметрів і моделі процесу.**

**Ключові слова:** біологічна очистка, забруднення, концентрація, очищення, аеротенк.

**Вступ.** На сьогодні у зв'язку з погіршенням якості води відкритих водойм постає проблема зменшення антропогенного навантаження на водні об'єкти. Одним з ефективних шляхів вирішення цієї проблеми є підвищення ефективності роботи очисних споруд. Біологічне очищення стічних вод займає домінуюче положення, що пояснюється його універсальністю та відносно низькими експлуатаційними витратами. В Україні утворюється щодоби близько 8 млн стоків, частина яких піддається біологічному очищенню в аеротенках чи біофільтрах [1]. Значно підвищити ефективність роботи споруд біологічного очищення стічних вод можливо завдяки розробці та впровадженню оптимальних технологічних режимів процесу біологічного очищення стоків.

Відомі експериментальні дослідження з визначення впливу параметрів процесу біологічного очищення на концентрацію домішок, бактерій, пластівців та період фільтроциклу [1]. Але відповідні експерименти дорогі, вимагають великих затрат часу та трудового ресурсу. Відповідно до цього, актуальною задачею є комп'ютерне моделювання процесу біологічного очищення домішок при очищенні водних систем та визначення параметрів, які найбільш суттєво впливають на якість та час очистки.

**Постановка задачі і її розв'язок.** Для математичного опису явищ, що відбуваються в регенераторі, будемо виходити з відомої роботи [2]. Як і в даній роботі будемо вважати, що відбуваються в регенераторі процеси в достатній мірі забезпечені киснем. За аналогією з [2] опишемо дані процеси наступною модельною задачею:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} &= V_1 \frac{\partial P}{\partial x} + (-a_x + b_x L)P + \varepsilon k_2 PB - k_1 P + k_4 CP, \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= V_2 \frac{\partial B}{\partial x} + (-a_z + b_z L)B - k_2 BP + k_1 P + k_4 CB, \\ \frac{\partial L}{\partial t} &= V_3 \frac{\partial L}{\partial x} - \varepsilon(g_x P + g_z B)L, \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= (k_3 - \varepsilon k_4 P)C, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

при наступних початкових

$$P|_{t=0} = P_0^*(x), B|_{t=0} = B_0^*(x), L|_{t=0} = L_0^*(x), C|_{t=0} = C_0^*(x), \quad (2)$$

і граничних умов

$$P(0,t) = P_*(t), B(0,t) = B_*(t), L(0,t) = B_*(t), C(0,t) = B_*(t), \quad (3)$$

де  $P(x,t)$  – концентрація пластівців в рідкому середовищі, що фільтрується;  $B(x,t)$  – концентрація бактерій в розчині, що знаходиться в регенераторі;  $L(x,t)$  – концентрація продуктів автолізу, що утворилися внаслідок взаємодії бактерій з забрудненням;  $C(x,t)$  – концентрація забруднення, що надходить з вхідним розчином;  $k_1$  – швидкість ерозії пластівців,  $k_2$  – константа, що характеризує подальшу швидкість агрегації пластівців;  $m$  – константа;  $k_3$  і  $k_4$  – константи, визначають швидкість утворення та окислення продуктів автолізу;  $a_x$ ,  $a_z$  – швидкості відмирання пластівців і дисперсних бактерій;  $b_x$ ,  $b_z$  – константи, що характеризують швидкості утворення пластівців та дисперсних бактерій за рахунок розмноження;  $g_x$ ,  $g_z$  – швидкості споживання субстрату пластівцями і дисперсними бактеріями.

Розв’язок системи рівнянь (1) за умов (2) – (3) отримуємо у вигляді асимптотичних рядів:

$$\begin{aligned} P(x,t) &= P_0(x,t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i P_i(x,t) + R_p(x,t,\varepsilon), B(x,t) = B_0(x,t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i B_i(x,t) + R_B(x,t,\varepsilon), \\ L(x,t) &= L_0(x,t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i L_i(x,t) + R_L(x,t,\varepsilon), C(x,t) = C_0(x,t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i C_i(x,t) + R_C(x,t,\varepsilon). \end{aligned} \quad (4)$$

Після підстановки (4) в (1)-(3) та застосування стандартної “процедури прирівнювання”, для знаходження функцій  $c_i$  і  $\rho_i$  ( $i = \overline{0,n}$ ) приходимо до задач розв’язок яких отримуємо за допомогою програмного се-

редовища Matlab, зокрема М-функції *pdere*, де кожне з рівнянь зводиться до наступного вигляду:

$$c(x,t,u, \frac{\partial u}{\partial x}) \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = x^{-m} \frac{\partial}{\partial x} (x^m f(x,t,u, \frac{\partial u}{\partial x})) + s(x,t,u, \frac{\partial u}{\partial x}). \quad (5)$$

Команди в Matlab:

```
function [c,f,s] = pdex2pde(x,t,u,DuDx)
ax=1.2*10^-10; bx=7*10^-8;
az=3*10^-10; bz=3.7*10^-5;
gx=2.5*10^-8; gz=2.5*10^-3; G=2*10^3;
k1=5*10^-8; k2=2.4*10^-10;
k3=1.5*10^-3; k4=2.8*10^-3;
V1=1.26; V2=1.26; V3=1.26; V4=1.26;
c1=1; c2=1; c3=1; c4=1;
s1=V1*DuDx(1)+(-ax+bx*u(3))*u(1)+k2*G*u(1)*u(2)-
k1*G*u(1)+k4*u(4)*u(1);
s2=V2*DuDx(2)+(-az+bz*u(3))*u(2)-
k2*G*u(1)*u(2)+k1*G*u(1)+k4*u(4)*u(2);
s3=V3*DuDx(3)-(-gx*u(1)+gz*u(2))*u(3);
s4=V4*DuDx(4)+(k3-k4*u(4))*(u(1)+u(2));
c = [c1;c2; c3; c4];
f = [0; 0; 0; 0];
s = [s1; s2; s3; s4];
```

```
function u0 = pdex2ic(x)
u10=0.01; u20=100; u30=100; u40=100*exp(-0.02*x);
u0 = [u10;u20;u30;u40];
```

```
function [pl,ql,pr,qr] = pdex2bc(xl,ul,xr,ur,t)
pl = [0; 0; 0; 0];
ql = [1; 1; 1; 1];
pr = [0; 0; 0; 0];
qr = [1; 1; 1; 1];
```

В результаті комп'ютерного моделювання в середовищі Matlab при  $k_1 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ гом}$ ,  $k_2 = 2,4 \cdot 10^{-10} \text{ л/гом}$ ,  $k_3 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ гом}$ ,  $k_4 = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ л/гом}$ ,  $a_x = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ гом}^{-1}$ ,  $a_z = 3 \cdot 10^{-10} \text{ гом}^{-1}$ ,  $b_x = 7 \cdot 10^{-8} \text{ л/(г \cdot гом)}$ ,  $b_z = 3,7 \cdot 10^{-5} \text{ л/(г \cdot гом)}$ ,  $g_x = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ л/(г \cdot гом)}$ ,  $g_z = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ л/(г \cdot гом)}$ ,  $V_1 = V_2 = V_3 = 1,26 \text{ м/гом}$   $P_0^*(x) = 0,01$ ,  $B_0^*(x) = 100$ ,  $L_0^*(x) = 100$ ,  $C_0^*(x) = 100 \cdot e^{(-0,02 \cdot x)}$  отримуємо наступні результати (див. рис. 1-8):

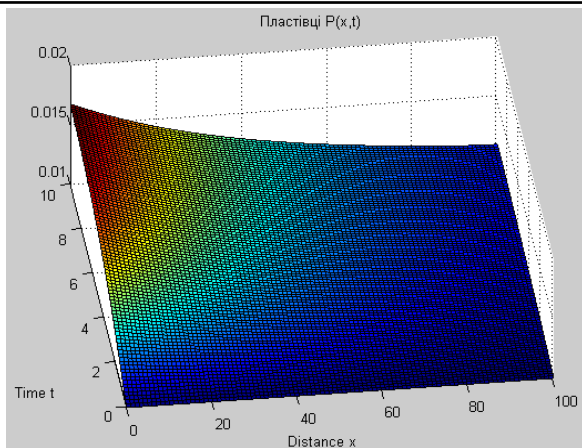


Рис. 1. Просторовий розподіл концентрації пластівців  $P$  у рідкому середовищі

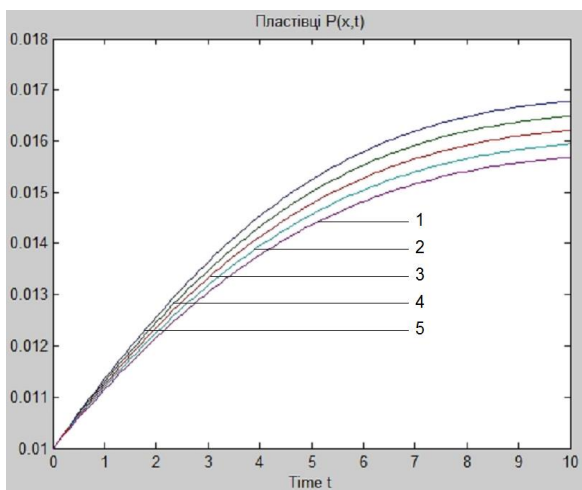


Рис. 2. Розподіл концентрації пластівців  $P$  у рідкому середовищі в різних точках фільтра: 1 – при  $x=0,1$  м, 2 – при  $x=0,3$  м, 3 – при  $x=0,5$  м, 4 – при  $x=0,7$  м, 5 – при  $x=0,9$  м

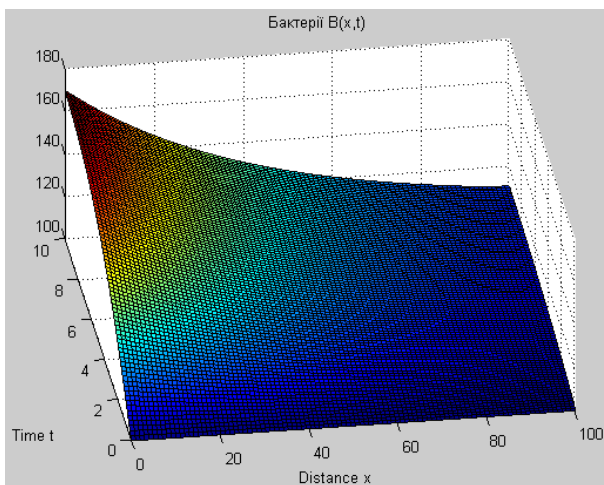


Рис. 3. Просторовий розподіл концентрації бактерій  $B$  у розчині регенератора

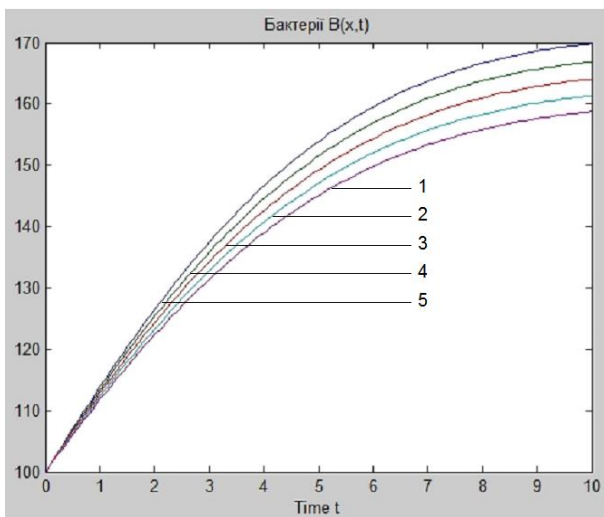


Рис. 4. Розподіл концентрації бактерій  $B$  у розчині регенератора в різних точках фільтра: 1 – при  $x=0,1$  м, 2 – при  $x=0,3$  м, 3 – при  $x=0,5$  м, 4 – при  $x=0,7$  м, 5 – при  $x=0,9$  м

Як видно з рис. 1 та рис. 2 концентрація пластівців вздовж фільтра з часом зростає, це пояснюється тим, що пластівці постійно утворюються і лише частина з них захоплює частинки, які утворилися від вза-

ємодії бактерій та забруднення. Аналогічно росте концентрація бактерій, що показано на рис. 3 та рис. 4 у зв'язку з тим, що у фільтр надходить достатня кількість кисню та створюються нормальні умови для розмноження бактерій.

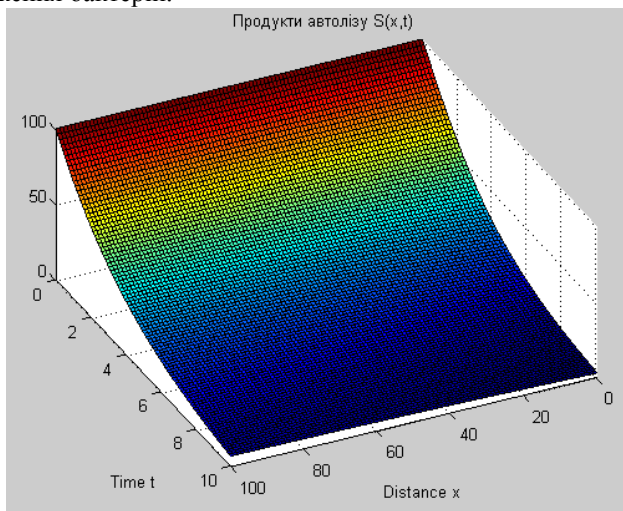


Рис. 5. Просторовий розподіл концентрації продуктів автолізу  $S$

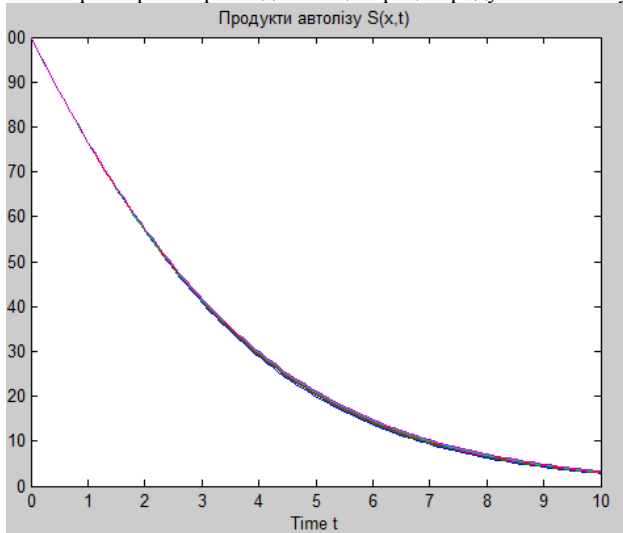


Рис. 6. Розподіл концентрації продуктів автолізу  $S$  в різних точках фільтра: 1 – при  $x=0,1$  м, 2 – при  $x=0,3$  м, 3 – при  $x=0,5$  м, 4 – при  $x=0,7$  м, 5 – при  $x=0,9$  м

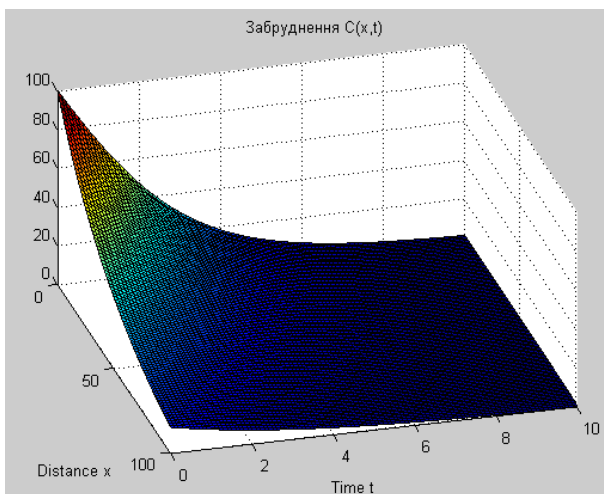


Рис. 7. Просторовий розподіл концентрації  $C$  забруднення по довжині фільтра

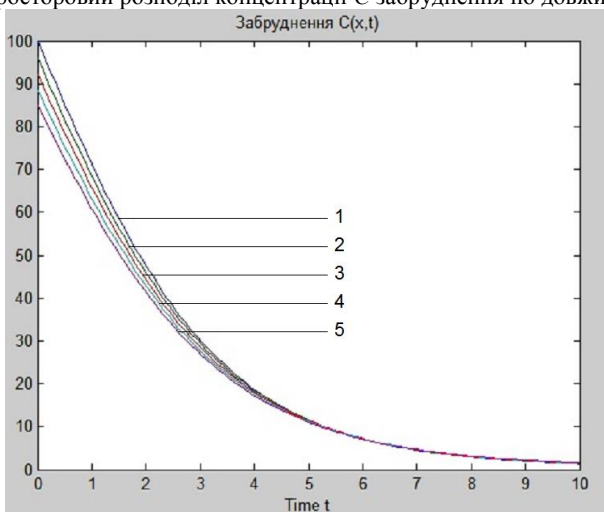


Рис. 8. Розподіл концентрації забруднення  $C$  по довжині фільтра в різних точках фільтра: 1 – при  $x=0,1$  м, 2 – при  $x=0,3$  м, 3 – при  $x=0,5$  м, 4 – при  $x=0,7$  м, 5 – при  $x=0,9$  м

На рис. 5 та рис. 6 концентрація продуктів автолізу вздовж фільтра з часом спадає, це пояснюється тим, що швидкість утворення продуктів автолізу напряму залежить від концентрації забруднення та швидкості відведення продуктів автолізу. Як видно з рис. 7 та рис. 8 кількість частинок забруднення з часом спадає, що підтверджує ефективну

роботу фільтра.

**Висновки.** Побудована математична модель, що описує закономірності процесів зміни концентрацій пластівців, дисперсних бактерій, продуктів автолізу і субстрату в регенераторі аеротенка, тобто в першій фазі процесу очищення. Знайдено розв'язок відповідної модельної задачі з використанням функції *pdepe* середовище Matlab. Наведені результати розрахунків розподілу концентрації забруднення та бактерій протягом часу очистки рідини.

1. Святенко А. І. Розрахунок процесу біологічного очищення міських стічних вод за допомогою математичних моделей з урахуванням структури потоків / Святенко А. І., Корнійко Л. М. // Екологічна безпека. – 2009. – 3(7). – С. 77–80.
2. Горносталь С. А. Описание процессов, происходящих в системе аэротенк – вторичный отстойник, и их физическое моделирование / Горносталь С. А., Созник А. П. // Коммунальное хозяйство городов. – 2008. – № 81. – С. 133–139.
3. Вавилин В. А. Математическое моделирование процес сов биологической очистки сточных вод активным илом / В. А. Вавилин. – М. : Наука, 1979. – 119 с.
4. Яремчук О. С. Характеристика моделей процесів росту і культивування мікроорганізмів у системах біологічної очистки стічних вод / Яремчук О. С., Захаренко М. О., Циганков С. П. // Наукові доповіді НУБіП. – 2012. – Вип 8(30). – 110–123 с.
5. Смирнов Н. В. Управление процессом биоочистки воды в аеротенке / Н. В. Смирнов // XII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2014). Россия, Москва, ИПУРАН, 16-19 июня 2014 г. – С. 71–76.

Рецензент: д.т.н., проф. Древецький В. В. (НУВГП)

---

**Safonyk A. P., Candidate of Engineering, Associate Professor**  
(National University of Water Management and Nature Resources Use,  
Rivne)

## **COMPUTER SIMULATION OF BIOLOGICAL PURIFICATION OF WATER IN AERATION TANKS REGENERATOR**

**Solved model task type "convection-mass-transfer" for the biological treatment process in the regenerator tank. Mathematical analysis of parameters and process models.**

**Keywords:** biological treatment, pollution, concentration, purification, aeration tank.

---



**Сафоник А. П., к.т.н., доцент** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА  
БИОЛОГИЧЕСКОЙ ОЧИСТКИ ВОДЫ В РЕГЕНЕРАТОРЕ  
АЭРОТЕНКА**

Решена модельная задача типа „конвекция-массообмен” для процесса биологической очистки воды в регенераторе аэротенка. Выполнен математический анализ параметров и модели процесса.

*Ключевые слова:* биологическая очистка, загрязнение, концентрация, очистка, аэротенк.

---