

УДК 514.18:628.92, 721.011

Пугачов Є. В., д.т.н., професор, Кундрат Т. М., к.т.н. (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## РОЗРАХУНОК ЕФЕКТИВНОСТІ СВІТЛОВИХ ШАХТ У ВИГЛЯДІ ПАРАЛЕЛЕПЕДА З ПОХИЛОЮ ВХІДНОЮ ОСНОВОЮ

В статті пропонується метод розрахунку ефективності світлових шахт (СШ) у вигляді паралелепіпеда з похилою вхідною основою за дифузного відбивання світла від їх внутрішніх поверхонь. Джерелом світла є хмарний небозвід за стандартом Міжнародної комісії з освітлення.

**Ключові слова:** світлова шахта, дифузне відбивання, модель хмарного небосхилу

СШ широко застосовується як верхнє освітлення в глибоких приміщеннях, які мають низьку стелю і велику товщину покриття, наприклад в читальних залах бібліотек [1]. Використовують СШ різних форм, зокрема (рис. 1), – у вигляді паралелепіпеда з похилою вхідною основою [2].

Моделювання ефективності СШ дасть можливість дослідити та проаналізувати вплив її геометричних параметрів на ефективність і визначити такі параметри, які забезпечать максимальну ефективність.

В працях [3, 4] наведені алгоритми моделювання ефективності та освітленості від СШ з дифузним відбиванням світла, зокрема, у вигляді паралелепіпеда з горизонтальною верхньою (вхідною) основою. В даній роботі такі дослідження адаптовано щодо ефективності (світлопропускання) СШ у вигляді паралелепіпеда з похилою вхідною основою.

**Постановка завдання.** Джерелом світла (прямє світло) є небозвід. В СШ світло надходить через вхідну основу, воно потрапляє на внутрішню поверхню та площину вихідної основи. Частина світла, що потрапила на внутрішню поверхню СШ, після багаторазового відбивання надходить на площину вихідної основи. Необхідно визначити ефективність СШ як відношення вихідного світлового потоку до вхідного.

Розглянемо СШ  $A_1ABB_1D_1DCC_1$  висотою  $h = h_1 + h_2$  (рис. 1, б), в якій вихідна основа  $A_1B_1C_1D_1$  має сторони  $2a$ ,  $2b$ , а вхідна основа

$ABCD$  нахилена під кутом  $\alpha = \arcsin\left(\frac{h_1}{\sqrt{h_1^2 + 4a^2}}\right)$  до горизонту.

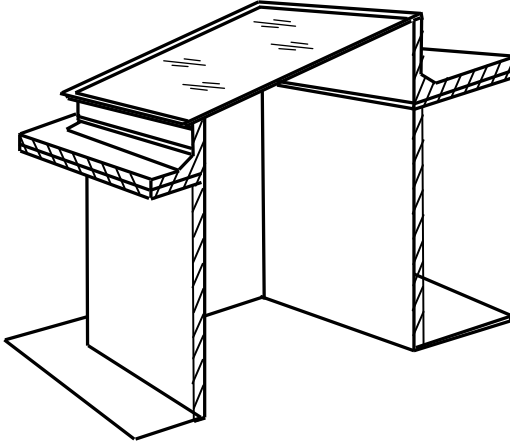


Рис. 1. СШ з похилою вхідною основою

Освітленість кожної точки вхідної основи обчислимо як модуль суми проєкцій координат світлового вектора  $(\varepsilon_x^{\Pi}, \varepsilon_y^{\Pi}, \varepsilon_z^{\Pi})$  на похилій площині [4]:

$$\varepsilon_x^{\Pi} = L_z \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{4}{9} \sin \alpha\right); \quad (1)$$

$$\varepsilon_y^{\Pi} = 0; \quad (2)$$

$$\varepsilon_z^{\Pi} = -L_z \left[ \frac{4}{9} (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) - \pi \left( \frac{1}{6} \cos \alpha + \frac{11}{18} \right) \right], \quad (3)$$

де  $L_z$  – яскравість небозводу в zenіті (в розрахунках приймалася рівною одиниці).

Вхідний світловий потік отримаємо інтегруючи по площині вхідної основи

$$\varepsilon^{\Pi} = \left| \varepsilon_x^{\Pi} \sin \alpha + \varepsilon_z^{\Pi} \cos \alpha \right| \int_0^{\frac{1}{2}\sqrt{h_1^2 + 4a^2}} \int_0^b dx dy. \quad (4)$$

Для визначення вихідного світлового потоку розраховуємо освітле-

ність точок на нижній основі СШ. Освітленість точок вихідної основи СШ складається з освітленості прямим світлом через вхідну основу та відбитим світлом від всієї внутрішньої поверхні СШ. Розрахунок освітленості останньої складається з визначення освітленості прямим світлом внутрішньої поверхні СШ, а тоді – освітленості точок внутрішньої поверхні відбитим світлом після багаторазового відбивання.

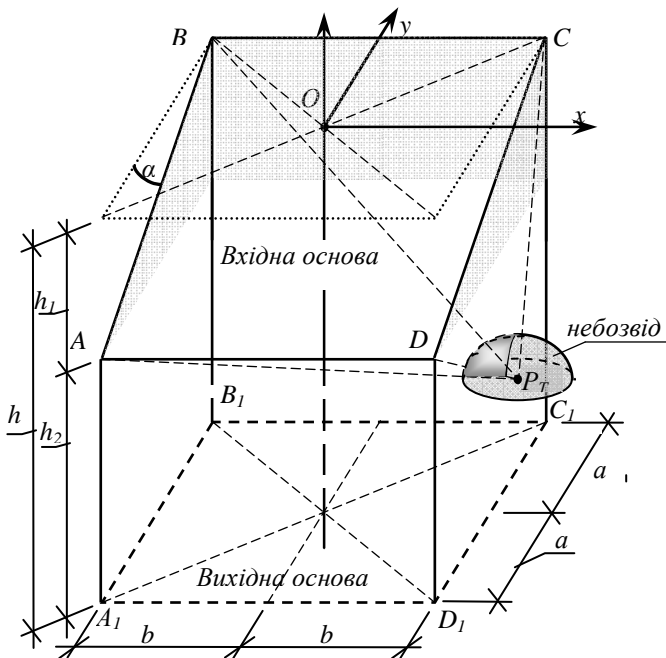


Рис. 2. Геометрична схема СШ з похилою вхідною основою

Освітленість внутрішньої поверхні заданої грані прямим світлом від елементарного вектора тілесного кута  $\vec{d\Omega}$  [5] небесної півсфери з яскравістю  $L_{\Omega}$  виразимо як модуль відповідної проекції світлового вектора

$$\vec{d\mathcal{E}} = L_{\Omega} \vec{d\Omega}, \quad (5)$$

де  $L_{\Omega} = L_z (1 + 2 \cos \gamma) / 3$  – яскравість небозводу;  $\gamma$  – кут між одиничним вектором  $\vec{n}_i(0,0,1)$ , спрямованим в зеніт, та  $\vec{P_T K}(x_K - x_0, y_K - y_0, z_K - z_0)$  (рис. 3).

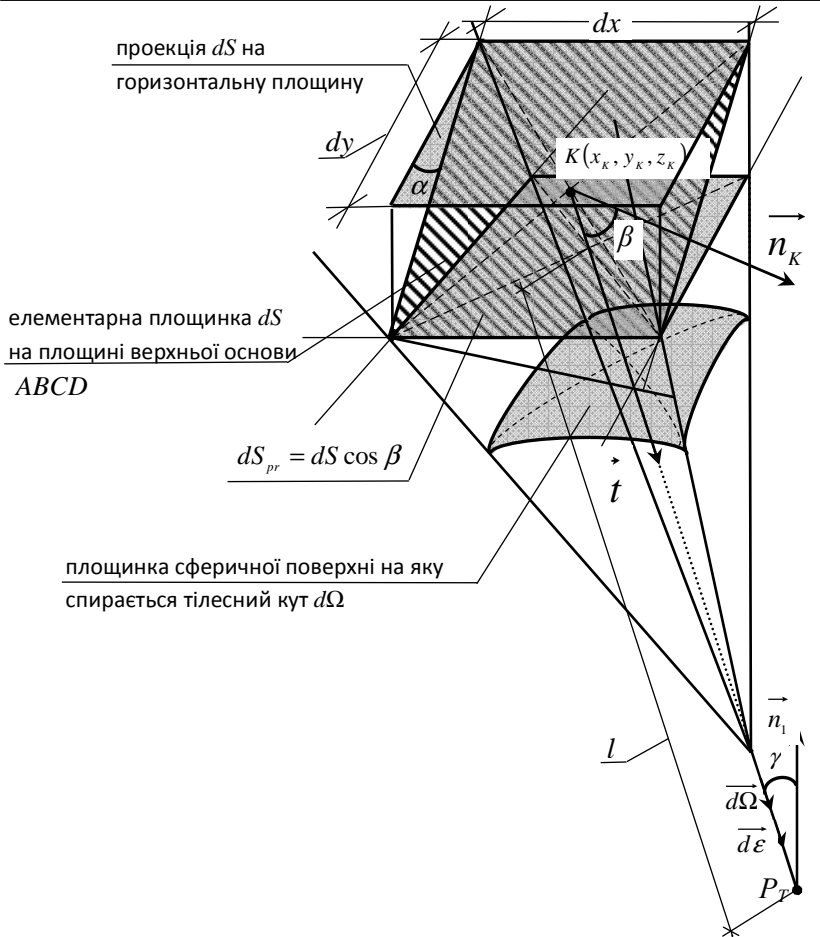


Рис. 3. Визначення світлового вектора

З означення тілесного кута, проєкційної відповідності вектора  $\vec{d\Omega}$  елементарній площинці  $dS$  верхньої основи  $ABCD$  та прямокутного вектора  $\vec{t}$  з середини елементарної площинки  $dS$  на  $P_T$  маємо

$$\vec{d\Omega} = \vec{t} \frac{dS \cos \beta}{l^2}, \quad (6)$$

де  $\beta$  – кут між  $\vec{KP}_T(x_0 - x_K, y_0 - y_K, z_0 - z_K)$  та одиничним вектором но-

рмалі  $\vec{n}_K = \frac{\vec{AB} \times \vec{AD}}{\left| \vec{AB} \right| \left| \vec{AD} \right|}$  до площини верхньої основи  $ABCD$ , спрямо-

ваним всередину СШ;  $dS = dx dy / \cos(\alpha)$ .

Освітленість внутрішньої поверхні шахти прямим світлом обчислюємо використанням центральної проекції (центр в розрахунковій точці РТ) яскравості та контурів видимої частини небесної півсфери, крізь яку потрапляє пряме світло в РТ, на площину вхідної основи СШ. На ребрах вхідної основи матимемо два варіанти(див. таблицю): точки на  $AD$ ,  $BC$  будуть освітлюватись половиною небозводу, а точки на  $AB$ ,  $CD$  будуть освітлюватись, як точки на похилій площині, частиною небозводу: половина небозводу окрім сферичного трикутника. В інших розрахункових точках  $P_T(x_0, y_0, z_0)$  на гранях внутрішньої поверхні та основі СШ значення координат світлового вектора обчислимо за формулою

$$\epsilon^{\Pi} = \frac{L_z}{3} \int_{y_{ABCD}-b}^a \int_{-b}^b (1 + 2 \cos \gamma) \frac{\vec{r} \cos \beta}{\left| \vec{KP}_T \right|^2 \cos(\alpha)} dx dy, \quad (7)$$

де  $y_{ABCD}$  – параметр інтегрування(див. таблицю), (якщо  $z_0 = [-h, -h_1]$ , то  $y_{ABCD} = -a$ , якщо  $z_0 = [-h_1, 0]$ , то  $y_{ABCD} = a(h_1 + 2z_0)/h_1$ ).

Освітленість, створену в результаті багаторазового відбивання світла, обчислюємо інтегруванням по поверхні відбивання світла (коефіцієнт світловідбивання  $\rho$ ), за методом, запропонованим у праці [3], який адаптовано для СШ з похилою вхідною основою.

Світловий потік на виході з СШ визначаємо, інтегруючи по поверхні її нижньої основи, а тоді розрахуємо ефективність СШ у відсотках як відношення вихідного до вхідного світлових потоків.

За результатами обчислювального експерименту побудовано поверхні освітленості  $E$  (рис. 4 і 5), створеної прямим і відбитим світлом на нижній основі СШ для значень вихідних параметрів:  $L_z = 1$  (тобто освітленість вимірюється у відносних одиницях);  $h = 25$ ;  $h_1 = 17,5$ ;  $\rho = 0,5$  та  $a = b = 19$ ,  $a = b = 10$ ,  $a = b = 5$ . При збільшенні значень параметрів  $a$  і  $b$  максимальні значення освітленості зміщуються від центру нижньої основи СШ в сторону нижчої вертикальної грані  $ADD_1A_1$ , а також зростає внесок прямого світла в ефективність СШ.

Координати  $E_x, E_y, E_z$  світлового вектора в РГ

Грань СШ	Межі значень абсциси $x_0$ та ординати $y_0$ РГ	Ордината $z_0$ РГ	Розрахунок координат( $E_x, E_y, E_z$ ) світлового вектора в РГ	Параметр $y_{ABCD}$
$ADD_1A_1$	$x_0 \in [-b, b]$ та $y_0 = -a$	$z_0 = [-h, -h_1]$	(0; формула (7); 0)	$-a$
		$z_0 = -h_1$	(0; $-L_z(\pi/6+4/9)$ ; 0)	
$ABBA_1A_1$	$y_0 \in [-a, a]$ та $x_0 = -b$	$z_0 = [-h, -h_1]$	(формула (7); 0; 0)	$-a$
	$y_0 = y_{AB}$ та $x_0 = -b$	$z_0 = [-h_1, 0]$	(права частина формули (1); 0; 0)	$a(h_1 + 2z_0)$
	$y_0 \in (y_{AB}, a]$ та $x_0 = -b$		(формула (7); 0; 0)	
$BCC_1B_1$	$x_0 \in [-b, b]$ та $y_0 = -a$	$z_0 = [-h, h_1]$	(0; формула (7); 0)	$-a$
		$z_0 = [-h_1, 0]$	(0; формула (7); 0)	$a(h_1 + 2z_0)$
		$z_0 = 0$	(0; $L_z(\pi/6+4/9)$ ; 0)	
$CDD_1C_1$	$y_0 \in (-a, a)$ та $x_0 = b$	$z_0 = [-h, -h_1]$	(формула (7); 0; 0)	$-a$
	$y_0 = y_{AB}$ та $x_0 = b$	$z_0 = [-h_1, 0]$	(права частина формули (1); 0; 0)	$a(h_1 + 2z_0)$
	$y_0 \in (y_{AB}, a]$ та $x_0 = b$		(формула (7); 0; 0)	

Освітленість, створена відбитим світлом, в широких шахтах ( $a = b = 19$  – рис. 5, I) максимальна біля бічних граней, при звуженні шахти ( $a = b = 10$  – рис. 5, II) стає менш концентрованою біля граней і

при подальшому звуженні ( $a = b = 5$  –рис. 5, III) максимум освітленості наближається до середини нижньої основи СШ.

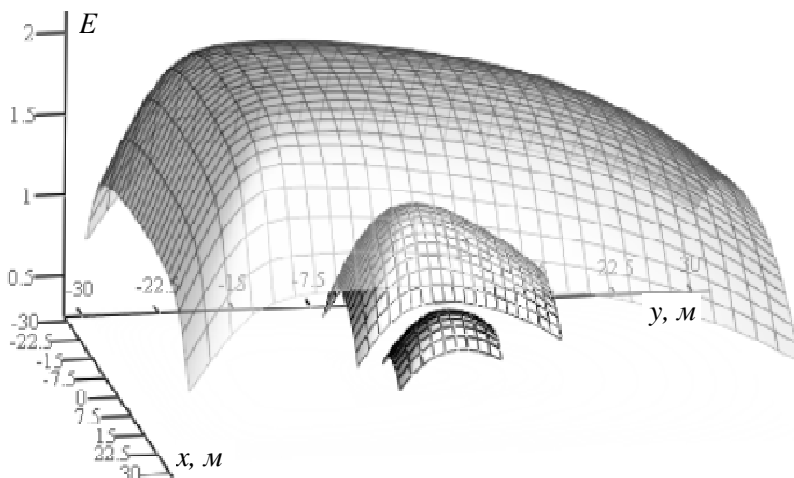


Рис. 4. Поверхні освітленості, створеної прямим світлом, вихідної основи при  $a = b = 19$ ,  $a = b = 10$ ,  $a = b = 5$  (відповідно верхня, середня та нижня поверхні)

На рисунку 6 показано криві залежності ефективності СШ (лінія 1), внеску в неї прямого світла (лінія 2), відбитого світла (лінія 3) від співвідношення параметрів  $h_1/h_2$  та відповідного цим параметрам кута  $\alpha$ . При збільшенні співвідношення  $h_1/h_2$  від 0,02 ( $h_1 = 0,05$ ;  $h_2 = 2,45$ ) до 49 ( $h_1 = 2,45$ ,  $h_2 = 0,05$ ) кут нахилу верхньої основи змінюється від  $0,38^\circ$  до  $17,9^\circ$ . При наближенні  $\alpha$  до 0 результати розрахунку збігаються з результатами для СШ у вигляді паралелепіпеда.

При збільшенні кута  $\alpha$  ефективність СШ зростає за рахунок вкладу прямого світла, при цьому вклад відбитого світла незначно зменшується від 9,4% до 8,0%.

**Розроблений і реалізований** в середовищі MathCAD спосіб дає можливість розраховувати ефективність СШ у вигляді паралелепіпеда з похилою верхньою основою і підбирати значення її параметрів, які відповідають максимальній ефективності шахти, а також порівнювати ефективність розглянутої СШ з ефективністю СШ інших форм і порцій.

Подальші дослідження можуть бути пов'язані із розробкою та реалізацією

лізацією способу моделювання освітленості в РТ під СШ.

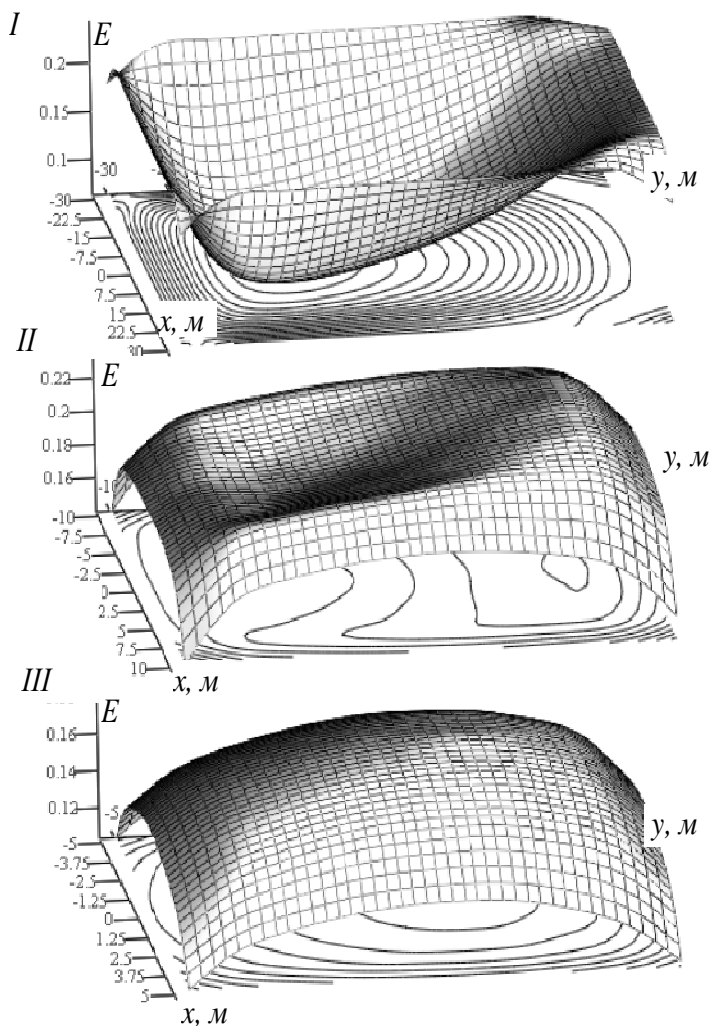


Рис. 5. Поверхніосвітленості, створеної відбитим світлом, на площині вихідної основи при  $a = b = 19$  - I,  $a = b = 10$  - II та  $a = b = 5$  - III



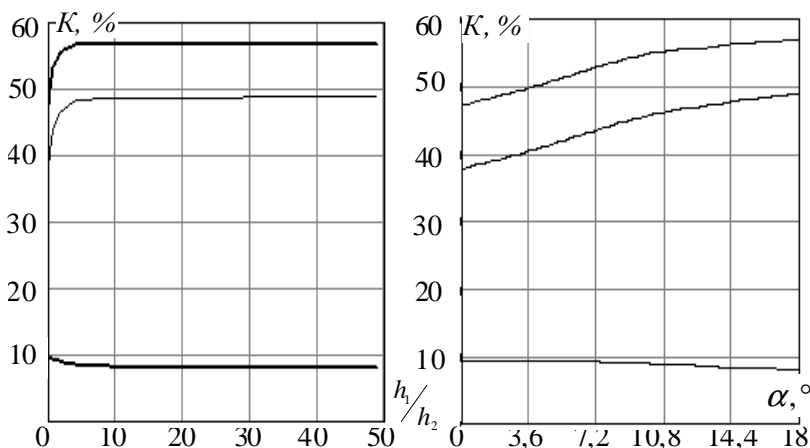


Рис. 6. Залежність ефективності СШ (лінія 1) та її складових від співвідношення параметрів  $h_1/h_2$  та кута  $\alpha$ : лінія 2 – створена прямим світлом; лінія 3 – створена відбитим світлом

1. Edward T. D. Daylighting Design in Libraries / T. D. Edward [Libris Design Project] San Francisco: 2005. – 23 p. Режим доступу до праці : <http://www.librisdesign.org/docs/LightingLibraries.pdf>.
2. Рекомендации по проектированию и устройству фонарей для естественного освещения помещений : МДС 31-8.2002: официальное издание / Центральный научно-исследовательский и проектно-экспериментальный институт промышленных зданий и сооружений. – М. : 2003. – 61 с.
3. Кундрат Т. М. Розрахунок освітленості від світлових шахт у вигляді паралелепіпеда з дифузним відбиванням світла їх поверхнями / Т. М. Кундрат, Є. В. Пугачов // Прикл. геом. та інж. графіка: міжвід. наук.-техн. зб. – К. : КНУБА, 2009. – Вип. 81. – С. 26–30.
4. Пугачов Є.В. Дискретне геометричне моделювання скалярних і векторних полів стосовно будівельної світлотехніки: дис. ... доктора техн. наук: 05.01.01 / Пугачов Євген Валентинович. – К., 2001. – 353 с.
5. Справочная книга по светотехнике / [Под ред. Ю. Б. Айзенберга]. – М. : Энергоатомиздат, 1983. – 472 с.

Рецензент: д. арх., професор Михайлишин О. Л. (НУВГП)

**Pugachov E. V., Doctor of Engineering, Professor, Kundrat T. M., Candidate of Engineering** (National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne)

**CALCULATION OF EFFICIENCY FOR LIGHT SHAFTS IN THE FORM OF A PARALLELEPIPED WITH BASIS INCLINE**

**The article is devoted to the method of calculation the efficiency for light shafts in the form of a parallelepiped with basis inclines, with diffuse reflection of light. The light source is the cloudy skymodel on the standard of the International Commission on Illumination.**

**Keywords:** light shaft, illumination, diffuse reflection, model of a cloudy sky.

---

**Пугачев Е. В., д.т.н., профессор, Кундрат Т. Н., к.т.н.**

(Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

### **РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОСТИ СВЕТОВЫХ ШАХТ В ВИДЕ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА С НАКЛОННЫМ ВХОДНЫМ ОСНОВАНИЕМ**

**В статье предлагается метод расчета эффективности световых шахт в виде параллелепипеда с наклонным входным основанием и диффузным отражением света от внутренних поверхностей. Источником света есть облачный небосвод по стандарту Международной комиссии по освещению.**

**Ключевые слова:** световая шахта, освещенность, диффузное отражение, модель облачного небосвода.

---