

**Кочкарьов Д. В., к.т.н., доцент, Бабич В. І., к.т.н., професор** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## **ПРОЕКТУВАННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРЯМОКУТНОГО ПРОФІЛЮ ЗА КОСОГО ЗГИНУ НА ОСНОВІ МЕТОДУ РОЗРАХУНКОВИХ ОПОРІВ ЗАЛІЗОБЕТОНУ**

Запропоновано інженерний метод розрахунку залізобетонних елементів за косого згинання. Приведено методологію розв'язування різних типів задач.

**Ключові слова:** косий згин, опір, залізобетонні згинальні елементи.

**Стан питання та задачі дослідження.** При дії згинальних моментів у двох взаємно перпендикулярних площинах, які проходять через центр ваги елемента, виникає стан косого згину. Епюри моментів у площині, як правило, не ідентичні. Співвідношення моментів у кожному перерізі визначає кут нахилу силової площини до осей симетрії, який може бути різним для перерізів по довжині елемента. за такого виду деформацій працюють більшість згинальних будівельних елементів. Розрахунок їх проводять за перерізом з найбільшим результируючим згинальним моментом або за декількома перерізами з різними моментами та різними кутами нахилу проекції силової площини.

Характерною особливістю роботи таких елементів є те, що нейтральна лінія перерізу не перпендикулярна до проекції силової площини у ньому. Прогин кожного перерізу перпендикулярний до осі мінімальної жорсткості, яка паралельна нейтральній лінії. Оскільки по довжині елемента кут нахилу нейтральної лінії змінюється, то лінія прогину елемента знаходиться у криволінійній поверхні.

В елементах прямокутного перерізу залежно від значення та співвідношення моментів у взаємно-перпендикулярних площинах можуть бути три форми стиснутої зони: трикутна, трапецеподібна та п'ятикутна. Напруги у матеріалах по площині стиснутої зони нерівномірні. Вони змінюються у площині, перпендикулярній до нейтральної осі, по криволінійному закону і однакові у площині, паралельній нейтральній лінії. Тому для описання напружено-деформованого стану перерізу за косого згину доцільно направити вісь у по нейтральній лінії, а вісь  $x$  – через найбільший напружений кут перерізу стиснутої зони (рис.1).

Системне дослідження елементів, які зазнають косого згинання, розпочав у середині минулого століття проф. Торяник М.С. [1]. Він не тільки досконало вивчив роботу таких елементів, а й створив Полтавську школу дослідників елементів за складних видів деформування, яка працювала під керівництвом проф. Вахненка П.Ф., а нині – проф. Павлікова А.М. Розроблені досконалі методики розрахунку за силовою та деформаційними моделями [2-4] та багато інших. Зважаючи на складність напружено-деформованого стану, всі методики складні, особливо при розрахунках за деформаційною моделлю.

Автори цієї статті на основі власних експериментальних даних і матеріалів інших дослідників розробляли методики розрахунків елементів за складних видів деформацій. Напружено-деформований стан балок, які зазнають косого згинання, визначали за таких умов:

- площини зовнішнього навантаження у двох взаємно-перпендикулярних напрямках проходять через осьову лінію елемента;
- рівнодіючі зусиль у бетоні та арматурі стиснутої та розтягнутої зон розміщені на проекції силової площини, що проходить через центр ваги перерізу;

- залежність між напругами та деформаціями бетону описується за однією із загальноприйнятих діаграм деформування, які відповідають критеріям реального деформування бетону;

- деформування арматури приймали за двохлінійною діаграмою;

- розподілення відносних деформацій матеріалів по висоті перерізу визначалось стадією роботи перерізу.

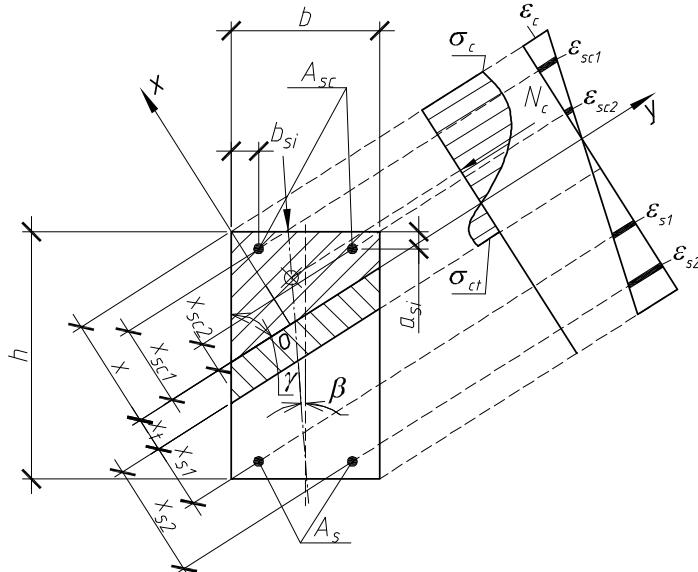


Рис. 1. Напружено-деформований стан перерізу за косого згину

Стосовно останньої вимоги слід відмітити, що в елементах, які зазнають косого згинання, треба виділяти, як і за плоского згину, такі стадії: робота без тріщин, утворення первинних і вторинних тріщин, робота перерізу між двома тріщинами, руйнування перерізу. На кожній із названих стадій розподілення деформацій матеріалів по висоті перерізу буде мати свій характер. При справедливості гіпотези лінійної зміни деформацій градієнт зміни для бетону та арматури стиснутої та розтягнутої зон може бути різним.

Рівняння рівноваги зусиль у перерізі при вибраній системі координат (рис. 1) матимуть вигляд:

$$\sum F_z = 0; \int_{A_c} \sigma_{cc} dA_c - \int_{A_{ct}} \sigma_{ct} dA_{ct} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} = 0; \quad (1)$$

$$\sum M_y = 0; \int_{A_c} \sigma_c x_e dA_c + \int_{A_{ct}} \sigma_{ct} x_{et} dA_{ct} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} x_{si} = M_h \sin \gamma + M_b \cos \gamma; \quad (2)$$

$$\sum M_x = 0; \int_{A_c} \sigma_c y_e dA_c + \int_{A_{ct}} \sigma_{ct} y_{et} dA_{ct} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} y_{si} = M_h \cos \gamma - M_b \sin \gamma. \quad (3)$$

Обчислення інтегральних складових формул (1-3) можна здійснювати безпосереднім інтегруванням по відповідних формах стиснутої та розтягнутої зон, приймаючи відповідну діаграму деформування бетону. Можна інтегральні вирази замінити алгебраїчною сумою зусиль в елементарних площинках. Для цього площині стиснутого та розтягнутого бетону ділять на ділянки площинами, паралельними до осей  $x$  і  $y$ . Напруги у бетоні кожної ділянки приймають рівномірними, значення яких визначають з урахуванням гіпотези плоских перерізів і діаграми стану бетону. Ті площинки розтягнутого бетону, в яких деформації перевищують граничні, виключаються із розрахунку.

В обох випадках розрахунки дуже складні навіть за використання спеціальних комп'ютерних програм. Співставлення теоретичних і експериментальних параметрів показує, що навіть, досконалі методики на гарантують достатню точність розрахунків. Це може бути пов'язано з наявністю випадкових впливів: появи крученні, відхилення у положенні

арматурних стрижнів, викривлення осі елементів під навантаженням тощо. Все це важко врахувати у розрахункових програмах. Тому багатьма дослідниками ведуться пошуки простих інженерних рішень міцності, жорсткості та тріщиностійкості елементів за складних видів деформування.

**Мета дослідження.** Розробити просту методику розрахунку елементів за косого згину за першою та другою групами граничних станів, придатною для інженерних розрахунків, яка б з достатньою точністю описувала роботу таких елементів.

**Методика досліджень.** У розрахункових документах ряду країн приймається, що в елементах прямокутного перерізу зусилля, яке сприймає переріз при зміні кута нахилу проекції силової площини від 0 до  $90^\circ$ , обмежується певною кривою. Опишемо зміну несучої здатності за косого згину таким виразом (рис. 2)

$$\left(\frac{M_x}{M_h}\right)^a + \left(\frac{M_y}{M_b}\right)^a = 1, \quad (4)$$

де  $M_x, M_y$  – проекції розрахункового зусилля на осі  $x$  і  $y$  при заданому куті нахилу проекції силової площини;  $M_h, M_b$  – несуча здатність перерізу залізобетонного елемента при куті нахилу проекції силової площини  $0$  і  $90^\circ$ ,  $a$  – показник степеня, який залежить від класу бетону, процента армування, співвідношення, сторін елемента і може прийматись від 1 до 4.

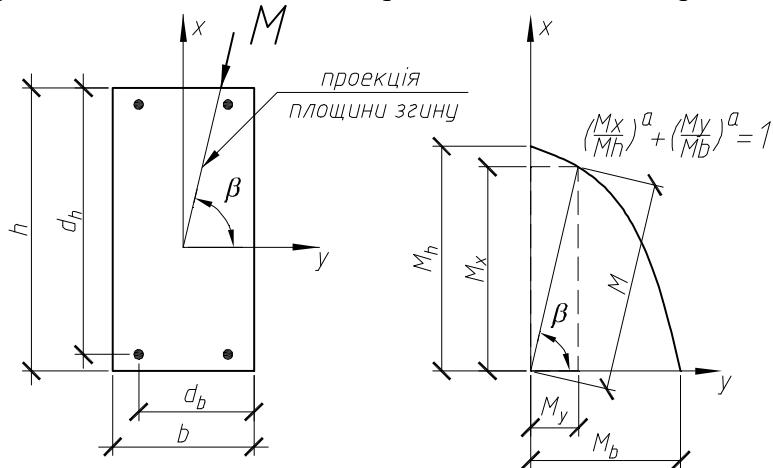


Рис. 2. Зміна несучої здатності елемента при косому згинанні

Використаємо метод розрахункових опорів залізобетону для розрахунку елементів, які зазнають косого згинання. У відповідності з положеннями методу [5] запишемо:

$$\frac{M_x}{W_{ch}} = \sigma_{z_{M,h}}; \frac{M_h}{W_{ch}} = f_{z_{M,h}}; \frac{M_y}{W_{cb}} = \sigma_{z_{M,b}}; \frac{M_b}{W_{cb}} = f_{z_{M,b}} \quad (5)$$

де  $W_{ch}, W_{cb}$  – моменти опору робочого перерізу у площині  $x$  і  $y$  відповідно  $W_{ch} = \frac{bd_h^2}{6}; W_{cb} = \frac{hd_b^2}{6}$ .

Тоді формула (4) з урахуванням (5) прийме вигляд

$$\left(\frac{\sigma_{z_{M,h}}}{f_{z_{M,h}}}\right)^a + \left(\frac{\sigma_{z_{M,b}}}{f_{z_{M,b}}}\right)^a = 1. \quad (6)$$

Стосовно умов застосування показника степеня  $a$  були проведені широкі теоретичні дослідження, котрі показали, що його значення суттєво залежить від процента армування перерізу і менше від інших факторів. у розрахунках доцільно притримуватись таких рекомендацій: при  $\rho_f=0.5\text{--}1.25\%$  приймати  $a=4$ , при  $\rho_f=1.26\text{--}1.5\%$  –  $a=3$ ; при  $\rho_f=1.51\text{--}2\%$  –  $a=2$ , а при більших значеннях відсотка армування показник степеня має бути рівним одиниці і навіть менше. Взагалі бажано продовжити вивчення умов його застосування особливо на

основі проведення спеціальних експериментальних досліджень.

Розрахунки несучої здатності значної кількості балок, випробуваних на косе згинання за формулою (6) показали добру збіжність розрахункових і експериментальних параметрів. Враховуючи це, простоту розрахунків і деяке перевищення експериментальних значень над розрахунковими, можна рекомендувати таку методику для інженерних розрахунків.

Ширину розкриття тріщин елементів, які зазнають косого згинання, обраховують за напругами у найбільш розтягнутій арматурі через деформації у ній. напруги цього стержня визначають за таблицею [5] від дії навантаження у кожній площині окремо, а результатуючі напруги приймають як суму

$$\sigma_{si} = \sigma_{si,b} + \sigma_{si,h}. \quad (7)$$

Прогини елементів за косого згину обчислюють за формулою

$$f = \sqrt{f_h + f_b}, \quad (8)$$

де  $f_h, f_b$  – прогини залізобетонного у площині, меншої та більшої жорсткостей перерізу від навантажень у відповідних площинах.

Значення цих прогинів знаходять за методом розрахункових опорів залізобетону при плоскому згині через кривину у перерізах [5]

$$\frac{1}{r_i} = \sum \varepsilon / d, \quad (9)$$

де  $\Sigma \varepsilon$  – сумарні відносні деформації бетону стиснутої грані та розтягнутої арматури перерізу. Усереднені кривини елемента у площині обчислюють за формулою Симпсонса.

**Результати досліджень.** Підсумовуючи викладене, подамо порядок розрахунку елементів за косого згину. Відмітимо, що у розрахунку міцності можливі дві задачі: визначення несучої здатності за відомого армування та обчислення необхідної площині перерізу арматури за вказаного зовнішнього зусилля.

#### 1. Задача перша.

1.1. Обчислюємо проценти армування перерізу у кожній площині  $\rho_{fb}$  і  $\rho_{fh}$ .

1.2. За таблицею розрахункових опорів залізобетону [5] знаходимо по відомих значеннях процентів армування розрахункові опори залізобетону  $f_{zMh}$  і  $f_{zMb}$ .

1.3. Розраховуємо значення  $M_h = f_{zMh} W_{c,h}$  і  $M_b = f_{zMb} W_{c,b}$ .

1.4. Обчислюємо  $M_y = M_x \operatorname{tg} \beta$  із формулі (4)

$$M_x = \frac{M_b M_h}{\sqrt{M_b^2 + M_h^2 \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (10)$$

1.5. Визначаємо несучу здатність елемента

$$M_x = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}.$$

#### 2. Задача друга

2.1. Обчислюємо  $M_x = M_x \sin \beta$  і  $M_y = M_y \cos \beta$ .

2.2. Розраховуємо напруги у залізобетоні у площині

$$\sigma_{zM,x} = \frac{M_x}{W_{ch}}; \quad \sigma_{zM,y} = \frac{M_y}{W_{cb}};$$

2.3. Із умови пропорційності напруг і розрахункових опорів у залізобетоні у площині

$$\frac{\sigma_{zM,x}}{\sigma_{zM,y}} = \frac{f_{zM,h}}{f_{zM,b}} \rightarrow \frac{\sigma_{zM,x}}{f_{zM,h}} = \frac{\sigma_{zM,y}}{f_{zM,b}}$$

отримуємо із формулі (6) значення розрахункових опорів залізобетону

$$f_{zM,h} = \frac{\sigma_{zM,x}}{\sqrt[4]{0,5}}; \quad f_{zM,b} = \frac{\sigma_{zM,y}}{\sqrt[4]{0,5}}.$$

2.4. За таблицями розрахункових опорів залізобетону [5] необхідні проценти армування  $\rho_{fb}$  і  $\rho_{fh}$ , а за ними потрібну арматуру, підбираючи її так, щоб кутові стрижні входили в арматуру горизонтального та вертикального напрямів.

3. Для обох типів задач.

3.1. Розраховуємо ширину розкриття тріщин за напругами в арматурі, отриманими по табл.2 [5] з урахуванням умови (7) і порівнюємо її з допустимою. норми проектування допускають виконувати розрахунок на обмеження розкриття тріщин, коли  $\sigma_{si} \leq \sigma_{smax}$ .

3.2. Визначаємо прогини елемента у кожній площині за дії відповідного зусилля, користуючись матеріалами [5]. Обчислюємо результатуючий прогин за формулою (8) і співставляємо його з допустимим.

**Висновки.**

1. Запропоновано простий інженерний метод розрахунку залізобетонних елементів, що зазнають косого згинання;
2. Показано можливість вирішення всіх типів задач, які необхідно вирішувати при проектуванні таких елементів.

1. Торяник М. С. Расчет железобетонных конструкций при сложных деформациях. / М. С. Торяник, П. Ф. Вахненко, Л. В. Фалеев, Л. И. Сердюк и др.; Под ред. М. С. Торяника. – М. : Стройиздат, 1974. – 297 с.
2. Вахненко, П. Ф. Про особливості деформування неармованого та армованого бетону / П. Ф. Вахненко, В. М. Кондель // Проблеми теорії і практики залізобетону: зб. наук. праць. – Полтава, 1997. – С. 77–80.
3. Павліков А. М., Бойко О. В. Міцність косозігнутих залізобетонних елементів за умови дволінійної роботи бетону та арматури // Будівельні конструкції. – К. : НДІБК, 2007. – Вип. 67. – С. 263–270.
4. Павліков А. М., Бойко О. В. Розрахунок міцності косозігнутих балок на основі дволінійних діаграм стану матеріалів // Будівельні конструкції. – К. : НДІБК, 2006. – Вип. 65. – С. 172–178.
5. Кочкар'єв Д. В., Бабич В. І. Теорія і практика розрахунку залізобетонних згинальних елементів за граничними станами першої та другої груп на основі загальної деформаційної моделі // Бетон и железобетон в Украине. – 2012. – № 3. – С. 7–14.

Рецензент: д.т.н., професор Ткачук О. А. (НУВГП)

**Kochkarov D. V., Candidate of Engineering, Associate Professor, Babych V. I., Candidate of Engineering, Professor** (National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne)

**DESIGN OF CONCRETE ELEMENTS RECTANGULAR SECTION AT OBLIQUE BENDING ON THE BASIS OF THE METHOD THE DESIGN RESISTANCE CONCRETE**

Developed engineering method of calculation of reinforced concrete elements for oblique bending. Drive methodology solutions for various types of tasks.

**Keywords:** oblique bending, resistance, reinforced concrete bent elements.

**Кочкарёв Д. В., к.т.н., доц., Бабич В. И., к.т.н., профессор** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ НА ОСНОВАНИИ МЕТОДА РАСЧЕТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА**

Предложено инженерный метод расчета железобетонных элементов при косом изгибе. Приводится методология решения разных типов задач.

**Ключевые слова:** косой изгиб, сопротивление, железобетонные изгибающие элементы