

УДК 534.29+539.5

Машенко В. А., к.ф.-м.н., доц. (Рівненський державний гуманітарний університет)

ВІДБИВАННЯ ТА ЗАЛОМЛЕННЯ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ НА МЕЖІ ПРУЖНИХ СЕРЕДОВИЩ З ВІД'ЄМНИМ КОЕФІЦІЄНТОМ ПУАССОНА

Розглянуто відбивання, збудження та трансформація поздовжніх і поперечних акустичних хвиль на межі однорідних пружних середовищ одне з яких володіє від'ємним коефіцієнтом Пуассона. Показана можливість керування кутами перетворенням типів хвиль при відбиванні і кутами заломлення, а також коефіцієнтами відбивання, трансформації та збудження хвиль в залежності від фізичних параметрів контактуючих середовищ.

Ключові слова: акустичні хвилі, від'ємний коефіцієнт Пуассона.

Вступ. При падінні плоскої акустичної хвилі на межу поділу ізотропних пружних середовищ, в загальному випадку, виникають дві хвилі: поздовжня (l) і поперечна (t) по різні сторони від межі [1]. Розподіл енергії між падаючою хвилею, відбитими та трансформованими хвилями визначається тільки коефіцієнтом Пуассона (ν) середовищ поширення та кутом падіння хвилі. При відсутності дисипації енергії має місце регулярне відбивання при якому коефіцієнти відбивання, збудження та трансформації не залежать від частоти.

Детальні теоретичні та експериментальні дослідження процесів відбивання та заломлення пружних хвиль на межі твердих тіл проведені в діапазоні додатних значень коефіцієнта Пуассона і не розглядають випадки $\nu < 0$. Так в роботі [2] подані значення коефіцієнтів відбивання від границі поділу двох пружних півпросторів для різних значень кутів падіння і співвідношення параметрів середовищ. Графіки кутових залежностей коефіцієнтів відбивання збудження та трансформації наведені в роботі [3].

На сьогоднішній день відомо цілий клас матеріалів з від'ємним коефіцієнтом Пуассона [4], однак дослідження процесів відбивання та заломлення від поверхні таких матеріалів ще не проводились. Метою роботи є розрахунок коефіцієнтів відбивання, збудження та трансформації акустичних хвиль при падінні на межу поділу пружних півпросторів, причому один з яких володіє від'ємним коефіцієнтом Пуассона в залежності від кута падіння та фізичних параметрів контактуючих середовищ.

Постановка задачі. Плоска монохроматична пружна хвиля, хвильовий вектор якої лежить в площині xz , в однорідному пружному середовищі може бути представлена двома скалярними функціями координат без врахування фазового множника $\exp(i(\xi x - \omega t))$, де ξ – горизонтальна компонента відповідного хвильового вектора поздовжньої (k_l) та поперечної (k_t) хвиль, ω – циклічна частота.

Розглянемо плоску межу $z = 0$, що розділяє два середовища „1” ($z > 0$) і „2” ($z < 0$), в яких швидкості поширення поздовжньої (ν_l), поперечної хвиль і щільність (ρ), відповідно, рівні ν_{l1} , ν_{t1} , ρ_1 , та ν_{l2} , ν_{t2} , ρ_2 .

У верхньому середовищі потенціали пружних хвиль визначимо наступним чином:

$$\begin{aligned}\varphi(x, z) &= \varphi_1 e^{i\alpha_1 z} + \varphi_2 e^{-i\alpha_1 z}, \\ \psi(x, z) &= \psi_1 e^{i\beta_1 z} + \psi_2 e^{-i\beta_1 z},\end{aligned}\quad (1)$$

де $\alpha_1 = \sqrt{k_{l1}^2 - \xi^2}$, $k_{l1} = \omega/\nu_{l1}$, $\text{Im}\alpha_1 \geq 0$; $\beta_1 = \sqrt{k_{t1}^2 - \xi^2}$, $k_{t1} = \omega/\nu_{t1}$, $\text{Im}\beta_1 \geq 0$

У нижньому середовищі потенціали пружних хвиль мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi}(x, z) &= \tilde{\varphi}_1 e^{i\alpha_2 z} + \tilde{\varphi}_2 e^{-i\alpha_2 z}, \\ \tilde{\psi}(x, z) &= \tilde{\psi}_1 e^{i\beta_2 z} + \tilde{\psi}_2 e^{-i\beta_2 z},\end{aligned}\quad (2)$$

де $\alpha_2 = \sqrt{k_{t2}^2 - \xi^2}$, $k_{t2} = \omega/v_{t2}$, $\text{Im}\alpha_2 \geq 0$; $\beta_2 = \sqrt{k_{t2}^2 - \xi^2}$, $k_{t2} = \omega/v_{t2}$, $\text{Im}\beta_2 \geq 0$.

Величини ξ , α_1 , β_1 , α_2 , β_2 визначаються через кути падіння відповідно поздовжньої (θ_{11}) та поперечної (θ_{t1}) хвиль та хвильові числа, причому на межі виконується закон Снеліуса [1] (рис. 1) $k_{11} \sin \theta_{11} = k_{t1} \sin \theta_{t1} = k_{12} \sin \theta_{12} = k_{t2} \sin \theta_{t2}$:

$$\xi = k_{11} \sin \theta_{11} = k_{t1} \sin \theta_{t1}, \alpha_1 = k_{11} \cos \theta_{11} = \sqrt{k_{11}^2 - k_{t1}^2 \sin^2 \theta_{t1}},$$

$$\beta_1 = k_{t1} \cos \theta_{t1} = \sqrt{k_{t1}^2 - k_{11}^2 \sin^2 \theta_{11}}, \alpha_2 = \sqrt{k_{t2}^2 - k_{11}^2 \sin^2 \theta_{11}} = \sqrt{k_{t2}^2 - k_{11}^2 \sin^2 \theta_{11}},$$

$$\beta_2 = \sqrt{k_{t2}^2 - k_{11}^2 \sin^2 \theta_{11}} = \sqrt{k_{t2}^2 - k_{11}^2 \sin^2 \theta_{11}}.$$

Із принципу суперпозиції слідує, що амплітуди $\varphi_1, \psi_1, \tilde{\varphi}_1, \tilde{\psi}_1$ хвиль, що поширюються від межі поділу півпросторів, лінійно пов'язані з амплітудами падаючих на межу хвиль [5]:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \psi_1 \\ \tilde{\varphi}_1 \\ \tilde{\psi}_1 \end{pmatrix} = \hat{S} \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ \psi_2 \\ \tilde{\varphi}_2 \\ \tilde{\psi}_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{S} = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{t1} & \tilde{W}_{11} & \tilde{W}_{t1} \\ V_{t1} & V_{11} & \tilde{W}_{t1} & \tilde{W}_{11} \\ W_{11} & W_{t1} & \tilde{V}_{11} & \tilde{V}_{t1} \\ W_{t1} & W_{11} & \tilde{V}_{t1} & \tilde{V}_{11} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Рис. 1. Схема падіння хвиль поздовжньої хвилі (а) та поперечної хвилі (б) на межу поділу півпросторів

Компоненти матриці розсіювання \hat{S} (3) мають наступний фізичний зміст: V_{11} – коефіцієнт відбивання поздовжньої хвилі у верхньому середовищі при падінні поздовжньої хвилі $V_{11} = \varphi_1/\varphi_2$ (при $\varphi_2 = 1, \psi_2 = 0$), V_{t1} – коефіцієнт трансформації падаючої поздовжньої хвилі у поперечну хвилю у верхньому середовищі $V_{t1} = \psi_1/\varphi_2$ (при $\varphi_2 = 1, \psi_2 = 0$), W_{11} – коефіцієнт збудження поздовжньої хвилі у нижньому середовищі при падаючій поздовжній хвилі із верхнього середовища $W_{11} = \tilde{\varphi}_1/\varphi_2$ (при $\varphi_2 = 1, \psi_2 = 0$) W_{t1} – коефіцієнт збудження поперечної хвилі в нижньому середовищі при падаючій поздовжньої хвилі із верхнього середовища $W_{t1} = \tilde{\psi}_1/\varphi_2$ (при $\varphi_2 = 1, \psi_2 = 0$); V_{t1} – коефіцієнт відбивання поперечної при падінні поперечної хвилі у верхньому середовищі $V_{t1} = \psi_1/\psi_2$ (при $\psi_2 = 1, \varphi_2 = 0$), V_{11} – коефіцієнт трансформації падаючої поперечної хвилі у поздовжню хвилю у верхньому середовищі $V_{11} = \varphi_1/\psi_2$ (при $\psi_2 = 1, \varphi_2 = 0$); W_{11} – коефіцієнт збудження поздовжньої хвилі у нижньому середовищі при падаючій поперечній хвилі із верхнього середовища $W_{11} = \tilde{\varphi}_1/\psi_2$ (при $\psi_2 = 1, \varphi_2 = 0$); W_{t1} – коефіцієнт збудження поперечної хвилі у нижньому середовищі при падінні поперечної хвилі із верхнього середовища $W_{t1} = \tilde{\psi}_1/\psi_2$ (при $\psi_2 = 1, \varphi_2 = 0$) (тількию позначені аналогічні коефіцієнти при падінні хвилі із нижнього середовища).

Вид матриці розсіювання визначається граничними умовами на межі поділу: рівність компонент горизонтальних зміщень, рівність компонент вертикальних зміщень, рівність нормальних компонент напруг, рівність дотичних компонент напруг.

Елементи матриці розсіювання, як коефіцієнти відбивання, збудження та трансформації, при падінні плоских хвиль на межу поділу півпросторів визначаються наступним чином [5]:

$$V_{II} = (A_1^2 - \beta_1 \alpha_1^{-1} A_2^2 + \alpha_2 \beta_2^{-1} (B_1^2 + \beta_1 \alpha_1^{-1} B_2^2)) - m (\alpha_2 \alpha_1^{-1} - \beta_2 \beta_1^{-1}) (k_{I2}^2 / 2\xi^2)^2 \Delta^{-1}$$

$$V_{II} = (A_1^2 - \beta_1 \alpha_1^{-1} A_2^2 + \alpha_2 \beta_2^{-1} (B_1^2 - \beta_1 \alpha_1^{-1} B_2^2)) + m (\alpha_2 \alpha_1^{-1} - \beta_2 \beta_1^{-1}) (k_{I2}^2 / 2\xi^2)^2 \Delta^{-1} \quad V_{II} = -2(A_1 A_2 + \alpha_2 \beta_2^{-1} B_1 B_2) \Delta^{-1};$$

$$V_{II} = -\beta_1 \alpha_1^{-1} V_{II}; \quad (4)$$

$$W_{II} = k_{I2}^2 \xi^{-2} (A_1 - B_2) \Delta^{-1}; \quad W_{II} = k_{I2}^2 \xi^{-2} (A_2 + \alpha_2 \beta_2^{-1} B_1) \Delta^{-1};$$

$$W_{II} = k_{I2}^2 \xi^{-2} (A_1 - \alpha_2 \alpha_1^{-1} \beta_1 \beta_2^{-1} B_2) \Delta^{-1}; \quad W_{II} = -k_{I2}^2 \xi^{-2} (\beta_1 \alpha_1^{-1} A_2 + B_1) \Delta^{-1},$$

де $A_1 = n^2 - m\gamma_2 \xi^{-1}$; $A_2 = (n^2 \gamma_1 - m\gamma_2) \beta_1^{-1}$; $B_1 = (n^2 - m) \beta_1 \xi^{-1}$; $B_2 = (n^2 \gamma_1 \xi^{-1} - m) \beta_2 \beta_1^{-1}$; $m = \rho_2 / \rho_1$; $n = v_{II} / v_{I2}$;

$$\gamma_1 = -\frac{k_{II} \cos 2\theta_{II}}{2 \sin \theta_{II}} = \frac{2k_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - k_{II}^2}{2k_{II} \sin \theta_{II}}; \quad \gamma_2 = \frac{2k_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - k_{II}^2}{2k_{II} \sin \theta_{II}} = \frac{2k_{II}^2 \sin^2 \theta_{II} - k_{II}^2}{2k_{II} \sin \theta_{II}};$$

$$\Delta = A_1^2 + \beta_1 \alpha_1^{-1} A_2^2 + \alpha_2 \beta_2^{-1} (B_1^2 + \beta_1 \alpha_1^{-1} B_2^2) + m (\alpha_2 \alpha_1^{-1} + \beta_2 \beta_1^{-1}) (k_{I2}^2 / 2\xi^2)^2.$$

Результати та їх обговорення. Теоретичні розрахунки елементів матриці \hat{S} за співвідношеннями (4) будемо проводити для двох випадків задачі падіння плоскої хвилі (поздовжньої, поперечної) із середовища з $v > 0$ на межу середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона та навпаки – із середовища з $v < 0$ на межу середовища з додатнім коефіцієнтом Пуассона.

Коефіцієнт Пуассона при відомих швидкостях поширення акустичних хвиль визначається за співвідношенням [6]:

$$v = \frac{2 - (v_l / v_t)^2}{2(1 - (v_l / v_t)^2)}. \quad (5)$$

В якості середовища з коефіцієнтом Пуассона $v > 0$ візьмемо полімер – поліметилметакрилат (ПММК) ($v = 0,35$; $v_l = 2320$ м/с; $v_t = 1100$ м/с; $\rho = 1180$ кг/м³). Модельними середовищами з $v < 0$ є реальний геоматеріал – пісковик Weber [7] та полімер – термопластичний поліуретан (ТПУ) і металонаповнені (W, Mo) композиції на його основі [8], коефіцієнт Пуассона яких змінюється в досить широких межах. Параметри середовищ з $v < 0$ представлені в табл. 1.

Таблиця 1

Параметри середовищ з від'ємним коефіцієнтом Пуассона

Середовище	Матеріал	ν	v_l , м/с	v_t , м/с	ρ , кг/м ³	$\rho v_l \cdot 10^{-6}$, кг/(м ² ·с)	$\rho v_t \cdot 10^{-6}$, кг/(м ² ·с)
1	Пісковик Weber	- 0,09	2450	1800	2151	5,27	3,87
2	ТПУ+W	- 0,24	1775	1370	9888	17,55	13,55
3	ТПУ+Mo	- 0,39	1755	1405	4603	8,08	6,47
4	ТПУ	- 1	1635	1415	1107	1,81	1,56

Розрахунки коефіцієнтів відбивання V_{II} , трансформації V_{II} та коефіцієнтів збудження W_{II} , W_{II} від кута падіння поздовжньої хвилі із ПММК на межу середовищ 1 – 4 представлені на рис. 2.

Аналіз отриманих залежностей вказує на наявність критичного кута ($\theta_{lкр.}$) для середовища 1 при якому відбита, трансформована і заломленні хвилі стають неоднорідними. При $v_{I1} < v_{I2}$ і $\theta_{I1} = \theta_{lкр.}$ критичний кут визначається із умови $\alpha_2 = 0$ за співвідношенням:

$$\theta_{lкр.} = \arcsin (v_{I1} / v_{I2}). \quad (6)$$

Значення величин V_{II} , W_{II} крім кута падіння визначаються акустичним жорсткостями ($\rho_2 v_{I2}$) середовищ з $v < 0$ (табл. 1). При нормальному падінні хвилі величина V_{II} зростає із збільшенням величини акустичної жорсткості середовищ в ряді 2, 3, 1, 4, а величина W_{II} , відповідно, спадає із зменшенням акустичної жорсткості в ряді середовищ 4, 1, 3, 2.

Значення мінімумів величини V_{lt} рис. 2 а при трансформації поперечної хвилі визначається акустичною жорсткістю для поперечної хвилі середовищ з $\nu < 0$ і зменшується в ряді 4, 1, 3, 2.

Розрахунки коефіцієнтів відбивання V_{tt} , трансформації V_{ll} та коефіцієнтів збудження W_{tt} , W_{ll} від кута падіння поперечної хвилі із ПММК на межу середовищ 1 – 4 представлені на рис. 3.

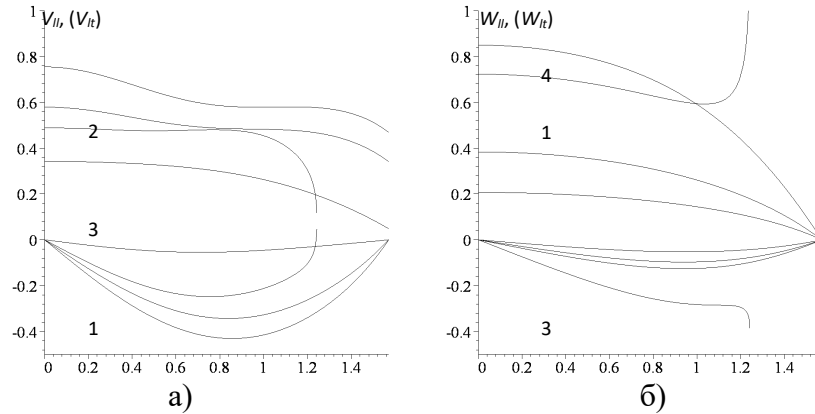


Рис. 2. Залежність коефіцієнтів $V_{ll}(1, 2, 3, 4)$, $V_{lt}(1', 2', 3', 4')$ а) та $W_{ll}(1, 2, 3, 4)$, $W_{lt}(1', 2', 3', 4')$ б) від кута падіння поздовжньої хвилі на межу середовищ 1 – 4

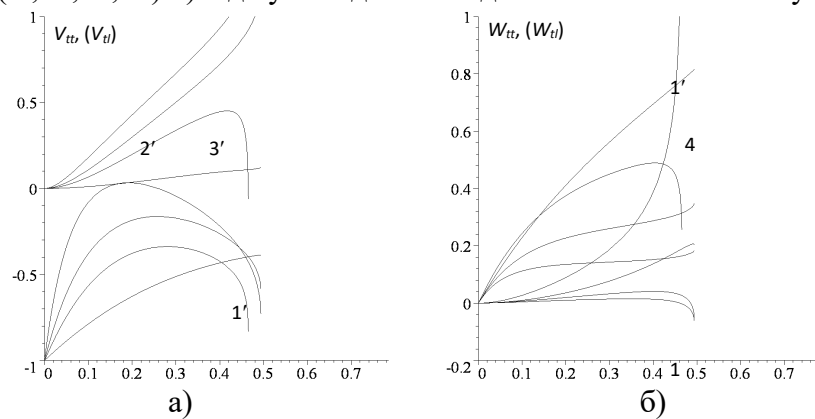


Рис. 3. Залежність коефіцієнтів $V_{tt}(1, 2, 3, 4)$, $V_{lt}(1', 2', 3', 4')$ а) та $W_{tt}(1, 2, 3, 4)$, $W_{lt}(1', 2', 3', 4')$ б) від кута падіння поперечної хвилі на межу середовищ 1 – 4

Характерною особливістю отриманих залежностей є наявність критичного кута ($\theta_{t\text{кр.}}$) для всіх середовищ. При $\nu_{l1} < \nu_{l2}$ критичний кут визначається за співвідношенням:

$$\theta_{t\text{кр.}} = \arcsin(\nu_{t1}/\nu_{t2}), \quad (7)$$

а при $\nu_{l1} > \nu_{l2}$, відповідно, за наступним співвідношенням:

$$\theta_{t\text{кр.}} = \arcsin(\nu_{t1}/\nu_{l1}). \quad (8)$$

Для задачі падінні поздовжньої (поперечної) хвилі із середовищ 1 – 4 на межу ПММК значення елементів матриці розсіювання представлені, відповідно, на рис 4 та рис. 5.

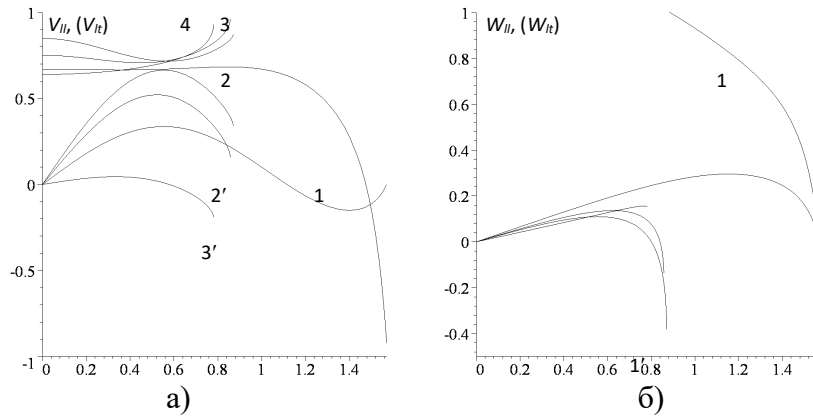


Рис. 4. Залежність коефіцієнтів $V_{||}(1, 2, 3, 4)$, $V_{||}(1', 2', 3', 4')$ а) та $W_{||}(1)$, $W_{||}(1', 2', 3', 4')$ б) від кута падіння поздовжньої хвилі із середовищ 1 – 4

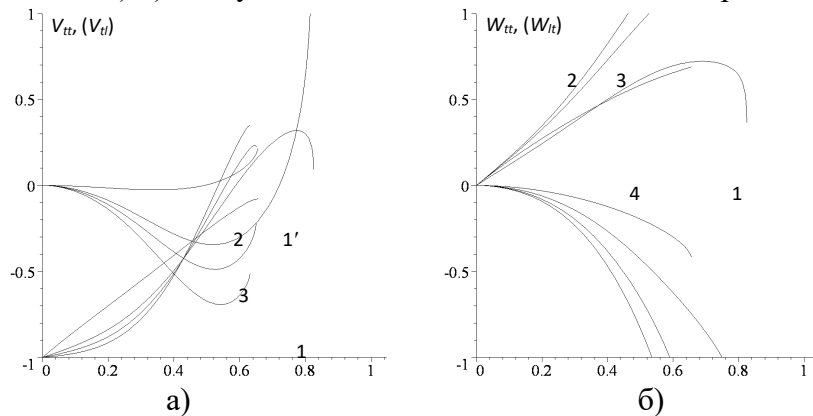


Рис. 5. Залежність коефіцієнтів $V_{||}(1, 2, 3, 4)$, $V_{||}(1', 2', 3', 4')$ а) та $W_{||}(1, 2, 3, 4)$, $W_{||}(1', 2', 3', 4')$ б) від кута падіння поперечної хвилі із середовищ 1 – 4

Значення критичних кутів для величин $V_{||}$, V_{\perp} , W_{\perp} при падінні поздовжньої хвилі із середовищ 2 – 4 визначаються за співвідношенням (6), відповідно, для середовища 1 критичний кут відсутній $v_{11} > v_{12}$, а $\alpha_2 > 0$ при всіх можливих значеннях. Розрахунок величин $W_{||}$ для середовищ 2 – 4 при всіх можливих кутах падіння θ_{11} показує, що їх значення більші за одиницю. В такому випадку, згідно закону збереження енергії, збудження поздовжніх хвиль у нижньому середовищі неможливе. Для середовища 1 $W_{||} = 1$ при $\theta_{11} = 0,88$ рад, і при збільшенні кута падіння до $\pi/2$ величина $W_{||}$ монотонно спадає до нуля рис. 4 б.

При падінні поперечної хвилі із середовищ з від'ємним коефіцієнтом Пуассона на межу ПММК характерно як наявність критичних кутів при яких відбита, трансформована і заломлені хвилі стають неоднорідними, так і обмеження по величині значень V_{\perp} , W_{\perp} , $W_{||}$ в інтервалі від -1 до 1 для середовищ 1 – 3. Значення критичних кутів визначається співвідношенням (7) за умови $v_{11} < v_{12}$, та співвідношенням (8) – $v_{11} > v_{12}$.

Значення мінімумів для величин V_{\perp} , кутових коефіцієнтів, що визначають зростання величин V_{\perp} , W_{\perp} , та спадання $-W_{||}$ залежить від акустичних жорсткостей для поперечної (поздовжньої) хвилі середовищ з $v < 0$ і змінюється в ряді 2, 3, 1, 4 і навпаки.

Висновки. Характер кутових залежностей коефіцієнтів відбивання, трансформації та збудження при падінні акустичної хвилі на межу поділу залежить від величини коефіцієнта Пуассона та акустичних жорсткостей контактуючих середовищ, при цьому існують суттєві відмінності при падінні хвилі на поверхню середовища з від'ємним коефіцієнтом Пуассона у порівнянні із середовищем де величина $v > 0$. Критичні кути, при яких відбиті та заломлені хвилі стають неоднорідним, залежать від співвідношень швидкостей поширення поздовжніх поперечних хвиль в контактуючих середовищах.

1. Физическая акустика / Под. ред. У. Мезон. Т. I. – М. : Мир, 1966. – 592 с.
2. Scholte J.G.J. The range of existence of Rayleigh and Stoneley waves / J.G.J. Scholte // Monthly Notices Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl. – 1947. – V. 5. – N. 3. – P. 120–126.
3. Yonug G. B. A computer program for the application of Zoeppritz's amplitude equations and Knott's energy equations / G. B. Yonug, L. W. Braile // Bull. Seismol. Soc. Amer. – 1976. – V. 66. – N. 6. – P. 1881–1885.
4. Конёк Д. А. / Материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона (обзор) / Д. А. Конёк, К. В. Войцеховски, Ю. М. Плескачевский, С. В. Шилько // Механика композитных материалов и конструкций (Москва). – 2004. – Т. 10.– № 1.– С. 35–69.
5. Бреховских Л. М. Акустика слоистых сред / Л. М. Бреховских, О. А. Годин. – М. : Наука, 1989. – 416 с.
6. Ландау Л. Д. Теория упругости / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Наука, 1985. – 245 с.
7. Мащенко В. А. Дослідження особливостей деформації неідеально-пружних гірських порід / В. А. Мащенко, І. О. Садовенко // Науковий вісник НГУ. – Дніпропетровськ, 2014. – № 6.– С. 80–86.
8. Мащенко В. А. Плоскі хвилі на вільній поверхні полімерного пружного тіла з від'ємним коефіцієнтом Пуассона / В. А. Мащенко, О. М. Волошин, Б. Б. Колупаєв, С. М. Іванішук // Фізика конденсованих високомолекулярних систем. Наукові записки Рівненського державного гуманітарного університету. – Вип. 9. – Рівне : РДГУ, 2002. – С. 36–38.

Рецензент: д.т.н., професор Хлапук М. М. (НУВГП)

Mashchenko V. A., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
(Rivne State Humanitarian University)

REFLECTION AND REFRACTION OF ACOUSTIC WAVES ON THE BOUNDARY OF AN ELASTIC MEDIUM WITH NEGATIVE POISSON'S RATIO

Reflection, excitement and transformation of longitudinal and transverse acoustic waves at the boundary of homogeneous elastic media is one of the public has a negative Poisson's ratio. The possibility of adjusting the angles conversions waves by reflection and refraction angles and four reflectance, transformation and excitation depending upon the physical parameters of the contacting media.

Keywords: acoustic waves, negative Poisson's ratio.

Мащенко В. А., к.ф.-м.н., доц. (Ровенский государственный гуманитарный университет)

ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ГРАНИ УПРУГИХ СРЕД С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТ ПУАССОНА

Рассмотрено отражение, возбуждение и трансформация продольных и поперечных акустических волн на границе однородных упругих сред одна из которых владеет отрицательным коэффициентом Пуассона. Показана возможность регулирования углами преобразования типов волн при отражении и углами преломления, а также четырьмя коэффициента отражения, трансформации преобразования и возбуждения в зависимости от физических параметров контактирующих сред.

Ключевые слова: акустические волны, отрицательный коэффициент Пуассона.