

УДК 627.324.2/3:532.546:532.72

Власюк А. П.¹, д.т.н., професор, Жуковська Н. А.², ст. викладач ННІАКОТ

(¹Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана Дем'янука, м. Рівне, ²Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ГРУНТОВОГО МАСИВУ З ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ ПІД ВПЛИВОМ ТЕПЛО-МАСОПЕРЕНЕСЕННЯ РОЗЧИНЕНИХ У ФІЛЬТРАЦІЙНОМУ ПОТОЦІ РЕЧОВИН У ДВОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ

Розглянуто двовимірну задачу напружено-деформованого стану (НДС) фільтруючого ґрунтового масиву з вільною поверхнею під впливом тепло-масоперенесення. Знайдено чисельний розв'язок відповідної крайової задачі. Проведено серію чисельних експериментів та здійснено їх аналіз.

Ключові слова: напружено-деформований стан, зміщення, деформації, напруження, фільтруючий ґрунтовий масив, тепло-масоперенесення.

Під час проектування, будівництва та експлуатації гідротехнічних, енергетичних та цивільних споруд значної уваги вимагає дослідження напружено-деформованого стану (НДС) ґрунтового середовища, на який можуть впливати різноманітні фактори. Зміни НДС, спричинені ущільненням ґрунту, фільтрацією підземних вод, масоперенесенням розчинених речовин фільтраційними потоками (вимивання, розчинення порід різними потоками); фільтраційною консолідацією, нерівномірними температурними режимами, зміною поверхневих навантажень при наповненні або спорожненні водойм, переміщенням великого об'єму ґрунту під час відриву котловану, тунелів та ін., можуть призвести до трагічних наслідків.

Завдання дослідження зміщень, напружень та деформацій ґрунтових масивів має важливе значення в практиці будівництва. Знаючи НДС основи споруди, можна прогнозувати стійкість, надійність та безпеку експлуатації даного об'єкта.

В роботах багатьох вчених, а саме: В.А. Флорина, І.В. Сергієнка, В.В. Скопецького, В.С. Дейнеки, П.Л. Іванова, Ю.К. Зарецького, В.М. Ломбардо, Ю.І. Калюха, О.М.Трофимчука, З.Г. Тер-Мартиросяна, Т.В. Lambe [1-7] досліджено вплив гідрогеологічних умов на деформації ґрунтових середовищ. Зокрема, в роботах І.В.Сергієнка, В.В.Скопецького, В.С. Дейнеки досліджено НДС ґрунтових основ гідротехнічних споруд при наявності фільтрації ґрунтових вод та без неї, причому розглядалась фільтрація чистої води.

В роботах А.П. Власюка, М.Т. Кузла, Є.І. Катерини, І.А. Філатової [8, 9] проведено математичне моделювання та досліджено задачі НДС нескінченного шару ґрунту з врахуванням впливу масоперенесення при фільтрації сольових розчинів в одновимірному випадку та НДС ґрунтових масивів при наявності переносу солей фільтраційними потоками в ізотермічних умовах з врахуванням РГВ.

Однак, у всіх вищезгаданих роботах не враховано вплив тепло-масоперенесення розчинених у фільтраційному потоці речовин на деформаційні процеси ґрунтових середовищ з вільною поверхнею. Тому дане питання потребує більш детального вивчення, зокрема з використанням апарату математичного та комп'ютерного моделювання.

Метою даної роботи є постановка задачі та вдосконалення математичної моделі НДС фільтруючого ґрунтового масиву з вільною поверхнею під впливом тепло-масоперенесення в двовимірному випадку; розв'язання поставленої крайової задачі; отримання результатів чисельних експериментів та проведення їх аналізу.

Розглянемо задачу моделювання НДС ґрунтового масиву з вільною поверхнею прямокутної форми, що займає область $\Omega = \{(x, y) : 0 < x < l_1, 0 < y < l_2\}$ у двовимірному випадку (рис. 1).

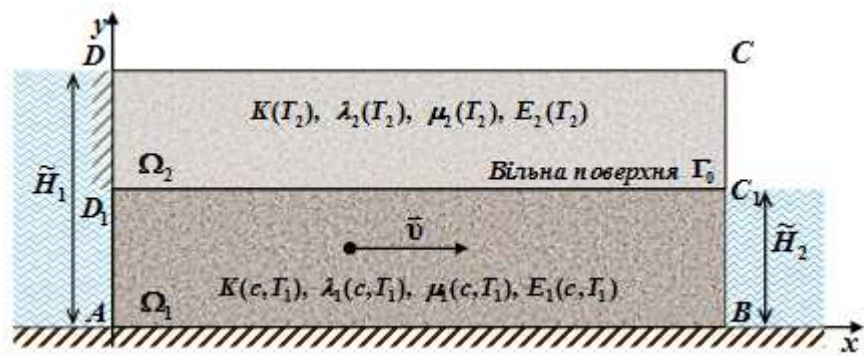


Рис. 1. Схема ґрунтового масиву з вільною поверхнею у двовимірному випадку

На рис. 1 введені такі позначення: Ω_1 – область повністю водонасиченого ґрунтового масиву; Ω_2 – область ґрунтового масиву в природному стані, $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$. Вільна поверхня ґрунтових вод Γ_0 знаходиться на рівні l_2^1 і вважається нерухомою.

Ґрунтовий масив розглядається в межах лінійної теорії пружності з різними параметрами Ламе $\lambda_i(c, T_i)$, $\mu_i(c, T_i)$, які залежать від концентрації сольового розчину та температури у водонасиченій області та температури у всій області дослідження. На ґрунт діють сила тяжіння, архімедова та фільтраційна сили.

Межа AB вважається теплоізолюваною та непроникною, CD – теплоізолюваною, а AD_1 , D_1D , BC_1 , C_1C – дренажами.

Задані значення п'єзометричних напорів \tilde{H}_1 , \tilde{H}_2 та температур \tilde{T}_1 та \tilde{T}_2 у лівому та правому водних басейнах на границях ґрунтового масиву AD_1 та BC_1 відповідно, причому $\tilde{H}_1 > \tilde{H}_2$, $\tilde{T}_1 > \tilde{T}_2$. У лівому водному басейні задано значення концентрації солей \tilde{C}_1 , а у правому – умову швидкого виносу солей. Під впливом градієнтів напорів, концентрації солей та температури відбувається перенесення розчинених у воді речовин та тепла фільтраційним потоком. При цьому процеси фільтрації розчинених у воді речовин та тепла підлягають відповідно законам Дарсі, Фіка та Фур'є.

Припускається, що вісутні зміщення нижньої (AB) та верхньої (CD) меж ґрунтового масиву, а також AB та CD вважаються теплоізолюваними і непроникними.

Потрібно розрахувати значення компонент вектора зміщень, нормальних та дотичних напружень та деформацій, а також розподіл поля напорів, концентрації солевих розчинів та температури в ґрунтовому масиві.

Математичну модель поставленої задачі в двовимірному випадку можна описати крайовою задачею на основі [1-15].

Система рівнянь рівноваги в формі Ламе для зміщень ґрунту з врахуванням тепло-масоперенесення розчинених у фільтраційному потоці речовин для масиву ґрунту, що знаходиться у водонасиченому та природному станах має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} & \mu_i(c, T_i) \Delta U_i + (\lambda_i(c, T_i) + \mu_i(c, T_i)) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial \lambda_i(c, T_i)}{\partial x} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial \mu_i(c, T_i)}{\partial x} \frac{\partial U_i}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial \mu_i(c, T_i)}{\partial y} \left(\frac{\partial U_i}{\partial y} + \frac{\partial V_i}{\partial x} \right) - \left(\left(2 \frac{\partial \lambda_i(c, T_i)}{\partial x} + 2 \frac{\partial \mu_i(c, T_i)}{\partial x} \right) T_i + (2\lambda_i(c, T_i) + 2\mu_i(c, T_i)) \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) \alpha_T = X_i, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mu_i(c, T_i) \Delta V_i + (\lambda_i(c, T_i) + \mu_i(c, T_i)) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial \lambda_i(c, T_i)}{\partial y} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial \mu_i(c, T_i)}{\partial y} \frac{\partial V_i}{\partial y} + \\ + \frac{\partial \mu_i(c, T_i)}{\partial x} \left(\frac{\partial U_i}{\partial y} + \frac{\partial V_i}{\partial x} \right) - \left(\left(2 \frac{\partial \lambda_i(c, T_i)}{\partial y} + 2 \frac{\partial \mu_i(c, T_i)}{\partial y} \right) T_i + (2\lambda_i(c, T_i) + 2\mu_i(c, T_i)) \frac{\partial T_i}{\partial y} \right) \alpha_T = Y_i, \\ \mathbf{X} \in \Omega_i, i = \overline{1, 2}, \end{aligned}$$

де компоненти масової сили обчислюються за формулами

$$X_i = \begin{cases} \frac{dp_1}{dx}, & i = 1, \\ 0, & i = 2, \end{cases} \quad Y_i = \begin{cases} \gamma_{zs} + \frac{dp_2}{dy}, & i = 1, \\ \gamma_{np}, & i = 2. \end{cases}, \quad (2)$$

Тут: $\mathbf{u}_i(\mathbf{X}) = (U_i(\mathbf{X}), V_i(\mathbf{X}))$ – вектор-функція зміщень, де $U_i(\mathbf{X})$ – зміщення вздовж осі Ox , $V_i(\mathbf{X})$ – зміщення вздовж осі Oy , $i = \overline{1, 2}$; $\mathbf{X} = (x, y)$ – точка; $\lambda_i(c, T_i)$, $\mu_i(c, T_i)$, $i = \overline{1, 2}$ – параметри Ламе, причому $\lambda_i(c, T_i) = \lambda_1(c, T_1)$, $\mu_i(c, T_i) = \mu_1(c, T_1)$ при $\mathbf{X} \in \Omega_1$, $i = 1$ та $\lambda_i(c, T_i) = \lambda_2(T_2)$, $\mu_i(c, T_i) = \mu_2(T_2)$ при $\mathbf{X} \in \Omega_2$, $i = 2$; $c(\mathbf{X}, t)$ – концентрація сольових розчинів; $T_i(\mathbf{X}, t)$, $i = \overline{1, 2}$ – температура; α_T – середній коефіцієнт лінійного теплового розширення в інтервалі температур (T_0, T) [14]; $p_1 = \gamma_p(h - x)$, $p_2 = \gamma_p(h - y)$ – фільтраційні тиски сольового розчину у водонасиченій області ґрунтового масиву; $h(\mathbf{X}, t)$ – п'єзометричний напір; γ_{zs} – питома вага ґрунту, що знаходиться в зваженому стані; γ_{np} – питома вага ґрунту, що знаходиться в природному стані; γ_p – питома вага рідини.

Рівняння конвективної дифузії при наявності тепло-масоперенесення для водонасиченого ґрунтового масиву має наступний вигляд:

$$\nabla \cdot (\mathbf{D}(c, T_1) \nabla c) - \mathbf{v} \nabla c - \gamma(c - C_m) + \nabla \cdot (\mathbf{D}_T \nabla T_1) = n_p \frac{\partial c}{\partial t}, \quad \mathbf{X} \in \Omega_1, t > 0, \quad (3)$$

де \mathbf{v} – вектор швидкості фільтрації; n_p – об'єм сольового розчину води в одиниці об'єму ґрунту; $\mathbf{D}(c, T_1)$ – коефіцієнт (тензор) конвективної дифузії; \mathbf{D}_T – коефіцієнт (тензор) термодифузії; t – час.

Рівняння конвективного теплоперенесення у всій області дослідження ґрунтового масиву має вигляд

$$\nabla \cdot (\lambda_T^{(0)} \nabla T_i) - \rho_i c_p^{(i)} \bar{\mathbf{v}} \nabla T_i = c_T^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad \mathbf{X} \in \Omega_i, i = \overline{1, 2}, t > 0, \quad (4)$$

де λ_T – коефіцієнт (тензор) ефективної теплопровідності вологого ґрунту; ρ – густина порового сольового розчину; c_p – питома теплоємність порового сольового розчину; c_T – об'ємна теплоємність ґрунту при сталому об'ємі; $\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{v}$ при $\mathbf{X} \in \Omega_1$ та $\bar{\mathbf{v}} = 0$ при $\mathbf{X} \in \Omega_2$.

Узагальнені рівняння фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах та рівняння нерозривності процесу у водонасиченій області ґрунтового масиву

$$\mathbf{v} = -\mathbf{K}(c, T_1) \nabla h + \mathbf{v}_c \nabla c + \mathbf{v}_T \nabla T_1, \quad \text{div } \mathbf{v} + \frac{\partial n_p}{\partial t} = 0, \quad \mathbf{X} \in \Omega_1, t > 0, \quad (5)$$

де $\mathbf{K}(c, T_1)$ – коефіцієнт (тензор) фільтрації, що залежить від концентрації сольового розчину та температури у водонасиченій області ґрунтового масиву; \mathbf{v}_c – коефіцієнт (тензор) хімічного осмосу, \mathbf{v}_T – коефіцієнт (тензор) термічного осмосу.

Питомий потік розчинених солей на випадок неізотермічних умов у водонасиченому ґрунтовому масиві

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{v} c - \mathbf{D}(c, T_1) \nabla c - \mathbf{D}_T \nabla T_1, \quad \mathbf{X} \in \Omega_1, t > 0. \quad (6)$$

Узагальнений закон Фур'є на випадок конвективного тепло-масоперенесення

$$\mathbf{q}_T^{(i)} = \rho_i c_p^{(i)} \bar{v} T_i - \lambda_T^{(i)} \nabla T_i, \quad \mathbf{X} \in \Omega_i, \quad i = \overline{1,2}, \quad t > 0. \quad (7)$$

Нормальні та дотичні деформації обчислюються за формулами

$$\varepsilon_x^{(i)} = \frac{\partial U_i}{\partial x}, \quad \varepsilon_y^{(i)} = \frac{\partial V_i}{\partial y}, \quad \varepsilon_{xy}^{(i)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial y} + \frac{\partial V_i}{\partial x} \right), \quad \mathbf{X} \in \Omega_i, \quad i = \overline{1,2}. \quad (8)$$

Нормальні та дотичні напруження мають наступний вигляд: [13]

$$\sigma_x^{(i)} = \frac{\theta}{1+\nu} (\varepsilon_x^{(i)} + \nu \varepsilon_y^{(i)}) - \alpha_T \bar{T}_i \theta, \quad \sigma_y^{(i)} = \frac{\theta}{1+\nu} (\varepsilon_y^{(i)} + \nu \varepsilon_x^{(i)}) - \alpha_T \bar{T}_i \theta, \quad \tau_{xy}^{(i)} = \frac{E_i(c, T_i)}{2(1+\nu)} \varepsilon_{xy}^{(i)}, \quad \mathbf{X} \in \Omega_i, \quad i = \overline{1,2}, \quad (9)$$

де $\theta = \frac{E_i(c, T_i)}{1-\nu}$, причому $E_i(c, T_i) = E_1(c, T_1)$ при $\mathbf{X} \in \Omega_1, i = 1$ та $E_i(c, T_i) = E_2(T_2)$ при $\mathbf{X} \in \Omega_2, i = 2$; ν – коефіцієнт Пуассона; $\bar{T}_i = T_i(\mathbf{X}, t) - T_i(\mathbf{X}, 0)$ – різниця температур в даний момент часу та в початковий момент часу в заданій точці.

Крайові умови на границях ґрунтового масиву та умови спряження ідеального контакту для зміщень та температури, а також крайові умови для п'єзометричного напору та концентрації солей мають вигляд

$$(\mathbf{v}, \mathbf{n})|_{AB} = 0, \quad h(\mathbf{X})|_{AD_1} = \tilde{H}_1(\mathbf{X}), \quad h(\mathbf{X})|_{BC_1} = \tilde{H}_2(\mathbf{X}), \quad \mathbf{X} \in \Omega_1, \quad (10)$$

$$(\mathbf{q}_c, \mathbf{n})|_{AB} = 0, \quad c(\mathbf{X}, t)|_{AD_1} = \tilde{C}_1(\mathbf{X}, t), \quad \left. \frac{\partial c(\mathbf{X}, t)}{\partial n} \right|_{BC_1} = 0, \quad \mathbf{X} \in \Omega_1, \quad t > 0, \quad (11)$$

$$(\mathbf{q}_T, \mathbf{n})|_{ABCD} = 0, \quad T_i(\mathbf{X}, t)|_{AD} = \tilde{T}_1(\mathbf{X}, t), \quad T_i(\mathbf{X}, t)|_{BC} = \tilde{T}_2(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Omega_i, \quad i = \overline{1,2}, \quad t > 0, \quad (12)$$

$$\mathbf{u}_1(\mathbf{X}) = 0, \quad \mathbf{X} \in AB, \quad \mathbf{u}_2(\mathbf{X}) = 0, \quad \mathbf{X} \in CD, \quad \sigma_n = 0, \quad \tau_s = 0, \quad \mathbf{X} \in AD \cup BC, \quad (13)$$

$$[T_i(\mathbf{X}, t)]|_{\Gamma_0} = 0, \quad [\mathbf{q}_T^{(i)}]|_{\Gamma_0} = 0, \quad \mathbf{X} \in \Gamma_0, \quad i = \overline{1,2}, \quad t > 0, \quad (14)$$

$$[u_n^{(i)}]|_{\Gamma_0} = [u_s^{(i)}]|_{\Gamma_0} = 0, \quad [\sigma_n^{(i)}]|_{\Gamma_0} = [\tau_s^{(i)}]|_{\Gamma_0} = 0, \quad \mathbf{X} \in \Gamma_0, \quad i = \overline{1,2}, \quad (15)$$

$$h(\mathbf{X}, 0) = \tilde{H}_0(\mathbf{X}), \quad c(\mathbf{X}, 0) = \tilde{C}_0(\mathbf{X}), \quad \mathbf{X} \in \Omega_1, \quad T(\mathbf{X}, 0) = \begin{cases} \tilde{T}_0^1(\mathbf{X}), & \mathbf{X} \in \Omega_1, \\ \tilde{T}_0^2(\mathbf{X}), & \mathbf{X} \in \Omega_2, \end{cases} \quad (16)$$

де $\tilde{H}_0(\mathbf{X}), \tilde{C}_0(\mathbf{X}), \tilde{T}_0^1(\mathbf{X}), \tilde{T}_0^2(\mathbf{X}), \tilde{H}_1(\mathbf{X}, t), \tilde{H}_2(\mathbf{X}, t), \tilde{C}_1(\mathbf{X}, t), \tilde{T}_1(\mathbf{X}, t), \tilde{T}_2(\mathbf{X}, t)$ – задані функції; \mathbf{n} – вектор напрямних косинусів зовнішньої нормалі до межі Γ ; $[\]$ – стрибок функції.

На вільній поверхні Γ_0 (депресійній кривій) функція $h(\mathbf{X}, t)$ задовольняє наступним умовам [16]:

$$h(\mathbf{X}, t)|_{\Gamma_0} = y, \quad (\mathbf{v}, \mathbf{n})|_{\Gamma_0} = n_p \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \varphi(\mathbf{X}, t) = (y - h(\mathbf{X}, t))|_{\Gamma_0} = 0, \quad \mathbf{X} \in \Gamma_0, \quad t > 0, \quad (17)$$

де співвідношення $\varphi(\mathbf{X}, t)$ описує вільну поверхню Γ_0 .

Для чисельного розв'язання задачі (1)-(17) використано метод скінченних різниць. Для цього область Ω покрили рівномірною сіткою $\bar{Q}^{(m_1, m_2, n_1)} = ([0; m_1 h_1] \times [0; m_2 h_2]) \times [0; n_1 \tau]$ з кроками h_1, h_2 та τ відповідно по змінних x, y та часу t , де m_1, m_2, n_1 – кількість кроків по просторових змінних та часу відповідно.

Для чисельного розв'язання системи рівнянь (1) використано ітераційний метод Гауса-Зейделя. В результаті отримано

$$\begin{aligned} U_{i,j_1,j_2}^{(z+1)} &= \bar{A}_1 U_{i,j_1+1,j_2}^{(z)} + \bar{B}_1 U_{i,j_1-1,j_2}^{(z+1)} + \bar{C}_1 U_{i,j_1,j_2+1}^{(z)} + \bar{D}_1 U_{i,j_1,j_2-1}^{(z+1)} + \bar{F}_1 (V_{i,j_1,j_2}^{(z)}, T_{i,j_1,j_2}^{(s)}), \\ V_{i,j_1,j_2}^{(z+1)} &= \bar{A}_2 V_{i,j_1+1,j_2}^{(z)} + \bar{B}_2 V_{i,j_1-1,j_2}^{(z+1)} + \bar{C}_2 V_{i,j_1,j_2+1}^{(z)} + \bar{D}_2 V_{i,j_1,j_2-1}^{(z+1)} + \bar{F}_2 (U_{i,j_1,j_2}^{(z+1)}, T_{i,j_1,j_2}^{(s)}), \end{aligned} \quad (18)$$

де $\bar{A}_1, \bar{B}_1, \bar{C}_1, \bar{D}_1, \bar{E}_1, \bar{G}_1, \bar{F}_1, \bar{A}_2, \bar{B}_2, \bar{C}_2, \bar{D}_2, \bar{E}_2, \bar{G}_2, \bar{F}_2, \bar{A}_3, \bar{B}_3, \bar{C}_3, \bar{D}_3, \bar{E}_3, \bar{G}_3, \bar{F}_3$ – деякі відомі коефіцієнти, z – номер ітерації.

$$\left| U_{i,j_1,j_2}^{(z+1)} - U_{i,j_1,j_2}^{(z)} \right| \leq \varepsilon, \quad \left| V_{i,j_1,j_2}^{(z+1)} - V_{i,j_1,j_2}^{(z)} \right| \leq \varepsilon,$$

де $j_1 = \overline{1, m_1 - 1}, j_2 = \overline{1, m_2 - 1}, s = \overline{0, n_1}, i = \overline{1, 2}$.

Скінченнорізницеві аналоги для нормальних та дотичних деформацій та напружень (8), (9) мають вигляд, аналогічний [11].

Для чисельного розв'язання задач (3) та (4) з додатковими умовами використано локально-одновимірний метод О.А.Самарського [17]. Значення концентрації сольових розчинів та температури знайдено методом прогонки.

Як приклад, розглянуто двовимірну задачу НДС фільтруючого ґрунтового масиву прямокутної форми довжиною $l_1 = 20$ м та товщиною $l_2 = 10$ м. Вільна поверхня знаходиться на глибині $l_2^1 = 5$ м.

Значення решти вхідних даних брались наступними:

$$n_p^{(1)} = 0,3, \quad n_p^{(2)} = 0,4, \quad \alpha_T^{(i)} = 1 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град}}, \quad \gamma_p = 1 \cdot 10^4 \frac{\text{Па}}{\text{м}}, \quad \gamma_{36} = 1,3 \cdot 10^4 \frac{\text{Па}}{\text{м}}, \quad \rho_i = 1100 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$c_T^{(i)} = 2,137 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{град}}, \quad c_p^{(i)} = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}, \quad D = 2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^2}{\text{доба}}, \quad D_T^{(i)} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{доба}},$$

$$\gamma = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ доба}^{-1}, \quad v_c = 2,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^{-5}}{\text{кг} \cdot \text{доба}}, \quad v_T = 2,8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{град} \cdot \text{доба}},$$

$$\lambda_T^{(i)} = 108 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{град} \cdot \text{доба}}, \quad \tilde{T}_1(\mathbf{X}, t) = 30^\circ \text{C}, \quad \tilde{T}_2(\mathbf{X}, t) = 15^\circ \text{C}, \quad \tilde{H}_1(\mathbf{X}, t) = 10 \text{ м},$$

$$\tilde{H}_2(\mathbf{X}, t) = 1 \text{ м}, \quad \tilde{C}_1(\mathbf{X}, t) = C_m = 350 \frac{\text{г}}{\text{літр}}, \quad \tilde{C}_2(\mathbf{X}, t) = 8 \frac{\text{г}}{\text{літр}}, \quad \tilde{C}_0(\mathbf{X}, t) = 8 \frac{\text{г}}{\text{літр}},$$

$$\tilde{T}_0^{(i)}(\mathbf{X}, t) = 5^\circ \text{C}, \quad i = \overline{1, 2}.$$

Залежності коефіцієнтів Ламе, модуля Юнга та коефіцієнта фільтрації від концентрації солей та температури взяті аналогічно [16, 18].

Час, протягом якого розглядався процес НДС, дорівнював 3 рокам.

Результати чисельних експериментів наведено у вигляді графіків при $t = 1080$ діб.

На рис. 2-5 наведені розподіли полів зміщень, нормальних та дотичних напружень та деформацій при врахуванні тепло-масоперенесення та наявності вільної поверхні.

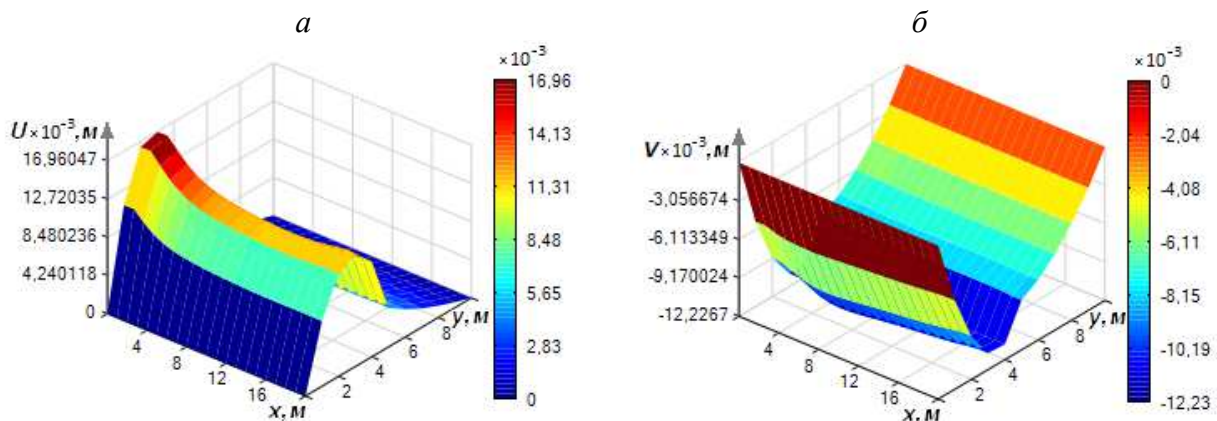


Рис. 2. Розподіл поля зміщень вздовж осей Ox (а) та Oy (б)

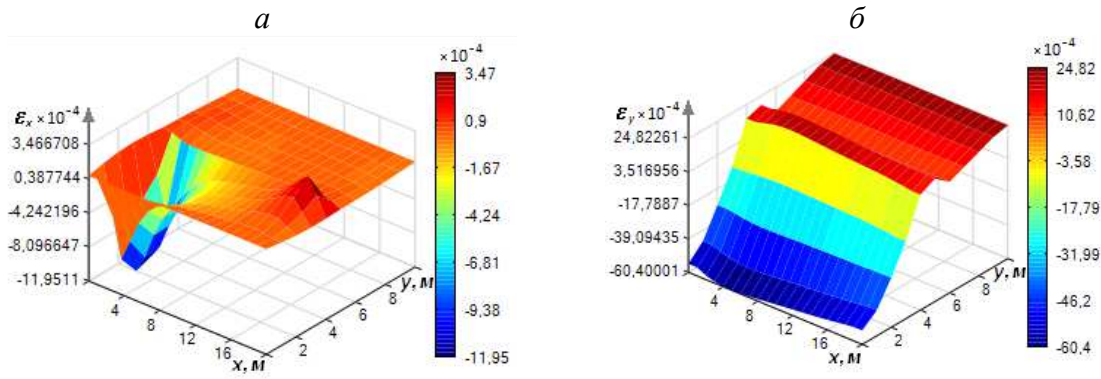


Рис. 3. Розподіл поля деформацій вздовж осей Ox (а) та Oy (б)

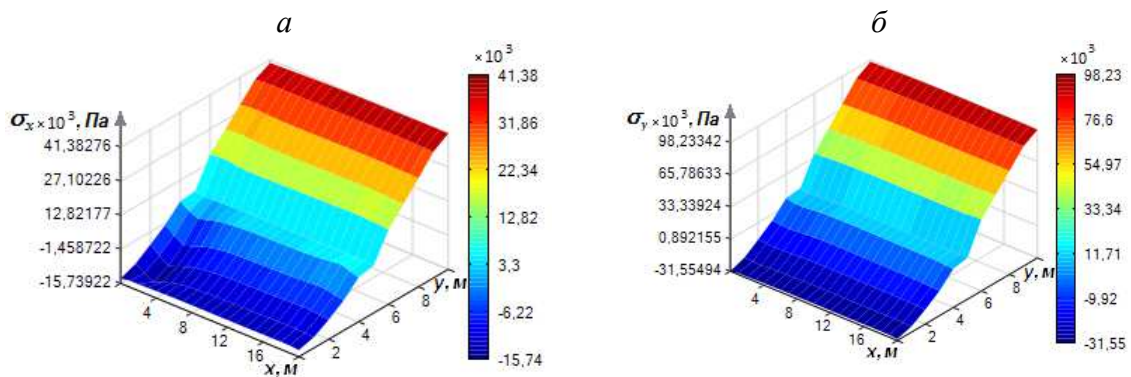


Рис. 4. Розподіл поля напружень вздовж осей Ox (а) та Oy (б)

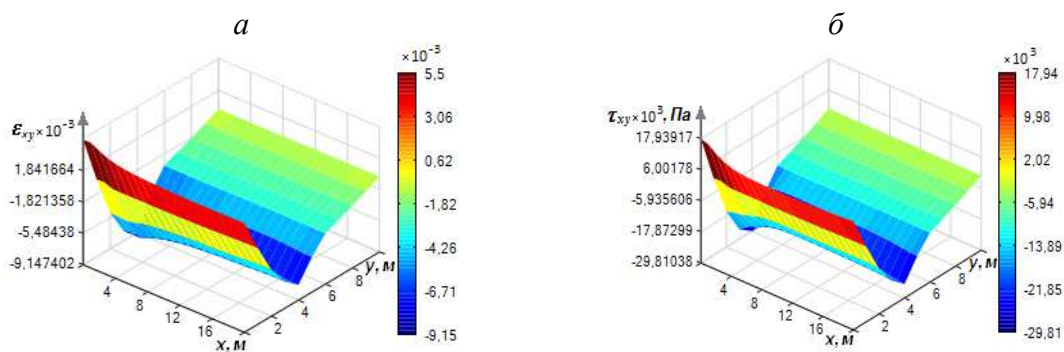


Рис. 5. Розподіл поля дотичних деформацій ϵ_{xy} (а) та розподіл поля дотичних напружень τ_{xy} (б)

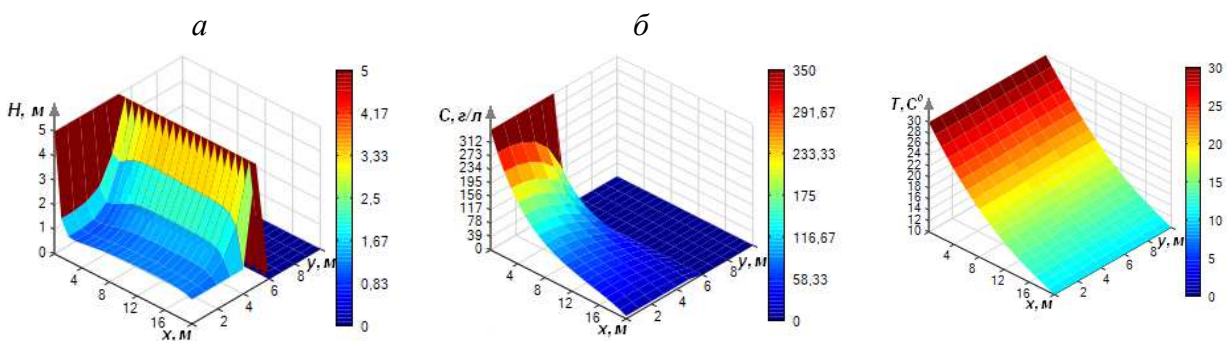


Рис. 6. Розподіл поля п'езометричного напору з врахуванням фільтрації сольових розчинів (а); розподіл поля концентрації солей в неізотермічних умовах та наявності вільної поверхні (б); розподіл поля температури при фільтрації сольових розчинів та наявності вільної поверхні (в)

Як видно із рис. 2, а, 3, а значення зміщень та деформацій ґрунтового масиву по осі Ox досягають найбільших значень в області лівого водного басейну (області високих напорів, температури та концентрації солей). Значення зміщень по осі Oy (рис. 2, б) значно зменшуються в області водонасиченого ґрунту. Деформації по осі Oy (рис. 3, б) досягають найбільших значень на нижній та верхній межах ґрунтового масиву, а також в області вільної поверхні. Напруження по осі Ox та Oy (рис. 4) досягають найбільших значень на нижній та верхній межах ґрунтового масиву. Дотичні деформації та напруження (рис. 5) значно збільшуються в області нижньої межі ґрунтового масиву та області водонасиченого ґрунту.

Наступні графіки наведено у перерізі площиною Oz при $x=10$ м: а) без вільної поверхні: 1) з врахуванням тепло-масоперенесення; 2) без тепло-масоперенесення; 3) при наявності теплоперенесення; 4) з врахуванням масоперенесення; б) при наявності тепло-масоперенесення: 1) без вільної поверхні; 2) при наявності вільної поверхні.

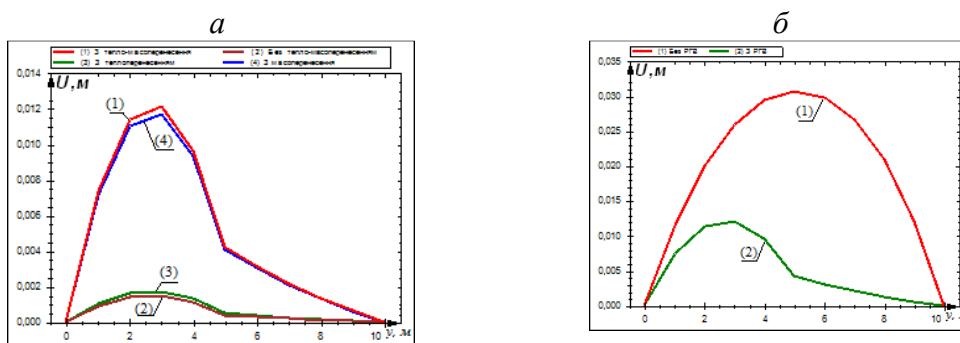


Рис. 8. Розподіл поля зміщень вздовж осі Ox

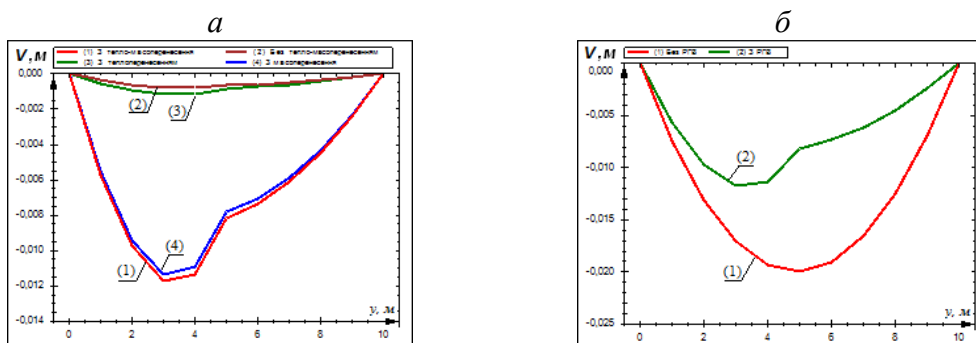


Рис. 9. Розподіл поля зміщень вздовж осі Oy

За результатами чисельних експериментів при розглянутих вхідних даних отримано:

1. Зміщення по осі Ox з врахуванням теплоперенесення в середньому збільшуються на 19,34%, з врахуванням масоперенесення – 651,17%, з врахуванням тепло-масоперенесення – 678,65% в порівнянні зі зміщеннями без врахування тепло-масоперенесення. Врахування тепло-масоперенесення в середньому збільшує зміщення на 3,04% в порівнянні з відповідними значеннями зміщень з врахуванням тільки масоперенесення. Врахування тепло-масоперенесення збільшує зміщення по осі Ox на 531,8% в порівнянні з врахування лише теплоперенесення, а врахування масоперенесення збільшує зміщення на 509,74%, ніж врахування тільки теплоперенесення. Наявність вільної поверхні, що розділяє область ґрунту на область водонасиченого ґрунтового масиву та область ґрунту в природному стані, зменшує зміщення по осі Ox на 558,33% в порівнянні з повністю водонасиченим ґрунтовым масивом.

2. Зміщення по осі Oy з врахуванням теплоперенесення в середньому зменшуються на 23,47%, з врахуванням масоперенесення – 903,67%, з врахуванням тепло-масоперенесення – 941,86% в порівнянні зі зміщеннями без врахування тепло-масоперенесення. Врахування тепло-масоперенесення в середньому зменшує зміщення на 3,19% в порівнянні з

відповідними значеннями зміщень з врахуванням тільки масоперенесення. Врахування тепло-масоперенесення збільшує зміщення по осі Oy на 713,26% в порівнянні з врахування лише теплоперенесення, а врахування масоперенесення збільшує зміщення на 683,47%, ніж врахування тільки теплоперенесення. Наявність вільної поверхні, що розділяє область ґрунту на область водонасиченого ґрунтового масиву та область ґрунту в природному стані, збільшує зміщення по осі Oy на 91,74% в порівнянні з повністю водонасиченим ґрунтовым масивом.

Висновки. В роботі сформульовано постановку та проведено математичне моделювання задачі НДС фільтруючого ґрунтового масиву з вільною поверхнею з урахуванням тепло-масоперенесення в двовимірному випадку. Знайдено чисельний розв'язок поставленої крайової задачі, в результаті чого отримано значення компонент вектора зміщень, нормальних та дотичних напружень і деформацій, розподіл поля напору, концентрації солей та температури в ґрунтовому масиві. Проведено серію чисельних експериментів, результати яких наведено у вигляді графіків та здійснено аналіз отриманих результатів.

1. Флорин В. А. Теория уплотнения земляных масс / В. А. Флорин. – М. : Госстройиздат, 1948. – 284 с.
2. Сергиенко И. В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий, В. С. Дейнека. – К. : Наукова думка, 1991. – 432 с.
3. Иванов П. Л. Грунты и основания гидротехнических сооружений. Механика грунтов: Учеб. для гидротехн. спец. вузов / П. Л. Иванов. – М. : Высшая школа, 1991. – 447 с.
4. Зарецкий Ю. К. Статика и динамика грунтовых плотин / Ю. К. Зарецкий, В. М. Ломбардо. – М. : Энергоатомиздат, 1983. – 256 с.
5. Трофимчук О. М. Практичне відпрацювання методики оцінки і прогнозу зміни складних гідрогеологічних та інженерно-геологічних процесів / О. М. Трофимчук, Ю. І. Калюх, Г. С. Глебчук // Наука та інновації. – 2012. – № 4. – С. 17–24.
6. Цытович Н. А. Прогноз скорости осадок оснований сооружений / Н. А. Цытович, Ю. К. Зарецкий, М. В. Малышев, М. Ю. Абелев, З. Г. Тер-Мартirosян. – М. : Стройиздат, 1967. – 308 с.
7. Lambe T. W. Soil Mechanics / T. W. Lambe, R. V. Whitman. – New York : Wiley, 1969.
8. Власюк А. П. Розв'язування одновимірної стаціонарної задачі НДС ґрунтових масивів в умовах масоперенесення / А. П. Власюк, Є. І. Катерина // Вісник Львів. ун-ту. Сер. Прикл. матем. та інформ., 1999. – Вип.1. – С. 50–55.
9. Кузло М. Т. Про деякі математичні моделі напружено-деформованого стану ґрунтових масивів в процесі руху вільної поверхні ґрунтових вод / М. Т. Кузло, І. А. Філатова // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. – Рівне, 2005. – Вип. 2(30). – С. 282–287.
10. Федорчук Н. А. Математичне моделювання одновимірної задачі напружено-деформованого стану ґрунтового масиву при фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах та наявності рівня ґрунтових вод / Н. А. Федорчук // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць / Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова Нац. акад. наук України, Кам.-Под. нац. ун-т ім. І. Огієнка. – Кам'янець-Подільський : Кам.-Под. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2010. – Вип. 4. – С. 204–215.
11. Власюк А. П. Математичне моделювання напружено-деформованого стану ґрунтового масиву з урахуванням тепло-масоперенесення в двовимірному випадку / А. П. Власюк, Н. А. Жуковська, Д. В. Каюн, С. О. Бабанов // Вісник національного університету водного господарства та природокористування. Сер. технічні науки. – Рівне, 2014. – Вип. 4(68). – С. 468–478.
12. Vlasyuk A. P. Mathematical simulation of the stressed-strained state of the foundation of earth dams with an open surface under the influence of heat and mass transfer in two-dimensional case / A. P. Vlasyuk, N. A. Zhukovskaya // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. March 2015, Volume 88, Issue 2. – Pp. 329–341.
13. Боли Б. А. Теория температурных напряжений, пер. с англ. / Б. А. Боли, Д. Х. Уэйнер. – Мир: М, 1964. – 512 с.
14. Коваленко А. Д. Термоупругость / А. Д. Коваленко. – К.: Вища школа, 1975. – 216 с.
15. Подстригач Я. С. Термоупругость тонких оболочек / Я. С. Подстригач, Р. Н. Швец. – К. : «Наукова думка», 1978. – 344 с.
16. Власюк А. П. Математичне моделювання консолідації ґрунтів при фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах: [монографія] / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. – Рівне : Нац. ун-т водн. госп-ва та природокористув., 2008. – 416 с.
17. Самарский А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. – М. : Наука, 1989. – 616 с.
8. Кузло М. Т. Дослідження впливу концентрації сольових розчинів на деформаційні характеристики ґрунтів / М. Т. Кузло, І. А. Філатова // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. – Рівне, 2006. – Вип. 4(36). – Ч. 2. – С. 209–214.

Рецензент: д.т.н., професор кафедри прикладної математики Мартинюк П. М. (НУВГП)

Vlasiuk A. P.¹, Doctor of Engineering, Professor, Zhukovska N. A.², Senior Lecture SSIACCE
(¹International University of Economics and Humanities Named After Academician Stepan Demianchuk, Rivne, ²National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne)

MATHEMATICAL MODELING OF STRESSED-STRAINED STATE OF SOIL MASS WITH FREE SURFACE UNDER INFLUENCE OF HEAT AND MASS TRANSFER OF SOLUTE SEEPAGE IN TWO-DIMENSIONAL CASE

The two-dimensional problem of stressed-strained state (SDS) of soil mass with free surface under influence of heat and mass transfer of solute seepage was solved. There is obtained the numerical solution of respective boundary value problem. A series of numerical experiments and their analysis was conducted.

Keywords: stressed and deformed state, displacements, deformations, tensions, filtering soil mass, heat and mass transfer.

Власюк А. П.¹, д.т.н., профессор, Жуковская Н. А.², ст. преподаватель УНИАКВТ
(¹Международный экономико-гуманитарный университет им. акад. Степана Демьянчука, г. Ровно, ²Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГРУНТОВОГО МАССИВА СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПОД ВЛИЯНИЕМ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА РАСТВОРЕННЫХ В ФИЛЬТРАЦИОННОМ ПОТОКЕ ВЕЩЕСТВ В ДВУМЕРНОМ СЛУЧАЕ

Рассмотрена двумерная задача напряженно-деформированного состояния (НДС) фильтрующего грунтового массива со свободной поверхностью под влиянием тепло- и массопереноса. Найдено численное решение соответствующей краевой задачи. Проведена серия численных экспериментов и выполнен их анализ.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, смещения, деформации, напряжения, фильтрующий грунтовой массив, тепло- и массоперенос.