

УДК 621.825.63

Стрілець В. М., к.т.н., професор, Стрілець О. Р., к.т.н., доцент, Сенніков О. С., студент, Бондарук А. А., студент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

ПРУЖНИЙ ВАЛ КАРДАННОЇ ПЕРЕДАЧІ З ТРИКУТНИМ ПРОФІЛЬНИМ З'ЄДНАННЯМ

Описана конструкція і принцип роботи пружного вала карданної передачі з трикутним профільним з'єднанням. Розглянута статична деформація і приведений розрахунок трикутної профільної втулки як частини цього вала при передачі обертального моменту через профільне трикутне з'єднання. Отримані аналітичні залежності можна використати для розрахунків пружного вала карданної передачі на міцність.

Ключові слова: карданна передача, вал карданної передачі, профільна втулка, профільне з'єднання, грань, деформація.

Постановка проблеми. Розглядаються вали карданних передач трансмісій мобільних та інших машин. Такі вали входять до складу карданних передач, які передають обертальні моменти між валами, осі яких перетинаються або перехрещуються, з рівномірним обертанням і можливим зміщенням їх по довжині, як це має місце при передачі обертання до задніх коліс автомобіля. Основний їх недолік, що вони передають обертальний момент від одного шарніра до другого жорстко, а це негативно впливає на деталі трансмісії. Щоб зменшити недоліки існуючих валів карданних передач, розроблені нові, які передають обертальний момент м'яко. Це досягається тим, що одна частина вала карданної передачі виконана у вигляді вилки і втулки-труби у яку встановлена профільна втулка з поперечним перетином трикутника, або квадрата, або шестикутника, або іншого раціонального перетину, з вершинами, які винесені назовні і мають, наприклад, підковоподібний обрис. Профільні втулки з поперечним перетином трикутника, або квадрата, або шестикутника, або іншого раціонального перетину з'єднані з втулками-трубами відомими способами, наприклад, зварюванням. Для запропонованих нових конструкцій валів карданних передач необхідно отримати аналітичні залежності між їх геометричними розмірами і обертальними моментами, що передаються.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Конструкції та принцип передавання обертальних моментів, різні проблеми валів карданних передач широко описані у літературі [1-3] та іншій. Особлива увага валам карданних передач звернута у [4]. Розроблені нові конструкції валів карданних передач на рівні патентів України на корисні моделі [5-9] і про них надана інформація на наукових конференціях і симпозиумах [10; 11]. Однак теоретичні дослідження для запропонованих нових конструкцій валів карданних передач не проведені.

Метою роботи є опис будови та принципу передавання обертального моменту новими пружними валами карданних передач, отримання аналітичних залежностей для статичних розрахунків напружень і деформацій від геометричних розмірів таких валів.

Реалізація роботи. Виклад основного матеріалу. Одна із схем нового пружного вала карданної передачі показана на рис. 1.

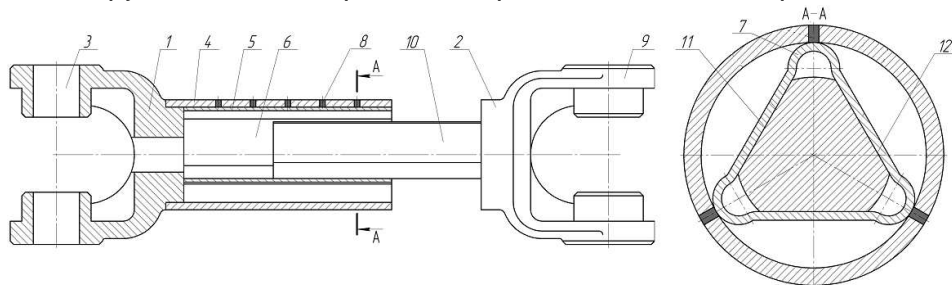


Рис. 1. Конструктивна схема нового пружного вала карданної передачі з трикутним профілем

Вал карданної передачі складається із двох частин 1 і 2. Частина 1 вала карданної передачі виконана у вигляді вилки карданного шарніра 3 і циліндричної втулки-труби 4 у яку встановлена профільна втулка 5 з поперечним перетином трикутника 6, з вершинами 7, які винесені назовні і мають, наприклад, підковоподібний обрис. Профільна втулка 5 встановлена у втулку-трубу 4 з незначним натягом по вершинах 7 і з'єднана з нею відомими з'єднаннями, наприклад, зварними 8. Частина 2 складається з шарнірної вилки 9 і вала 10 з поперечним перетином трикутника 11. Частини 1 і 2 карданного вала з'єднані між собою профільним трикутним з'єднанням 12.

Вал карданної передачі працює так. Обертальний момент передається через карданний шарнір на карданну вилку 3 частини 1, далі на циліндричну втулку-трубу 4, а через, наприклад, зварне з'єднання 8 на профільну втулку 5. Затим через профільне трикутне з'єднання 12, обертальний момент передається на вал 10 і шарнірну вилку 9 частини 2. Збільшення обертального моменту приводить до

деформації профільної втулки 5 із-за розтискання граней і підковоподібних вершин 7 трикутника 6. Із-за деформації профільної втулки 5 обертальний момент через профільне трикутне 12 з'єднання частин 1 і 2 передається на шарнірну вилку 9 карданного шарніра м'яко, тобто без ударно.

Для широкого використання запропонованих валів карданних передач виконані теоретичні статичні розрахунки. На рис. 2, а показана схема навантаження профільної втулки на прикладі профільної квадратної втулки.

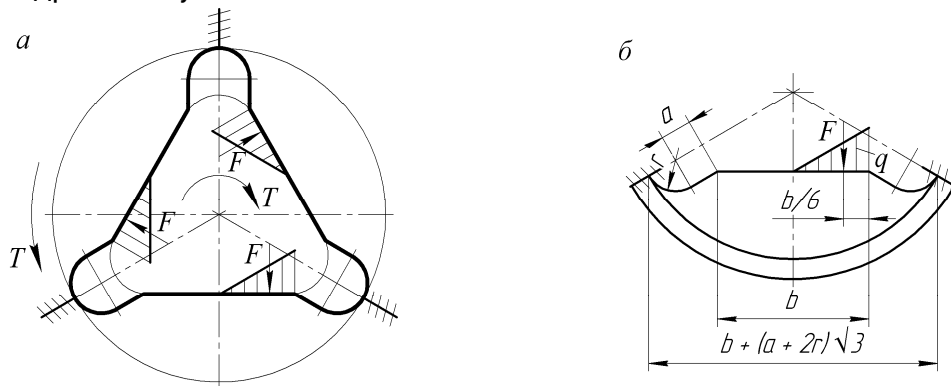


Рис. 2. Передавання обертового моменту новим пружним валом карданної передачі: а – схема навантаження профільної втулки, б – розрахункова схема профільної втулки

Поставлена задача розв'язується з такими допущеннями: грані профільної трикутної, або квадратної, або шестикутної, або іншого раціонального перерізу втулки деформуються однаково; навантаження, яке діє на грані профільної втулки карданного вала при передаванні обертового моменту, розподіляється у вигляді трикутника, як прийнято для профільних з'єднань, та в площині профільної втулки перпендикулярній до осі обертання і постійні по довжині. Тоді розрахункова схема має вигляд – балка особливої конфігурації з заземленими кінцями, показана на рис. 2, б. Для розв'язання задачі для такої балки складаємо еквівалентну та основну системи (рис. 3) і використовуємо методики запропоновані у [12; 13].

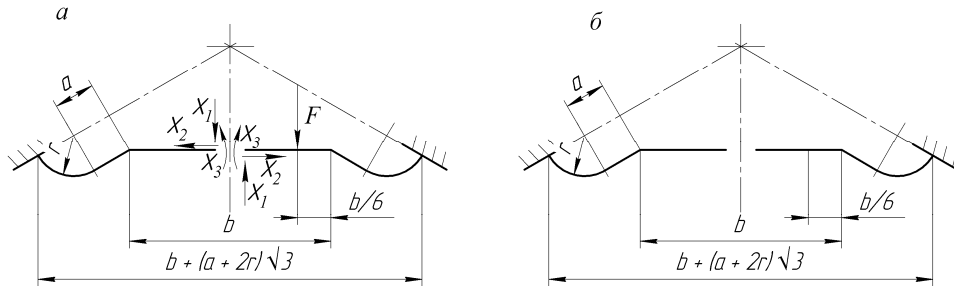


Рис. 3. Системи грані профільної втулки вала карданної передачі:
а – еквівалентна, б – основна

При передаванні обертального моменту T , на гранях профільної втулки діє сила

$$F = \frac{3Tk}{bz}, \quad (1)$$

де T – обертальний момент, який передається валом карданної передачі; b – ширина контакту грані в профільному з'єднанні; z – число граней профільного з'єднання; $k = 1, 3 \dots 1, 5$ – коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження по гранях, менше значення для високої точності пригонки.

Пружна балка особливої конфігурації з защемленими кінцями тричі статично не визначена.

Зайві зв'язки заміняємо реакціями: X_1 , X_2 , і X_3 . Ці невідомі сили визначаємо із умови рівності нулю деформацій, що виникають за їхніми напрямками. Тоді канонічні рівняння методу сил матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1F} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2F} &= 0; \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3F} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де δ_{11} , δ_{22} , δ_{33} – деформації, відповідно за напрямками сил X_1 , X_2 і X_3 , викликані відповідно силами $X_1=1$, $X_2=1$ і $X_3=1$; δ_{12} – деформація за напрямком сили X_1 від сили $X_2=1$; δ_{13} – деформація за напрямком сили X_1 від сили $X_3=1$; δ_{21} і δ_{23} – деформації за напрямком сили X_2 від сил, відповідно $X_1=1$ і $X_3=1$; δ_{31} і δ_{32} – деформації за напрямком сили X_3 від сил, відповідно $X_1=1$ і $X_2=1$; Δ_{1F} , Δ_{2F} і Δ_{3F} – деформації, відповідно за напрямками сил X_1 , X_2 і X_3 , при дії на основну систему зовнішнього навантаження F .

Основна система отримується із еквівалентної системи після звільнення її від зовнішнього навантаження F і невідомих сил X_1 , X_2 і

X_3 , які замінюють дію лишніх зв'язків. Основна система показана на рис. 4, б.

Деформації δ_{11} , δ_{12} , δ_{13} , δ_{21} , δ_{22} , δ_{23} , δ_{31} , δ_{32} , δ_{33} , δ_{1F} , δ_{2F} і δ_{3F} визначаються за допомогою інтегралів Мора і в частинних випадках способом Верещагіна із наступних виразів:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \sum \int_0^S \frac{M_1^2 ds}{EJ}; & \delta_{22} &= \sum \int_0^S \frac{M_2^2 ds}{EJ}; & \delta_{33} &= \sum \int_0^S \frac{M_3^2 ds}{EJ}; \\ \delta_{12} &= \sum \int_0^S \frac{M_1 M_2 ds}{EJ}; & \delta_{13} &= \sum \int_0^S \frac{M_1 M_3 ds}{EJ}; & \delta_{21} &= \sum \int_0^S \frac{M_2 M_1 ds}{EJ}; \\ \delta_{23} &= \sum \int_0^S \frac{M_2 M_3 ds}{EJ}; & \delta_{31} &= \sum \int_0^S \frac{M_3 M_1 ds}{EJ}; & \delta_{32} &= \sum \int_0^S \frac{M_3 M_2 ds}{EJ}; \\ \Delta_{1F} &= \sum \int_0^S \frac{M_1 M_F ds}{EJ}; & \Delta_{2F} &= \sum \int_0^S \frac{M_2 M_F ds}{EJ}; & \Delta_{3F} &= \sum \int_0^S \frac{M_3 M_F ds}{EJ}, \end{aligned} \quad (3)$$

де E – модуль пружності першого роду для матеріалу профільної втулки; $J = \delta l^3 / 12$ – осьовий момент інерції перетину, де δ – товщина, а l – довжина профільної втулки; M_1 , M_2 , M_3 і M_F – згинаючі моменти, відповідно, від сил X_1 , X_2 , X_3 і F .

Для визначення згинаючих моментів M_1 , M_2 , M_3 і M_F , відповідно, від сил X_1 , X_2 , X_3 і F та побудови їх епюр, застосуємо схему показану на рис. 4, де x_i і y_i – поточні значення пліч дії сил, відповідно, X_1 , X_2 , X_3 і F .

Використовуючи схему (рис. 4) і значення $X_1=1$, $X_2=1$, $X_3=1$ і F отримаємо для визначення згинаючих моментів у защемленні наступні аналітичні вирази:

$$\begin{aligned} M_1 &= 0,5b + 0,7a + 1,4r; & M_2 &= 0,7a + 0,3r; \\ M_3 &= 1 & M_F &= F_1(0,167b + 0,7a + 1,4r). \end{aligned} \quad (4)$$

Далі використовуємо (6) і рис.4 будуємо епюри M_1 , M_2 , M_3 і M_F – згинаючих моментів, відповідно від сил X_1 , X_2 , X_3 і F , показаних на рис. 5.

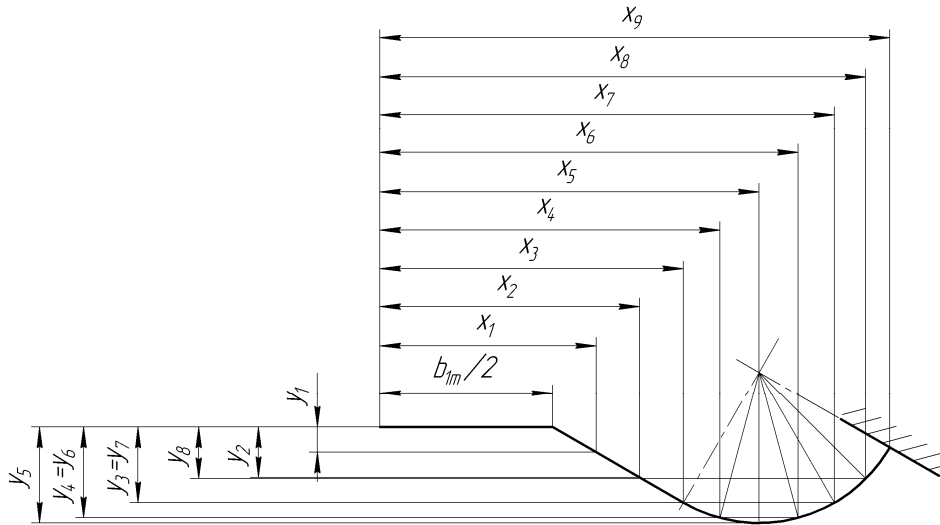


Рис. 4. Схема до розрахунку згинаючих моментів

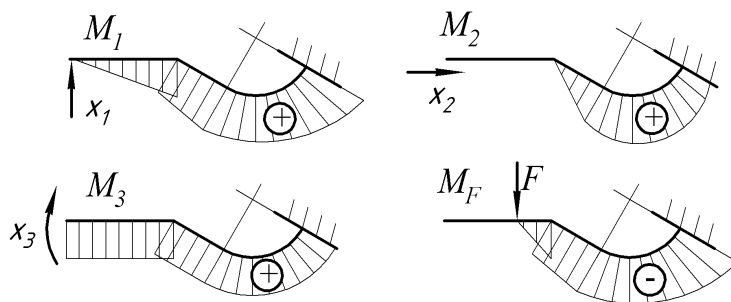


Рис. 5. Епюри згинаючих моментів M_1, M_2, M_3 і M_F , відповідно від сил X_1, X_2, X_3 і F

Використовуємо епюри згинаючих моментів (див. рис. 5) і формулу Сімпсона, отримуємо такі значення для деформацій:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \{0,83b^3 + 0,167a(1,5b^2 + 2,1ba + a^2) + 0,26r[3(b + 1,4a)^2 + 2,8(b + 1,4a)r + 2,5r^2]\}; \quad (5)$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EJ} [0,167a(a^2 + 1,05ba) + 0,26r(1,5a^2 + 2,1ba + 0,6br + 1,42ar + 0,84r^2)]; \quad (6)$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \frac{1}{EJ} [0,125b^2 + 0,25a(b + 1,4a) + 0,26r(2,5b + 3,5a + 2,8r)]; \quad (7)$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ} [(0,167a^3 + 0,26r(3a^2 + 1,6ar + 0,1r^2))]; \quad (8)$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \frac{1}{EJ} [0,35a^2 + 0,26r(4,2a + 1,2r)]; \quad (9)$$

$$\delta_{33} = \frac{1}{EJ} (0,5b + a + 1,57r); \quad (10)$$

$$\Delta_{1F} = -\frac{F}{EJ} [0,006b^3 + 0,167a(0,5b^2 + 2ba + a^2) + 0,26r(0,5b^2 + 2,8ba + 2,75a^2 + 2,8br + 6ar + 4r^2)]; \quad (11)$$

$$\Delta_{2F} = -\frac{F}{EJ} [0,167a(a^2 + 0,35ba) + 0,26r(0,33b^2 + 2ba + 3a^2 + 0,8br + 2,52ar + 0,36r^2)]; \quad (12)$$

$$\Delta_{3F} = -\frac{F}{EJ} [0,014b^2 + 0,167a(b + 2a) + 0,26r(0,26b + 3,5a + 1,2r)]; \quad (13)$$

Розв'язком системи канонічних однорідних рівнянь (2), за допомогою визначників (формул Крамера) [14], знаходимо невідомі X_1 , X_2 і X_3 .

$$X_1 = \frac{D_{X1}}{D}; \quad X_2 = \frac{D_{X2}}{D}; \quad X_3 = \frac{D_{X3}}{D}, \quad (14)$$

де D – визначник системи рівнянь; D_{X1} , D_{X2} і D_{X3} – визначники системи рівнянь відповідно для невідомих X_1 , X_2 і X_3 .

Визначники системи рівнянь знаходяться за «правилом Саррюса» таким чином:

$$D = \delta_{11}\delta_{22}\delta_{33} + \delta_{12}\delta_{23}\delta_{31} + \delta_{13}\delta_{21}\delta_{32} - \delta_{13}\delta_{22}\delta_{31} - \delta_{11}\delta_{23}\delta_{32} - \delta_{12}\delta_{21}\delta_{33}; \quad (15)$$

$$D_{X1} = (-\Delta_{1F})\delta_{22}\delta_{33} + \delta_{12}\delta_{23}(-\Delta_{3F}) + \delta_{13}(-\Delta_{2F})\delta_{32} - \delta_{13}\delta_{22}(-\Delta_{3F}) - (-\Delta_{1F})\delta_{22}\delta_{32} - \delta_{12}(-\Delta_{2F})\delta_{33}; \quad (16)$$

$$D_{X2} = \delta_{11}(-\Delta_{2F})\delta_{33} + (-\Delta_{1F})\delta_{23}\delta_{31} + \delta_{13}\delta_{21}(-\Delta_{3F}) - \delta_{13}(-\Delta_{2F})\delta_{31} - \delta_{11}(-\Delta_{3F})\delta_{23} - (-\Delta_{1F})\delta_{21}\delta_{33}; \quad (17)$$

$$D_{X3} = \delta_{11}\delta_{22}(-\Delta_{3F}) + \delta_{12}(-\Delta_{2F})\delta_{31} + (-\Delta_{1F})\delta_{21}\delta_{32} - (-\Delta_{1F})\delta_{22}\delta_{31} - \delta_{11}(-\Delta_{2F})\delta_{32} - \delta_{12}\delta_{21}(-\Delta_{3F}). \quad (18)$$

Сумарний згинаючий момент у точці дії сили F визначається

$$M_{F\Sigma} = M_F + X_1M_1 + X_2M_2 + X_3M_3. \quad (19)$$

Для визначення деформації δ_F використовуємо спосіб Мора і

формулу Сімпсона. До основної системи (див. рис. 3, б) у напрямку деформації δ_F прикладаємо одиничну силу ($X = 1$) і від неї будуємо епюру згинаючого моменту $M_4 = 0,167b + 0,7a + 1,4r$, показану на рис. 6.

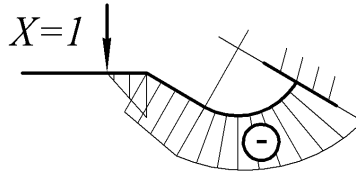


Рис. 6. Епюра згинаючого моменту M_4 , від сили X

Далі використовуємо значення моментів $M_{F\Sigma}$ і M_4 , отримуємо:

$$\delta_F = \frac{1}{EJ} [F(0,167b + 0,7a + 1,4r) + X_1(0,5b + 0,7a + 1,4r) + X_2(0,7a + 0,3r) + X_3](0,167b + 0,7a + 1,4r). \quad (20)$$

При практичному обчисленні сумарного згинаючого моменту $M_{F\Sigma}$ і деформації δ_F корисно застосувати ПЕОМ. Далі, знаючи згинаючий момент $M_{F\Sigma}$ або деформацію δ_F , відомими методами можна визначити напруження для небезпечного перетину та оцінити міцність вала карданної передачі.

Висновки

1. Відповідно до сформульованих цілей статті розв'язано актуальну науково-технічну задачу – підвищення надійності трансмісії мобільних машин за рахунок пружної деформації вала карданної передачі, одна частина якого виконана у вигляді втулки-труби з профільною трикутною втулкою і з'єднана з другою частиною профільним з'єднанням у вигляді трикутного перетину, передає обертальні моменти м'яко.

2. За допомогою виразів (19) і (20) можна визначити деформації і напруження у профільній трикутній втулці при передачі обертального моменту і робити висновки про його міцність.

1. Цитович И. С. Трансмиссии автомобилей / И. С. Цитович, И. В. Каноник, В. А. Вавулич. – Мн. : Наука и техника, 1979. – 256 с. 2. Бочаров Н. Ф. Конструирование и расчёт колесных машин высокой проходимости / Н. Ф. Бочаров, И. С. Цитович. – М. : Машиностроение, 1983. – 299 с. 3. Гришкевич А. И. Автомобили: Конструкция, конструирование и расчёт. Трансмиссия / А. И. Гришкевич, В. А. Вавуло, А. В. Карпов, Л. А. Молибощко, О. С. Рукте-

шель. – Мн. : Вышейша школа, 1985. – 240 с. **4.** Скляров В. Н. Автомобиль. Особенности конструкции / В. Н. Скляров, В. П. Волков, Н. В. Скляров, И. Д. Руденко, Н. Е. Сергиенко. – Харьков, 2013. – 520 с. **5.** Пат. 112527 Україна, МПК F 16 D 3/26 (2006.01). Вал карданної передачі / О. Р. Стрілець, М. М. Козяр, В. М. Стрілець; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. –u № 2016 05133, заявл. 11.05.16; опубл. 26.12.16, Бюл. № 24. – 5 с. **6.** Пат. 112548 Україна, МПК F 16 D 3/26 (2006.01). Вал карданної передачі / О. Р. Стрілець, В. М. Стрілець, Ю. М. Брошук; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. –u № 2016 05486, заявл. 20.05.16; опубл. 26.12.16, Бюл. № 24. – 5 с. **7.** Пат. 112685 Україна, МПК F 16 D 3/26 (2006.01). Вал карданної передачі / О. Р. Стрілець, В. М. Стрілець, А. А. Бондарук, О. С. Сенніков; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. –u № 2016 06847, заявл. 22.06.16; опубл. 26.12.16, Бюл. № 24. – 5 с. **8.** Пат. 113007 Україна, МПК F 16 D 3/26 (2006.01). Вал карданної передачі / О. Р. Стрілець, В. М. Стрілець; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. –u № 2016 06085, заявл. 06.06.16; опубл. 10.01.17, Бюл. № 1. – 5 с. **9.** Пат. 113584 Україна, МПК(2006.01) F 16 D 3/26. Вал карданної передачі / О. Р. Стрілець, В. М. Стрілець, О. С. Сенніков, А. А. Бондарук; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування. –u № 2016 06639, заявл. 17.06.16; опубл. 10.02.17, Бюл. № 3. – 5 с. **10.** Бондарук А. А. Вал карданної передачі / А. А. Бондарук, О. С. Сенніков, О. Р. Стрілець, В. М. Стрілець // Збірка тез. Десята міжнародна науково-практична конференція «ІРТК-2017» 16-17 травня 2017 року. – Київ : НАУ, 2017. – С. 155–157. **11.** Малащенко В. О. Можливість гасити коливання навантажень валом карданної передачі / В. О. Малащенко, В. М. Стрілець, А. А. Бондарук, О. С. Сенніков // Матеріали доповідей. 13-й Міжнародний симпозиум українських інженерів-механіків у Львові «МСУІМЛ–13» 18-19 травня 2017 року. – Львів : КІНПАТРИ ЛТД. – 2017. – С. 71. **12.** Писаренко Г. С. Опір матеріалів: Підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. – К. : Вища шк., 2004. – 655с. **13.** Поліщук М. П. Будівельна механіка: Навчальний посібник / М. П. Поліщук. – Рівне : НУВГП, 2004. – 237 с. **14.** Смирнов В. И. Курс высшей математики, том III, Ч. I / В. И. Смирнов. – М. : Наука, 1974. – 323 с.

Рецензент: Кравець С. В., д.т.н., професор (НУВГП)

Strilets V. M., Candidate of Engineering (Ph.D.), Professor,
Strilets O. R., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor,
Sennikov O. S., Senior Student, Bondaruk A. A., Senior Student
(National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

RESILIENT SHAFT OF CARDAN DRIVE WITH TRIANGULAR PROFILED JOINT

The construction and working principle of cardan transmission elastic shaft with a triangular profiled joint is given. Considered static deformation and given calculation of triangular profiled hub as part of this shaft when transmitting the torque via the profiled triangular joint. Obtained analytical dependence can be used to calculate the cardan transmission elastic shaft strength.

Keywords: cardan transmissions, cardan transmission shaft, profiled joint, profiled hub, profiled connection, edge, deformation.

Стрелец В. Н., к.т.н., професор, **Стрилец О. Р.**, к.т.н., доцент, **Сенников А. С.**, студент, **Бондарук А. А.**, студент (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

УПРУГИЙ КАРДАННЫЙ ВАЛ С ТРЕУГОЛЬНЫМ ПРОФИЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ

Описана конструкция и принцип работы упругого вала карданной передачи с треугольным профильным соединением. Рассмотрена статическая деформация и приведен расчет треугольной профильной втулки, как части этого вала, при передачи крутящего момента через профильное треугольное соединение. Получены аналитические зависимости можно использовать для расчетов упругого вала карданной передачи на прочность.

Ключевые слова: карданная передача, вал карданной передачи, профильная втулка, профильное соединение, грань, деформация.
