

Гуртовий О. Г., к.т.н., доцент, Тинчук С. О., к.т.н., доцент
(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

УТОЧНЕНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ ДЕФОРМУВАННЯ ПОКРИТТІВ НА ЖОРСТКІЙ ОСНОВІ ПІД ЛОКАЛЬНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Для дослідження напружено-деформованого стану (НДС) багатошарових плит на жорсткій основі застосовано уточнені моделі симетричного НДС. Розрахункова схема поперечно навантаженої плити утворюється симетричною добудовою плити відносно поверхні контакту її з основою. Використані уточнені континуальні моделі враховують деформації поперечного зсуву та поперечного обтиснення в високих ітераційних наближеннях. Чисельно моделі реалізовані варіаційно-різницевим методом (BPM). Показано особливості НДС плит на жорсткій основі при дії локального розподіленого навантаження.

Ключові слова: уточнена модель, жорстка основа, поперечний зсув, поперечне обтиснення, варіаційно-різницевий метод.

Розрахунки на міцність та жорсткість різного роду однорідних та неоднорідних композитних, особливо багатошарових, покриттів зводяться до оцінки їх НДС як плит, що контактують із основою. Це стосується розрахунку дорожнього багатошарового одягу на достатньо жорстких мостових, тунельних та інших конструкціях транспортних споруд тощо. Тому достовірне визначення НДС багатошарових плит на жорстких основах при дії стаціонарного поперечного навантаження, зокрема і локального, є актуальною задачею.

Об'єднання матеріалів з ізотропними та трансверсально-ізотропними фізичними характеристиками в багатошаровий пакет дозволяє створювати багатофункціональні конструкції. НДС таких конструкцій, зважаючи на їх структурну неоднорідність та відносно низьку поперечну жорсткість окремих шарів, суттєво пов'язаний з впливом деформацій поперечного зсуву та деформацій поперечного обтиснення. Тому актуальною є задача уточненого моделювання НДС плит, яка б враховувала ці види деформацій. Потрібно відмітити, що застосування класичної теорії пластин чи уточнених поперечно-

зсувних моделей призводить до тривіально-нульового розв'язку для НДС поперечно навантажених плит на жорсткій основі.

Відомі уточнені моделі НДС [1; 2], що враховують поперечні зсуви та поперечне обтиснення, зорієнтовані переважно на описання згинового НДС, тоді як у плитах на жорсткій основі переважає беззгинова складова НДС. Отже, потрібне використання уточненої моделі, яка б з високою точністю описувала беззгинову складову НДС плити на жорсткій основі.

В роботі [3] запропоновано гіпотези та побудована спеціальна модель беззгинового деформування однорідної та шаруватої плити, яка в поєднанні з моделлю згинового деформування дає результати, що близькі до точного тривимірного розв'язку. В роботах [4; 5] розглянуті структурно-континуальні моделі НДС поперечно навантажених плит, та досліджено точність та доцільність підходів до моделювання плит на жорсткій основі залежно від фізико-геометричних характеристик плит. В роботі [6] запропоновані моделі застосовані для оцінки НДС плит з дефектами.

У лінійно-пружній постановці розглядається деформування прямокутної багатошарової плити, яка опирається на жорстку основу. Шари плити – ізотропні та трансверсально-ізотропні, довільної, але сталої товщини. Замість реальної конструкції багатошарової плити (рис. 1, а) пропонується розглядати розрахункову схему плити, яка утворена симетричною добудовою відносно поверхні контакту даної плити з основою. Плита буде у цьому випадку двохсторонньо симетрично навантаженою відносно серединної поверхні плити, а товщина плити збільшиться вдвоє $H = 2b_n$ (рис. 1, б). При цьому, контакт плити з основою відповідає умовам проковзування без тертя (рис. 1, б). Жорсткий контакт плити з основою пропонується моделювати введенням додаткової абсолютно жорсткою тонкого прошарку h_0 (рис. 1, в).

Між шарами плити виконуються умови жорсткого контакту без проковзування, проте вводячи тонкі прошарки малої відносної жорсткості можна без змін у постановці задачі розглядати і інші умови міжшарового контакту.

Запропонований підхід дозволяє оптимізувати розглянуту в [3] уточнену модель НДС плити, яка складалася з двох якісно відмінних НДС – згинового і беззгинового. Згинова складова НДС зникає, оскільки НДС в симетричній за структурою плиті при двохсторонньому симетричному навантаженні повністю описується беззгиновим НДС. Як наслідок, кількість невідомих функцій і, відповідно, порядок ди-

ференціювання розрахункової системи рівнянь в задачі істотно зменшується.

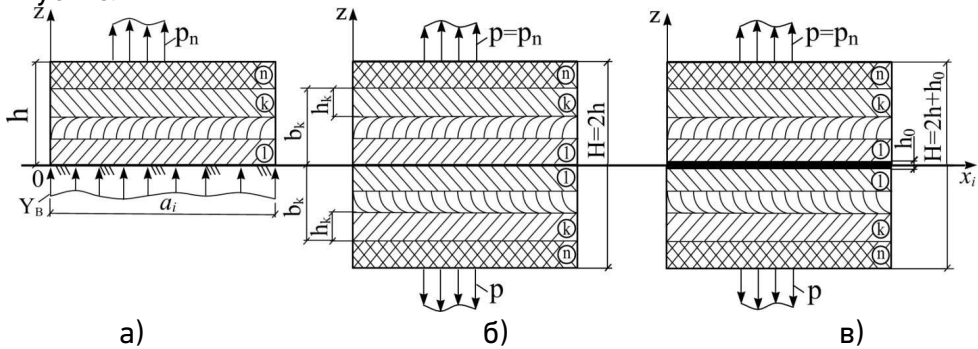


Рис. 1. Варіанти оптимізації розрахункової схеми плити

В континуальній моделі [4] компоненти вектора нормальних $u_3^{(k)}$ та тангенціальних $u_i^{(k)}$ зміщень до координатної поверхні $x_1 x_2$ (рис. 1) представлені сумами добутків гіпотетично заданих степеневих функцій $\psi_t^{(k)}$, $\psi_{ir}^{(k)}$ поперечної координати z та шуканих функцій γ_t , β_{ir} і v_i координатної поверхні $x_1 x_2$:

$$u_3^{(k)} = \psi_{3t,3}^{(k)}(z)\gamma_t + \psi_{33,3}^{(k)}(z)p; \quad t = \overline{1, 2}; \quad i = \overline{1, 2};$$

$$u_i^{(k)} = v_i - \psi_{3t}^{(k)}(z)\gamma_{t,i} - \psi_{33}^{(k)}(z)p_{,i} - \psi_{ir}^{(k)}(z)\beta_{ir}; \quad r = \overline{1, 4}, \quad (1)$$

де дві функції γ_t моделюють вплив поперечного обтиснення, а вісім функцій β_{ir} – вплив поперечного зсуву в четвертому наближенні по кожній змінній x_i , p – функція заданого навантаження. Тут і надалі диференціювання по x_α позначено нижніми індексами після коми, а також виконується підсумовування за нижніми індексами, що повторюються.

Модель (1) зручна в тих задачах, де функція навантаження $p(x_i)$ не має розривів першого і другого роду і тим самим не суперечить принципу нерозривності зміщень $u_\alpha^{(k)}$ і принципу диференціювання функцій. В аналітичних методах розрахунку модель (1) дуже ефективна [4]. Проте в задачах, де функція навантаження має розриви, необхідно замінити $p(x_i)$ в (1) невідомою функцією обтиснення. Таким чином, далі реалізується також модель у вигляді:

$$u_3^{(k)} = \psi_{3t,3}^{(k)}(z)\gamma_t; \quad t = \overline{1, 3};$$

$$u_i^{(k)} = v_i - \psi_{3t}^{(k)}(z)\gamma_{t,i} - \psi_{ir}^{(k)}(z)\beta_{ir}. \quad (2)$$

Шукана функція $\gamma_3(x_i)$ – гладка і відповідає умовам нерозривності також, як і функції $v_i, \gamma_1, \gamma_2, \beta_{ir}$.

Функції $\psi_{3t}^{(k)}, \psi_{ir}^{(k)}$, що моделюють розподіл зміщень за координатою z мають вигляд [4]:

$$\psi_{3t,3}^{(k)} = \int_0^z a_{3333}^{(s)} F_t^{(s)} dz; \quad \psi_{33,3}^{(k)} = \int_0^z a_{3333}^{(s)} dz; \quad t = \overline{1, 2}; \quad r = \overline{1, 4};$$

$$\psi_{ir}^{(k)} = -\int_0^z a_{i3i3}^{(s)} f_{ir}^{(s)} dz; \quad \psi_l^{(k)} = \int_0^z \psi_{l,3}^{(s)} dz; \quad s = \overline{1, k}; \quad l = \overline{1, 3}, \quad (3)$$

В виразах (3) функції $F_t^{(k)}(z)$ апроксимують розподіл напруг поперечного обтиснення σ_{33} , а функції $f_{ir}^{(k)}(z)$ – напруг поперечного зсуву σ_{i3} по висоті плити. Вони детально описані в [4].

Систему розрахункових рівнянь для моделей (1) та (2) варіаційно-різницевим методом (BPM) отримано безпосередньо з умови мінімуму варіації потенційної енергії деформування. Тут застосований варіаційний принцип Лагранжа

$$\delta U = \delta \Pi - \delta H = 0, \quad (4)$$

який у випадку плоскої деформації багат шарових плит має вигляд:

$$\delta U = \sum_{j=1}^N \iint_{S_j} \left\{ \int_{-h}^h [\sigma_{11} \cdot \delta \varepsilon_{11} + \sigma_{13} \cdot \delta \varepsilon_{13} + \sigma_{33} \cdot \delta \varepsilon_{33}] dz - p(2\psi_{3t,3}^{-(n)}) \cdot \delta \gamma_t \right\} dS_j = 0, \quad (5)$$

де $\psi_{3t,3}^{-(n)}$ – значення функції $\psi_{3t,3}^{(n)}$ при $z = h$ (рис. 1, б) або $z = h + 0,5h_0$ (рис. 1, в) для точок на поверхні плити.

Використовуючи в (5) дискретне представлення через скінченні різниці відносних деформацій $\varepsilon_{\alpha\beta}$, отриманих з (1) за співвідношеннями Коші, і напруг $\sigma_{\alpha\beta}$, отриманих за законом Гука, одержуємо систему розрахункових алгебраїчних рівнянь відносно вузлових значень невідомих функцій $v_i, \gamma_t, \beta_{ir}$ моделі (1).

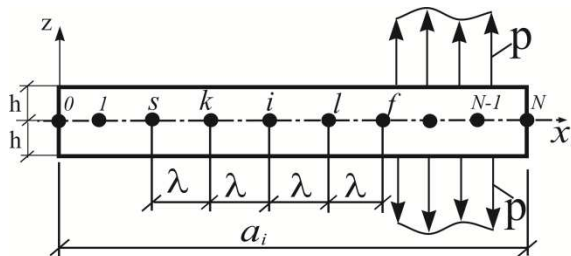


Рис. 2. Дискретна розрахункова схема плити в задачах BPM

Тут реалізується підхід, в якому інтегрування варіації функціонала повної енергії (5) виконується на кроці $\lambda/2$ (рис. 2), з одночасним використанням як лівих (ліворуч від вузла), так і правих (праворуч від вузла) різниць для перших похідних від шуканих функцій.

Використання запропонованого підходу з лівими і правими різницями до функцій v_1 і β_{1r} моделі (1) у функціоналі (5), для задачі плоскої деформації плити дозволило отримати розрахункові рівняння ВРМ для вузла i в наступному вигляді (якщо дотримуватися нумерації вузлів із рис. 2):

а) для множників при варіації v_{i1} у вузлі i функції зміщень v_1 в площині координатної поверхні $x_1 0 x_2$:

$$B_0(-v_k + 2v_i - v_l) \lambda / \lambda - B_{3t}(0,5\gamma_s - \gamma_k + \gamma_l - 0,5\gamma_f)_t / \lambda^2 - B_{1r}(-\beta_k + 2\beta_i - \beta_l)_r / \lambda + P_t(\gamma_k - \gamma_l)_t / 2 = 0; \quad (6)$$

б) для множників при варіації γ_{it} функції поперечного обтиснення γ_t :

$$-B_{3t}(0,5v_s - v_k + v_l - 0,5v_f) \lambda / \lambda^2 + D_{qt}^{33}(\gamma_s - 4\gamma_k + 6\gamma_i - 4\gamma_l + \gamma_f)_t / \lambda^3 - H_{qt}^3(\gamma_k - 2\gamma_i + \gamma_l)_t / \lambda + D_{rt}^{13}(0,5\beta_s - \beta_k + \beta_l - 0,5\beta_f)_{lr} / \lambda^2 + P_t(v_k - v_l) \lambda / 2 - J_{rt}^1(\beta_k - \beta_l)_{lr} / 2 - J_{qt}^3(\gamma_k - 2\gamma_i + \gamma_l)_t / \lambda + R_{qt}\gamma_{it}\lambda - p_i(2\psi_{3t,3}^{-(n)})\gamma_{it}\lambda = 0; \quad (7)$$

в) для множників при варіації β_{i1r} функції поперечного зсуву β_{1r} :

$$-B_{1r}(-v_k + 2v_i - v_l) \lambda / \lambda + D_{tr}^{31}(0,5\gamma_s - \gamma_k + \gamma_l - 0,5\gamma_f)_t / \lambda^2 + D_{gr}^{11}(-\beta_k + 2\beta_i - \beta_l)_{lr} / \lambda - H_{tr}^1(\gamma_k - \gamma_l)_t / 2 + T_{gr}\beta_{i1r}\lambda = 0. \quad (8)$$

Постійні коефіцієнти в системі розрахункових рівнянь (6)-(8) є узагальненими фізико-геометричними характеристиками плити і визначаються аналогічно коефіцієнтам розрахункової системи диференціальних рівнянь із [3; 4] у такий спосіб:

$$B_0 = \int_{-b_n}^{b_n} A_{1111} dz; \quad B_{\varphi s} = \int_{-b_n}^{b_n} A_{1111} \psi_{\varphi s} dz; \quad P_t = \int_{-b_n}^{b_n} A_{1133} \psi_{3t,33} dz;$$

$$D_{fs}^{\varphi \mu} = \int_{-b_n}^{b_n} A_{1111} \psi_{\varphi f} \psi_{\mu s} dz; \quad J_{ft}^{\varphi} = \int_{-b_n}^{b_n} A_{1133} \psi_{\varphi f} \psi_{3t,33} dz; \quad \varphi, \mu = 1, 3;$$

$$H_{ts}^{\varphi} = \int_{-b_n}^{b_n} A_{1133} \psi_{3t,33} \psi_{\varphi s} dz; \quad s, f = \overline{1, 4}; \quad t, q = \overline{1, 3};$$

$$R_{tq} = \int_{-b_n}^{b_n} A_{3333} \psi_{3t,33} \psi_{3q,33} dz; \quad T_{rg} = \int_{-b_n}^{b_n} G' \psi_{1r,3} \psi_{1g,3} dz; \quad r, g = \overline{1, 4}, \quad (9)$$

де $A_{\alpha\beta\gamma\delta}$ – коефіцієнти закону Гука $\sigma_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta\gamma\delta} e_{\gamma\delta}$; G' – модуль поперечного зсуву в шарі; b_n – координата z верхньої поверхні плити.

При дії на плиту локального навантаження з функцією $p(x_i)$, що має розрив першого роду, виконано порівняння точності (табл. 1) моделей M_1 (1) і M_2 (2) на прикладі розрахунку зміщень за ВРМ при $\lambda = a/80$ в однорідній товстій плиті ($\nu = 0,25$; $a/h = 4$). Діє рівномірно розподілене навантаження p на обмеженій області $-5\lambda \leq x_1 \leq 5\lambda$ у вузлах $i = \overline{0, 5}$. Схему дано на половині плити $0 \leq x_1 \leq a/2$ (рис. 3).

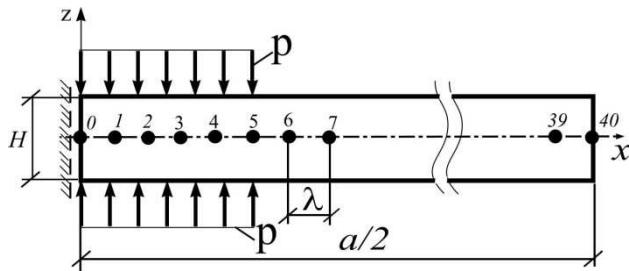


Рис. 3. Розрахункова схема плити при локалізованому навантаженні

Таблиця 1

Значення зміщень $u_{\alpha}^{\#} = u_{\alpha} E / p_0 h$ в плиті при локальному навантаженні

Зміщення		$-10u_3^{\#}$ при $z = h$		$10u_1^{\#}$ при $z = h$			$10u_1^{\#}$ при $z = 0$			
Розв'язок		ВРМ		МСЕ		ВРМ		МСЕ		
Моделі		M_1	M_2	(SCAD)		M_1	M_2	(SCAD)		
Значення в вузлах сітки	0	6,55	6,39	6,42	0	0	0	0	0	
	1	6,50	6,32	6,37	-0,13	-0,20	-0,19	0,11	0,12	0,13
	4	5,75	5,21	5,52	-0,36	-0,77	-0,76	0,44	0,49	0,50
	5	5,40	4,59	4,90	-1,46	-0,88	-0,93	0,79	0,60	0,61
	6	3,35	3,90	3,62	-1,49	-0,91	-0,97	0,90	0,70	0,71
	7	2,95	3,24	2,96	-0,46	-0,86	-0,88	0,75	0,80	0,81

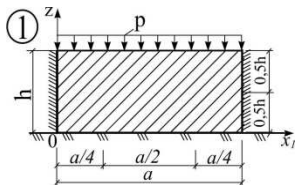
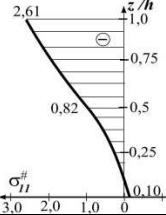
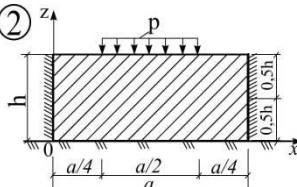
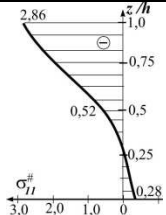
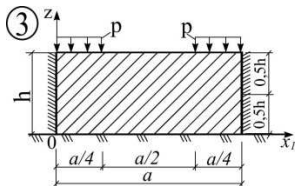
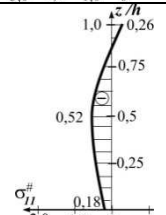
Видно, що в області зміни навантаження p (вузли 5-7 у ВРМ) результати за моделлю M_2 (2) значно краще, ніж за M_1 (1), узгоджу-

ються з розв'язком за методом скінченних елементів (МСЕ) комплексом SCAD. Зміщення, що отримані за M_1 у вузлах 4, 5, 6, містять "стрибки" значень функцій зміщень, чого немає у результатах за M_2 та за SCAD. В інших вузлах значення зміщень у розв'язках за M_1 , M_2 і SCAD – близькі. Отже, застосування моделі M_2 , що не містить у гіпотезах для $u_\alpha^{(k)}$ функції заданого навантаження p є доцільнішим, ніж моделі M_1 (1). Відзначимо, що в даній задачі кількість невідомих у системі рівнянь МСЕ за SCAD дорівнює $n = 40 \times 18 \times 2 = 1440$, а за ВРМ $n = 40 \times 6 = 240$. Причому, при розрахунку плоскої задачі багатошарової плити за МСЕ із прямокутними СЕ кількість невідомих за наявності особливо тонких шарів може суттєво збільшуватися, тоді як за моделями (1) і (2) кількість рівнянь в системі (6)-(8) і кількість невідомих не залежать від кількості шарів.

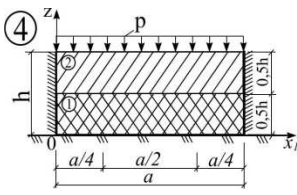
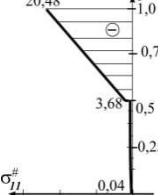
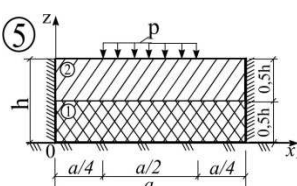
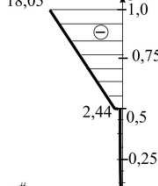
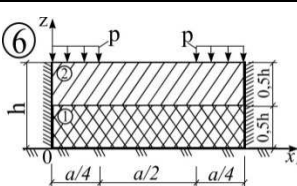
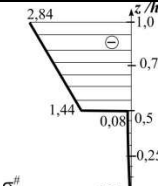
Досліджувався вплив на НДС плит характеру навантаження на плити на жорсткій основі при жорсткому защемленні країв (табл. 2).

Таблиця 2

Зміщення і напруги в плитах ($a/h = 4$) з жорстко защемленими краями за ковзкого контакту з основою

Варіанти схем плит та навантаження	z/h	$u_3^\#$		$u_1^\#$	Епюри $\sigma_{11}^\#$
		$x = a/2$	$x = a/4$	$x = a/4$	$x = a/2$
1	2	3	4	5	6
	1,0 0,5 0	9,52 5,02 0	7,08 2,68 0	-1,31 0,32 0,85	
	1,0 0,5 0	8,33 3,60 0	4,48 1,98 0	-1,67 0,40 0,72	
	1,0 0,5 0	0,86 0,78 0	2,99 0,76 0	0,23 -0,12 0,14	

продовження табл. 2

	1,0 0,5 0	39,05 35,60 0	23,82 20,24 0	-6,23 5,64 7,41	
	1,0 0,5 0	32,85 29,40 0	17,64 15,59 0	-5,71 4,90 5,86	
	1,0 0,5 0	7,07 7,08 0	6,99 5,22 0	-0,68 0,87 1,73	

Розглянуто три випадки прикладання рівномірно розподіленого навантаження: 1 – по всій довжині плити; 2 – на половині довжини посередині плити; 3 – на половині довжини біля країв плити. Контакт плит з жорсткою основою – ковзкий, а на краях плита є жорстко защемленою. У варіантах 1, 2 та 3 (табл. 2) розглянуто одношарову трансверсально-ізотропну плиту з $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $E' = 2 \cdot 10^4$ МПа ($E/E' = 10$); $\nu = 0,25$; $\nu' = 0,01$. Для схем 4, 5 та 6 – двохшарову плиту з трансверсально-ізотропними шарами ($E^{(k)}/E'^{(k)} = 10$) однакової товщини $h_1 = h_2 = 0,5h$ з характеристиками: $E^{(1)} = 1 \cdot 10^4$ МПа; $E^{(2)} = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0,25$; $\nu'^{(1)} = \nu'^{(2)} = 0,01$. В розрахунку застосовано розрахункові схеми плит, що симетрично побудовані відносно поверхні контакту з основою ($a/h = 4$ $a/H = 2$).

Показано (табл. 2), що в однорідній плиті при дискретному навантаженні (варіанти 2 і 3) відносні поперечні зміщення $u_3^{\#} = u_3 E / ph$ зменшуються порівняно з варіантом 1. У двохшаровій плиті, за наявності слабшого нижнього шару (варіанти 4; 5 і 6), відносні зміщення $u_{\alpha}^{\#} = u_{\alpha} E^{(2)} / ph$ збільшуються в п'ять разів та майже в десять разів збільшуються відносні напруги $\sigma_{11}^{\#} = \sigma_{11} / p$ у порів-

нянні з НДС однорідної плити.

Отже продемонстровано доцільність використання уточнених моделей при оцінці НДС багат шарових покриттів на жорсткій основі під дією локального навантаження. Показано, що застосування моделі M_2 , яка не містить у гіпотезах для зміщень функції заданого навантаження є доцільнішим, ніж моделі M_1 – із заданою функцією навантаження. Виявлено особливості НДС плит та характер розподілу зміщень та напруг в плитах при різних видах розподілених навантажень.

1. Пискунов В. Г. Об одном варианте неклассической теории многослойных пологих оболочек и пластин. *Прикладная механика*. 1979. Т. 15, № 11. С. 76–81. 2. Рассказов А. О. К теории многослойных ортотропных пологих оболочек. *Прикладная механика*. 1976. Т. 12, № 11. С. 50–56. 3. Гуртовий А. Г. Высокоточное моделирование деформирования слоистых структур. *Механика композитных материалов*. 1999. Т. 35, № 1. С. 13–28. 4. Гуртовий А. Г., Тынчук С. А. Безыгбная уточненная модель деформирования многослойных плит на недеформируемом основании. *Механика композитных материалов*. 2006. Т. 42, № 5. С. 643–654. 5. Тынчук С. О., Гуртовий О. Г. Дослідження області застосування уточнених моделей в задачах деформування покриттів на жорсткій основі. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві* : зб. наук. праць. Вип. 3. Луцьк : Луцький НТУ, 2015. С. 171–178. 6. Гуртовий А. Г., Тынчук С. А., Жук Д. В. Деформирование однородных и многослойных покрытий с продольными дефектами на жестком основании. *Механика композитных материалов*. Т. 52, № 2. 2016. С. 275–290.

REFERENCES:

1. Pyskunov V. H. Ob odnom varyante neklassycheskoi teoryy mnohosloinykh polohykh obolochek y plastyn. *Prykladnaia mekhanyka*. 1979. T. 15, № 11. S. 76–81. 2. Rasskazov A. O. K teoryy mnohosloinykh ortotropnykh polohykh obolochek. *Prykladnaia mekhanyka*. 1976. T. 12, № 11. S. 50–56. 3. Hurtovyi A. H. Vysokotochnoe modelyrovanye deformatyvaniya sloystykh struktur. *Mekhanyka kompozytnykh materyalov*. 1999. T. 35, № 1. S. 13–28. 4. Hurtovyi A. H., Tynchuk S. A. Bezyzghybnaia utochnennaia model deformatyvaniya mnohosloinykh plyt na nedeformyruемом osnovanyu. *Mekhanyka kompozytnykh materyalov*. 2006. T. 42, № 5. S. 643–654. 5. Tynchuk S. O., Hurtovyi O. H. Doslidzhennia oblasti zastosuvannia utochnennykh modelei v zadachakh deformuvannia pokryttiv na zhorstkii osnovi. *Suchasni tekhnolohii ta metody rozrakhunkiv u budivnytstvi* : zb. nauk. prats. Vyp. 3. Lutsk : Lutskyi NTU, 2015. S. 171–178. 6. Hurtovyi A. H., Tynchuk S. A., Zhuk D. V. Deformatyvanye odnorodnykh y mnohosloinykh pokrytyi s prodolnymy defektamy na zhestkom osnovanyu. *Mekhanyka kompozytnykh materyalov*. T.

**Hurtovyi O. H., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor,
Tynchuk S. O., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor**
(National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

THE REFINED MODELING IN THE PROBLEMS DEFORMATION OF MULTILAYERED COVERINGS ON A RIGID FOUNDATION UNDER LOCAL LOADING

Multilayered coverings can be considered as thick plates resting on a rigid substrate. For investigating the stress-strain state (SSS) of multilayered plates on a rigid foundation, a refined models of symmetrical SSS is offered. The design diagram of a transversely loaded plate is formed by supplementing it with a plate symmetric about the contact surface with the foundation. The load to the double-thickness plate is applied bilaterally and symmetrically about its midsurface. In such a way, only unflexural deformation can be modeled, which reduces the number of unknowns and the general order of differentiation of the resolving system of equations. Such a diagram is modelling frictionless slip of the plate over surface of its contact with the foundation. The rigid contact of the initial plate with the foundation is modelled by introducing an additional thin practically nondeformable layer.

The refined continual models are used takes into account the deformations of transverse shear and transverse compression in high iterative approximation. Two variants of refined models are considered. In the first variant, the load function is given explicitly, whereas in the second variant it is replaced by an unknown desired function of compression. Numerically, the models are realized by the variational-difference method (VDM). To derive the resolving system of algebraic equations of VDM, the Lagrange variational functional is integrated on a half-step of digitization, with a simultaneous use of backward and forward differences for the first derivative of displacement functions. The advantages of the second variant of the refined model in the problems where the load function has gaps is demonstrated. The features of SSS plates on a rigid foundation under the action of local distributed loads are shown.

Keywords: refined model, multilayered plate, rigid foundation, transverse shear, transverse compression.

Гуртовий А. Г., к.т.н., доцент, Тынчук С. А., к.т.н., доцент
(Национального университета водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

УТОЧНЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОКРЫТИЙ НА ЖЕСТКОМ ОСНОВАНИИ ПОД ЛОКАЛЬНОЙ НАГРУЗКОЙ

Для исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) многослойных плит на жестком основании применены уточненные модели симметричного НДС. Расчетная схема поперечно нагруженной плиты образуется симметричной достройкой плиты относительно поверхности контакта ее с основанием. Используются уточненные континуальные модели, которые учитывают деформации поперечного сдвига и поперечного обжатия в высоких итерационных приближениях. Численно модели реализованы вариационно-разностным методом (ВРМ). Показаны особенности НДС плит на жестком основании при воздействии локальной распределенной нагрузки.

Ключевые слова: уточненная модель, жесткое основание, поперечный сдвиг, поперечное обжатие, вариационно-разностный метод.
