

ДО ПИТАННЯ ВИЗНАЧЕННЯ МЕЖІ РЕАЛІЗАЦІЇ ЗСУВНОЇ ФОРМИ РУЙНУВАННЯ БЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Довженко О.О., к.т.н., доц., Погрібний В.В., к.т.н., с.н.с.

*Полтавський національний технічний університет
імені Юрія Кондратюка, Україна*

Актуальність теми. В практиці широко розповсюджені бетонні та залізобетонні конструкції (елементи), які сприймають зрізуючі сили, однак до теперішнього часу відсутня достатньо загальна методика розрахунку їх міцності, створення котрої є актуальною задачею.

Метою роботи є визначення межі реалізації зсувної форми руйнування бетонних елементів.

Постановка проблеми. Вивченню питання зсуву як форми руйнування присвячено цілий ряд наукових праць [1-12]. Загальновідомі три форми руйнування бетонних елементів: шляхом відриву, зсуву та роздроблення, котрі відображають макромеханічну поведінку тіл у граничному стані та суттєво відрізняються між собою. Для відриву, коли окремі малодеформовані частини елемента переміщуються в перпендикулярному до поверхні руйнування напрямку, віддаляючись одна від одної, наявне домінування напружень розтягу. Зсув зовні характеризується переміщенням однієї частини тіла вздовж іншої при переважному впливі дотичних напружень. Роздроблення супроводжується пластичними деформаціями в зонах руйнування елементів. Однак ця зовнішня відмінність візуально чітко спостерігається лише при однорідних напружено-деформованих станах. При неоднорідних станах поверхня руйнування складається з площадок зсуву та відриву, на котрих діють дотичні і нормальні напруження, і візуально однозначно визначити форму руйнування досить складно. Як правило, відрив і зсув відносять до крихкого руйнування, а роздроблення – до пластичного. Однак під крихким руйнуванням при цьому розуміють насамперед лавиноподібний (раптовий) його характер, котрий спостерігається зовні, а не відсутність суттєвих непружних деформацій.

Форма руйнування має визначальний вплив на величину граничного навантаження та потребує застосування різних теорій, концепцій і підходів до розв'язання задач міцності елементів. Тому для вдосконалення методик розрахунку необхідно встановити хоча б наближені межі областей реалізації вказаних форм, іншими словами, окреслити об-

ласть зсувної форми руйнування як проміжної в інтервалі головних напружень.

Викладення основного матеріалу. При відриві задовільні результати розрахунків на міцність досягнуті на основі використання механіки крихкого руйнування [6], при зсуві, на нашу думку, перспективним є застосування теорії пластичності [7, 8, 9, 11], так як реалізація зсувної форми руйнування не можлива без локалізації пластичних деформацій на її поверхні.

Для встановлення меж реалізації зсуву авторами застосована умова міцності Баландіна – Генієва (рис. 1), котра має задовільну збіжність із даними експериментів, простий запис у тензорній формі [4], узагальнює теорії Мора та Мізеса – Генки на крихкі матеріали і на певному інтервалі напружень може розглядатися як умова пластичності.

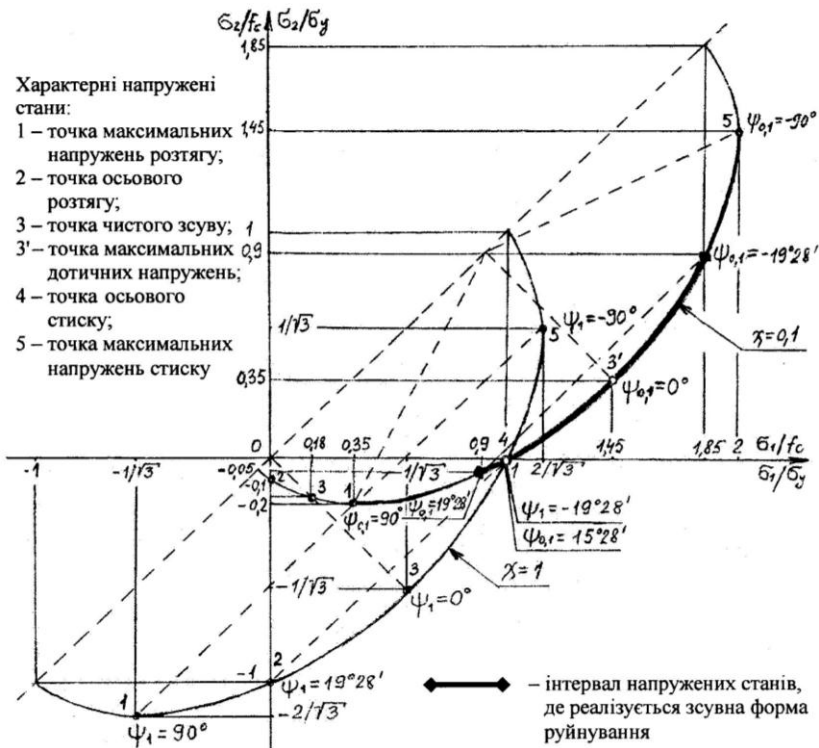


Рис. 1. Гілка прийнятої умови міцності для плоского напруженого стану в координатах головних напружень при $\chi = 1$ і $\chi = 0,1$ (χ – співвідношення опорів осьового розтягу та стиску)

Вид функції $F(\sigma_1, \sigma_2) = 0$ для плоского напруженого стану отриманий залежно від характерних для бетону видів руйнування – відриву та зсуву. Площини ковзання (області гіперболічності) реально існують на інтервалі напружених станів від точки максимальних головних напружень стиску (в зоні двовісного стиску) до точки максимальних головних напружень розтягу (в зоні змішаних напружених станів), які характеризують перехід від зсуву до роздроблення та відриву [4]. На даному інтервалі напружень кривої $F(\sigma_1, \sigma_2) = 0$ можна побудувати обвідну кругів Мора, котра є умовою пластичності в координатах $\tau_n - \sigma_n$ (рис. 2) і записується у вигляді

$$|\tau_n| = \varphi(\sigma_n) = \sqrt{K^2 - 0,25(\sigma_n - m)^2}, \quad (1)$$

де характеристики міцності бетону

$$K = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{f_{c,prism}^2 - f_{c,prism} f_{ct} + f_{ct}^2} \quad \text{і} \quad m = f_{c,prism} - f_{ct}.$$

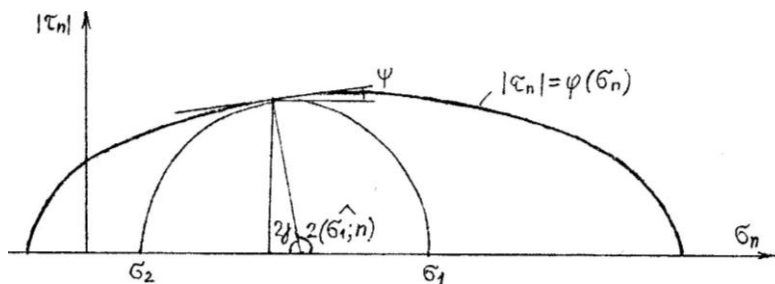


Рис. 2. Гранична обвідна кругів Мора $|\tau_n| = \varphi(\sigma_n)$

Однак руйнування бетонних пластин при напружених станах, наближених до точки максимального напруження розтягу, на відміну від сталевих зразків, відбувається крихко у формі відриву. Крім того, в цій області спостерігається суттєве розходження експериментальних даних із теоретичною кривою. Тому для бетону в якості першого наближення при встановленні меж руйнування шляхом зсуву прийняті точки, котрі відповідають осьовому стиску та розтягу сталевих пластин (рис. 1). Параметром відповідності виступає кут ψ між дотичною до обвідної кругів Мора та напрямком σ_n (рис. 2).

Для прийнятих напружених станів осьового розтягу та стиску сталевих пластин ($\chi = 1$) вказаний кут відповідно дорівнює $\psi_1 = \arcsin 1/3 = 19\text{°}28'$ та $\psi_1 = -19\text{°}28'$ (див. рис. 3).

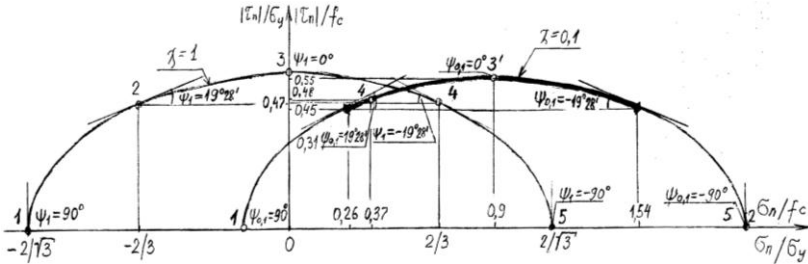


Рис. 3. Умова пластичності на інтервалах наявних площин ковзання при $\chi = 1$ і $\chi = 0,1$ (напружені стани для точок 1...5 див. рис. 1)

Кут ψ однозначно визначає напруження зони руйнування елемента згідно прийнятої умови (1):

$$\text{нормальні} \quad \sigma_n = m - 4K \frac{\operatorname{tg}\psi}{\sqrt{1 + 4\operatorname{tg}^2\psi}}; \quad (2)$$

$$\text{дотичні} \quad \tau_n = \frac{K}{\sqrt{1 + 4\operatorname{tg}^2\psi}}; \quad (3)$$

$$\text{головні} \quad \sigma_1 = \sigma_n + \tau_n \left(\operatorname{tg}\psi + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\psi} \right), \quad (4)$$

$$\sigma_2 = \sigma_n + \tau_n \left(\operatorname{tg}\psi - \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\psi} \right) \quad (5)$$

і може бути встановлений на основі теорії пластичності.

Розв'язання задач теорії пластичності на підставі диференціальних рівнянь – досить складний процес. При розрахунку граничного навантаження у випадку плоских задач достатньо точним вважається метод характеристик [4, 7]. Однак найбільш універсальним і простим є варіаційний метод [5, 7-10], основоположною складовою котрого слугує кінематичний метод теорії граничної рівноваги [3, 11]. При варіаційному численні рішення може знаходитися, виходячи з енергетичних уявлень щодо твердого деформівного тіла, насамперед про потенціальну енергію деформацій та її екстремальні властивості.

Визначимо міцність бетонної пластинки при плоскому напруженому стані, котра є базовим зразком для експериментальної перевірки умови міцності плоских елементів із відомим напруженим станом та напрямком головних площадок. Кінематичний механізм її руйнування представлений на рис. 4. В основу запропонованої методики розрахунку покладено енергетичний метод визначення граничного навантаження, розривні рішення та принцип віртуальних швидкостей.

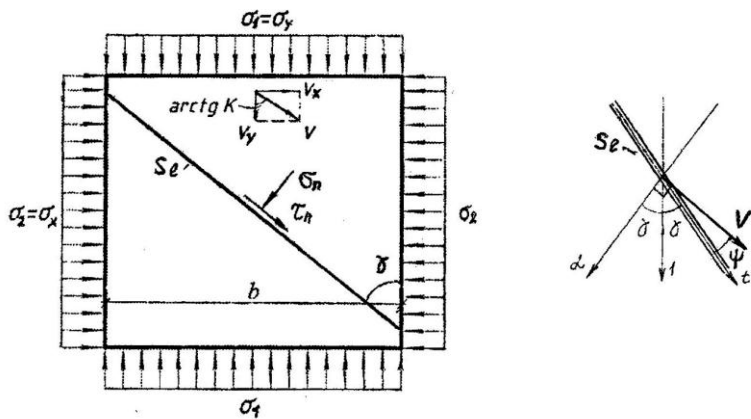


Рис. 4. Кінематично можлива схема руйнування пластинок

Ефективне використання дискретних і розривних рішень для сталі [7, 11] – матеріалу більш пластичного ніж бетон, вказує на доцільність спроби розгляду і для бетону локалізації спрямованої пластичної деформації у тонких шарах ($n \rightarrow 0$, де n – товщина шару) на поверхні руйнування, котра розділяє жорсткі диски.

Для даної задачі маємо

$$\frac{\sigma_1}{f_{c,prism}} = [2\sqrt{(1-\chi+\chi^2)/3}\sqrt{(\hat{e}-tg\gamma)^2+0,25(1+\hat{e}tg\gamma)^2} - (1-\chi)(\hat{e}-tg\gamma)] / (tg\gamma - \hat{e}\sigma_2 / \sigma_1) \quad (6)$$

де $\chi = f_{ct} / f_{c,prism}$, $\hat{e} = v_x / v_y$ – співвідношення швидкостей руху жорстких дисків вздовж осей x і y , γ – кут між поверхнею руйнування $S_l = b / \sin \gamma$ і вертикаллю (або між характеристиками та напрямком σ_1). Так як швидкість деформацій у перпендикулярному до вектора v напрямку α дорівнює нулю, α – і t – напрямки (див. рис. 4) є характеристичними [4, 7], а кути γ і ψ пов'язані між собою залежністю $\gamma = \pi/4 - \psi/2$ чи $tg\psi = (\hat{e} - tg\gamma) / (1 + \hat{e}tg\gamma)$.

Отже формулу (6) можна записати у вигляді

$$\frac{\sigma_1}{f_{c,prism}} = \frac{2 \left[\sqrt{(1-\chi+\chi^2)/3} \sqrt{1+4tg^2\psi} - (1-\chi)tg\psi \right]}{\sqrt{1+tg^2\psi}(1-\sigma_2/\sigma_1) - tg\psi(1+\sigma_2/\sigma_1)} \quad (7)$$

Таким чином, задача зводиться до пошуку кута ψ ($tg\psi$), при якому граничні напруження σ_1 набувають мінімального значення, і котрий визначає як напружений стан так і кут нахилу поверхні руйнування γ .

Для бетону порівняно зі сталлю межі реалізації зсувної форми руйнування зміщуються в напрямку області двовісного стиску (рис. 1). При $\chi = 0,1$ межа між зсувом та роздробленням ($\psi_{0,1} = -19\text{28}'$) розташована в зоні двовісного стиснення, а межа між зсувною та відривною формами руйнування ($\psi = 19\text{28}'$) знаходиться в зоні змішаних напружень. Зсувна форма реалізується при рівні дотичних напружень на поверхні руйнування $\tau_n / \tau_{\max} \geq \sqrt{2/3}$. Вказані обмеження враховують особливості властивостей бетону.

На всьому інтервалі класів бетону при випробуванні призм і пластинок на одновісний стиск спостерігається як зсувна, так і відривна форма руйнування [12]. На думку [12] характер руйнування визначається співвідношенням кристалічної та гелевої складових цементного каменя, наявністю та кількістю мікродфектів. Аналогічна картина має місце і при змішаних напружених станах та двовісному стисненні на інтервалі напружень, наближених до одновісного стиску. Тобто наявна перехідна область напружень, де можлива реалізація як зсуву так і відриву.

Для підтвердження встановлених меж та границі перехідної області розв'язані задачі міцності бетонних зразків, запропонованих у [1, 2] в якості базових для визначення опору бетону зрізу. Кінематичні механізми прийнято відповідно до картини руйнування, котра спостерігається в дослідах. Поверхня руйнування складається із ділянок стиску та розтягу. Варіаційним методом теорії пластичності бетону встановлені напруження, котрі відповідають переходу від неоднорідного напруженого стану до однорідного з відсутньою зоною розтягу та виключенням можливості відриву [5, 10]. В результаті рішень отримані граничні напруження, котрі визначають на умові пластичності бетону межу між випадками руйнування від зрізу та відриву.

Висновки. Для розв'язання задач міцності бетонних та залізобетонних елементів при зсувній формі руйнування перспективним є застосування теорії пластичності та енергетичного методу визначення граничного навантаження. Інтервал напружених станів, для котрих характерна реалізація зсуву як форми руйнування бетону, звужений порівняно із аналогічним інтервалом для сталі. В першому наближенні область реалізації зсувної форми руйнування бетону пропонується визначати за умовою знаходження значень кута дотичної до обвідної кругів Мора в

межах $-\arcsin 1/3 \leq \psi \leq \arcsin 1/3$ та рівнем дотичних напружень на поверхні ковзання $\tau_n / \tau_{\max} \geq \sqrt{2/3}$. Нижня межа руйнування бетону шляхом зсуву розташована в області змішаних напружених станів, а верхня – в зоні нерівномірного двовісного стиску.

Summary

The limits of the realization of the shearing form of destruction are determined. The lower limit is located in the field of the mixed stress states, the upper limit – in the field of the biaxial compression. The strength problems of the elements are solved by means of variable method of plasticity theory of concrete that confirm the established limits.

1. Ахвердов И.Н. Новая интерпритация среза в бетоне и ее математическое выражение: сборник трудов АН Латвийской ССР [исследования по бетону и железобетону] / И. Н. Ахвердов, С. М. Ицкович. – Рига, 1960. – Вып. 5. – С. 161 – 170. 2. Гвоздев А. А. Изучение сцепления нового бетона со старым / А. А. Гвоздев, А. П. Васильев, С. А. Дмитриев. – М., Л.: ОНТИ, 1936. – 55 с. 3. Гвоздев А.А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. – М.: Стройиздат, 1949. – 280 с. 4. Гениев Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона / Г. А. Гениев, В. Н. Киссюк, Г. А. Тюпин. – М.: Стройиздат, 1974. – 316 с. 5. Довженко О. О. Дослідження опору бетону зрізові на зразках Гвоздева / О. О. Довженко, В. В. Погрібний, Т. Ю. Качан // Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб. – К.: ХНАГХ, 2009. – Вып. 90. – С. 173 – 182. 6. Зайцев Ю.В. Механика разрушения для строителей / Ю.В. Зайцев. - М.: Высшая школа, 1987. – 288 с. 7. Качанов А. М. Основы теории пластичности / А. М. Качанов. – М.: Наука, 1969. – 420 с. 8. Колмогоров В. Л. Механика обработки металлов давлением / В. Л. Колмогоров. – М.: Металлургия, 1986. – 688 с. 9. Митрофанов В. П. Теория идеальной пластичности как элементарная механика псевдопластического предельного состояния бетона: основы, ограничения, практические аспекты, совершенствование / В. П. Митрофанов // Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб. – К.: Техника. – Вып. 72. – 2006. – С. 6–26. 10. Митрофанов В.П. Метод одновременного определения прочности бетона при осевом сжатии и растяжении / В.П. Митрофанов, О. А. Довженко // Совершенствование расчетов прочности элементов бетонных, железобетонных и каменных конструкций: Сб. науч. тр. – Полтава: ПолтНТУ, 2007. – С. 44-49. 11. Ржаницын А. Р. Приближенные решения задач теории пластичности / А. Р. Ржаницын // Исследования по вопросам строительной механики и теории пластичности: сб. тр. – М.: Госстройиздат, 1956. – С. 8 – 66. 12. Сытник В.И. Экспериментальные исследования прочности и деформативности высокопрочных бетонов / В.И.Сытник, Ю.А.Иванов // Высопрочные бетоны. – К.: Будівельник. – С. 54 – 72.