

**ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ ЭФФЕКТИВНОЙ СРЕДЫ
К МОДЕЛИРОВАНИЮ ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
БЕТОННОГО КОМПОЗИТА**

Гур В.В., д.т.н., проф., Павлова И.П., к.т.н., доц.

*УО «Брестский государственный технический университет», г.
Брест, Республика Беларусь*

Развитие технологии цементных композитов привело к получению высококачественных бетонов [1,2], но не избавило их от главного недостатка – усадки. Одним из наиболее перспективных вариантов решения данной проблемы является применение бетонов на основе расширяющихся вяжущих. Особенно эффективно применение таких бетонов в конструкциях и сооружениях, к которым предъявляются повышенные требования по трещиностойкости, водонепроницаемости и долговечности [3].

Получение бетонов на расширяющихся вяжущих, обладающих рядом высоких технико-эксплуатационных показателей, диктует новые подходы к прогнозированию их основных характеристик. Имеющиеся экспериментальные данные не могут претендовать на всеобъемлемость, а эмпирические зависимости, полученные на их основе методами статистического моделирования, не являются универсальными и приемлемы для достаточно узкого диапазона таких бетонов. Современные подходы к прогнозированию основных параметров бетонного композита следует разрабатывать, основываясь, прежде всего, на процессах структурообразования.

Учитывая сложность процессов, развивающихся в композитной системе, задачу прогнозирования основных свойств композитов типа бетона целесообразно решать с применением структурно-механического моделирования. Бетон является достаточно сложным гетерогенным композитным материалом с разнообразной микроструктурой на различных уровнях рассмотрения. Поэтому основополагающей идеей структурного моделирования композита типа бетона является возможность относительного подразделения композитной системы на составляющие с условно однородными характеристиками.

Предложенный подход был использован проф. А.М. Подвальным [3, 4] для решения целого ряда задач прогнозирования долговечности

бетона. При структурном моделировании в настоящее время условно выделяют три основных операции:

1. визуализация, которая основана на геометрическом описании рассматриваемого композита. Визуализация включает идентификацию различных фаз в репрезентативном элементарном объеме V и их морфологию. Фаза с позиций структурного моделирования представляет собой элемент структуры с равномерно распределенными напряжениями и постоянными жесткостными характеристиками;

2. локализация, которая устанавливает связь между равномерно распределенными напряжениями (деформациями), принятыми на контуре \mathcal{N} элементарного объема V , и напряженно деформированным состоянием каждой составляющей структурной единицы;

3. гомогенизация, состоящая в усреднении основных характеристик, определяемых на уровне каждой фазы. Гомогенизация позволяет определить свойства композитной системы как функцию от свойств фаз, их геометрических характеристик и особенностей морфологии.

Приступая к структурно-механическому моделированию расширяющегося композита необходимо определиться в выборе основных параметров модели.

Правила построения и описания геометрических параметров структурной модели подробно изложены в работе [5].

Однако для решения задачи для композита в напряжениях (перемещениях) помимо характеристик расширения активной матрицы и геометрических параметров модели чрезвычайно важно иметь математическое описание жесткостных характеристик составных компонент композитной структуры.

Одним из наиболее перспективных направлений при прогнозировании жесткостных характеристик композитной структуры типа бетона является использование положений теории эффективной среды.

Структурная полидисперсная модель (CSA^1), допускающая точное описание эффективных свойств композитов при конечных соотношениях объемов компонентов была впервые предложена Hashin [6, 7]. В модели предполагается, что частицы заполнителя имеют сферическую форму, а окружающие их концентрические оболочки не перколируют между собой. Принятое допущение позволило описать всесторонне упругое деформирование среды, поскольку оно эквивалентно сферически симметричному деформированию каждой оболочки. В дальнейшем

¹ – (от англ. *Composite Sphere Assemblage*) – модель, представляющая собой совокупность композитных сфер различных диаметров

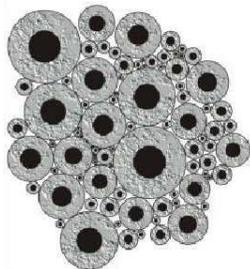
авторами была предложена усовершенствованная модель HC–SS², позволяющая учитывать эффект перколяции в композитных системах.

Как отмечается в [2], первые результаты по вычислению эффективных физико-механических характеристик неоднородных материалов появились значительно раньше, чем была строго сформулирована теория эффективной среды (осреднения).

Существенную роль в развитии теории эффективной гомогенной среды сыграли методы самосогласования. Благодаря им удалось достаточно хорошо описать упругие свойства композитов в широких пределах изменения объемов и жесткостей компонентов, не применяя аппроксимационных методов и эмпирических формул.

Идея самосогласования состоит в выделении одного включения и замене остальных однородным возмущением свойств матрицы. Методы описания в зависимости от выбора способа возмущения делят на два направления. В рамках первого направления (теория эффективной среды) выделенная частица считается погруженной в среду с эффективными модулями упругости (см. рис. 1). Второе направление (теория самосогласованного поля) предполагает введение дополнительного механического поля в матрице, зависящего от напряжений или деформаций на бесконечности.

а)



б)



Рис. 1. Модельное представление композита по данным [8]:
а) – идеализация структуры; б) – гомогенизация структуры с последующей заменой включения эффективной средой

Приближения теории эффективной гомогенной среды предназначены для описания упругих свойств композитов при идеальном контакте

² – (от англ. *Hard Core–Soft Shell*)– структура материала представлена в виде шарообразных жестких включений, окруженных сферическими перколирующими оболочками

матрицы и заполнителя. Учет корреляции включений, усложнение определяющих соотношений и условий совместности деформаций фаз на границе раздела привели к необходимости использования для получения решения численных методов механики композитов.

Для заполнителя, моделируемого сферической частицей, окруженной пористой оболочкой с градиентом свойств по толщине, решения для граничной концентрации получены в исследованиях Garboczi и Bentz, 1998; Herve и Zaoui, 1993; Lutz и Monteiro, 1995. Для реальной микроструктуры бетона со случайным распределением частиц по размерам, при учете перколирующих оболочек с градиентом свойств по толщине, рассчитать жесткостные характеристики теоретически, численными методами или при помощи теории эффективной среды достаточно сложно. В целях некоторого упрощения расчетных процедур в настоящем исследовании предложено использовать многоуровневую модель (см. рис. 2). С помощью предложенной модели появляется возможность приведения сложной гетерогенной системы с анизотропией свойств к гомогенной структуре с изотропными свойствами.

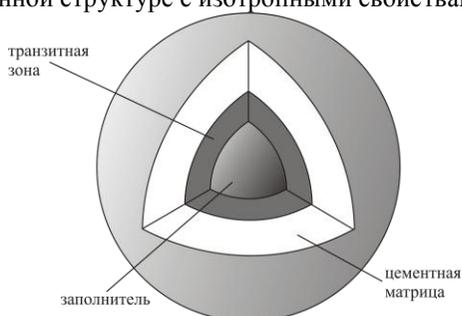


Рис. 2. Схематическое изображение структуры напрягающего бетона в виде трехкомпонентной модели

Одним из постулатов дифференциальной теории эффективной среды является предпосылка о непрерывности среды, в которой дискретно расположено включение. Названная предпосылка применима для бетона, где в теле непрерывной цементной матрицы расположены зерна заполнителя. Вместе с тем, сама цементная матрица представляет собой как минимум двухкомпонентную систему, включающую транзитную зону вокруг заполнителя, обладающую свойствами, отличающимися от свойств остальной цементной матрицы.

С целью использования классических положений теории эффективной среды для оценки жесткостных характеристик трехфазного материала, бетон предложено рассматривать условно в виде матрицы с

композитным включением, учитывающим свойства транзитной зоны (см. рис. 3).

В действительности, проблема усложняется тем, что сама по себе транзитная зона обладает градиентом свойств. Для одиночного включения, окруженного оболочкой с градиентом свойств по толщине, решения по определению жесткостных характеристик существуют [9, 10]. Но действительную микроструктуру бетона с реальным распределением частиц, каждая из которых окружена перколирующими оболочками с градиентом свойств, нет возможности рассчитать теоретически в замкнутом виде.

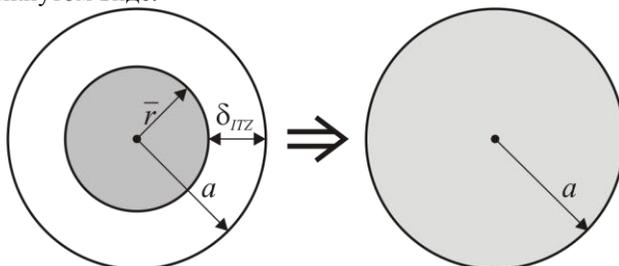


Рис. 3. Трансформация композитного включения в эффективную частицу с размером a в соответствии с правилами D – ЕМТ [14]

С целью упрощения расчетных процедур при описании микроструктуры использована многоуровневая модель, где транзитная зона рассматривалась как компонента с однородными по толщине оболочки свойствами. При этом в работе [10] показано, что такое допущение не значительно искажает результаты решения.

Необходимо отметить, что решения ТЭС справедливы для определенной концентрации включений в матрице, при которой не наблюдается влияния соседних включений друг на друга³. Для бетона граничная концентрация заполнителя принимается не превышающей 0,05.

Для случая одиночного включения с жесткостными характеристиками K_{agg} , G_{agg} , помещенного в матрицу с соответствующими характеристиками K_m , G_m эффективные модули можно записать в виде [10]:

$$K = K_m + K_m kc + O(c^2), \quad (1)$$

$$G = G_m + G_m gc + O(c^2). \quad (2)$$

³ – Понятие граничной концентрации и ее количественное значение обоснованно дано в работе [12]

где k , g – безразмерные коэффициенты (начальные модули), принимаемые в зависимости от формы включений и соотношения модулей матрицы и включения [10].

Для сферического включения в бесконечной матрице в работе [10] предложены следующие решения:

$$k = \frac{\left(K_m + \frac{4}{3}G_m\right)(K_{agg} - K_m)}{K_m \left(K_{agg} + \frac{4}{3}G_m\right)}, \quad (3)$$

$$g = \frac{5 \left(K_m + \frac{4}{3}G_m\right)(G_{agg} - G_m)}{3G_m \left(K_m + \frac{8}{9}G_m\right) + 2G_{agg}(K_m + 2G_m)}. \quad (4)$$

Понятие граничной концентрации используется для составления дифференциальных уравнений, позволяющих рассчитывать жесткостные характеристики реальных систем с большей объемной концентрацией. Предположим, что включения в количестве большем граничной концентрации были помещены в матрицу. Эффективные модули композитной системы будут $K(\phi)$ и $G(\phi)$, где $\phi = 1 - c$ – объемная концентрация матрицы. Далее, матрица с распределенными в ней включениями, рассматривается как гомогенный материал. Предположим, что часть объема dV такой системы заменяется эквивалентным объемом включений. Тогда новые модули такой системы $K + dK$ и $G + dG$ будут соответственно равны:

$$K + dK = K + Kk(K, G) \frac{dV}{V}, \quad (5)$$

$$G + dG = G + Gg(K, G) \frac{dV}{V}, \quad (6)$$

При замене объема dV , изменение в объеме матрицы будет равно

$$d\phi = -\phi \frac{dV}{V}, \quad (7)$$

Тогда уравнения (5) – (6) примут следующий вид:

$$\frac{dK}{d\phi} = -kK/\phi, \quad (8)$$

$$\frac{dG}{d\phi} = -gG/\phi, \quad (9)$$

Для пространственной модели эффективный модуль сдвига $G_{id}(\tau)$ композитного включения с учетом транзитной зоны в момент времени τ находят из решения соответствующего квадратного уравнения [10]:

$$A \left(\frac{G_{id}(\tau)}{G_{itz}(\tau)} \right)^2 + 2B \left(\frac{G_{id}(\tau)}{G_{itz}(\tau)} \right) + C = 0, \quad (10)$$

Эффективный объемный модуль упругости $K_{id}(\tau)$ для данного «приведенного» заполнителя с учетом свойств транзитной зоны может быть рассчитан по зависимости, предложенной в работе [10]:

$$K_{id}(\tau) = K_{itz}(\tau) + \frac{p(K_{agg} - K_{itz}(\tau))}{1 + (1-p) \left[\frac{K_{agg} - K_{itz}(\tau)}{K_{itz}(\tau) + \frac{4}{3}G_{itz}(\tau)} \right]} \quad (11)$$

Аналитические решения для определения эффективных модулей получены с учетом ряда допущений, основным из которых является допущение о граничной концентрации включений в теле матрицы. Для определения эффективных модулей для реальной среды необходимо использовать метод поэтапной квазигомогенизации. Кроме того, необходимо отметить, что при концентрации заполнителя выше 0,29 наступает порог перколяции, поэтому объем, и, как следствие, толщину оболочки вокруг включения, необходимо рассчитывать с учетом этого явления. Объем транзитной зоны с учетом перколяции можно рассчитать по следующим зависимостям, предложенным Lu и Torquato:

$$V_{itz} = 1 - e_v(\delta_{itz}) - \tilde{n}_{agg}, \quad (12)$$

$$e_v(\delta_{itz}) = (1 - c_{agg}) \exp[-\pi N(c\bar{r} + d\bar{r}^2 + f\bar{r}^3)], \quad (13)$$

где c, d, f – коэффициенты, определяемые согласно [10].

Параметрические исследования

Теория эффективной среды позволяет дать достаточно точный качественный анализ характеристик композита на стадии формирования структуры в зависимости от выбранных исходных параметров композитной системы. На основе положений теории эффективной среды был составлен алгоритм расчета эффективных модулей упругости бетона, графическая реализация наиболее характерных вариаций которого представлена на рис. 4 – 6. В качестве анализируемых параметров системы были выбраны модуль упругости транзитной зоны (в пределах от 0.1 до 1 от модуля упругости цементной матрицы), модуль упруго-

сти заполнителя (от 0.1 до 10 от аналогичного цементной матрицы), объемная концентрация и удельная поверхность заполнителя.

Как видно из рис. 4а, снижение модуля упругости транзитной зоны до 0,1 от модуля цементной матрицы даже при заполнителе с модулем, превышающим модуль матрицы в 10 раз, позволяет получить бетоны с модулем ниже чем у цем. камня. Однако увеличение соотношения E_{TZ} к E_m (рис. 4б) сразу приводит к резкому возрастанию модуля упругости композита. То есть изменение характеристик транзитной зоны, характеризующей переход от заполнителя к остальной цементной матрице, оказывает большее влияние на жесткостные характеристики композитной структуры, чем варьирование жесткости заполнителя.

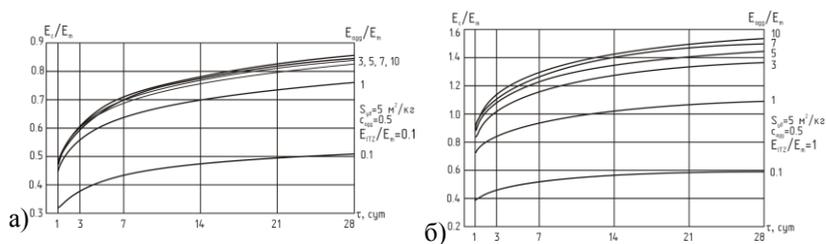


Рис. 4. Изменение модулей упругости бетона во времени при варьируемых параметрах модели (модуле упругости транзитной зоны, удельной поверхности и объемной концентрации заполнителя, модуле упругости заполнителя)

Изменение удельной поверхности заполнителя также существенно влияет на картину развития жесткостных характеристик композитной системы. Так, при удельной поверхности 0.1 м²/кг при варьировании соотношения E_{TZ} к E_m в пределах от 0.1 до 1 (см. рис. 5а), нет существенного различия в модулях упругости бетона, зависимости носят практически линейный характер. Однако, увеличение удельной поверхности от 5 м²/кг до 50 м²/кг приводит к росту криволинейности графиков (см. рис. 5б), что, очевидно, следует связывать с возрастанием количества перколированных транзитных зон.

Влияние удельной поверхности заполнителя на жесткостные характеристики бетона далеко не однозначно. Так, для бетонов с транзитной зоной, характеризующейся низкими модулями упругости, увеличение удельной поверхности приводит к увеличению объема транзитных зон, и, как следствие, к общему снижению модуля упругости бетона (см. рис. 6а). А увеличение модуля транзитной зоны для бетонов на заполнителе с малым модулем упругости, что характерно для бетонов на пористом заполнителе, приводит к росту модуля композита с возраста-

нием удельной поверхности (см. рис. 6б). Возможной причиной данного явления могут быть незначительные отличия в жесткостных параметрах композитного включения, приводящие в итоге к более благоприятной картине распределения напряжений в композитной системе.

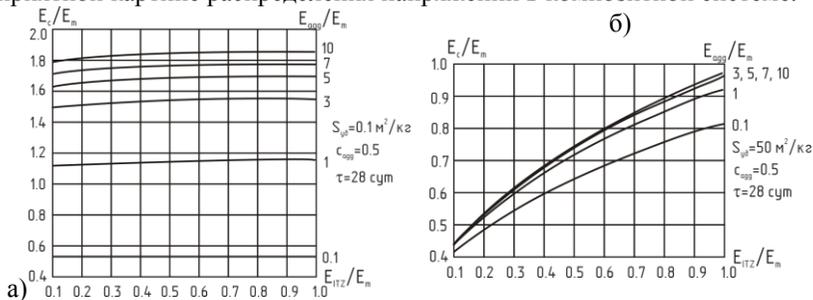


Рис. 5. Изменение модуля упругости бетона в зависимости от модуля упругости транзитной зоны при варьируемых параметрах модели

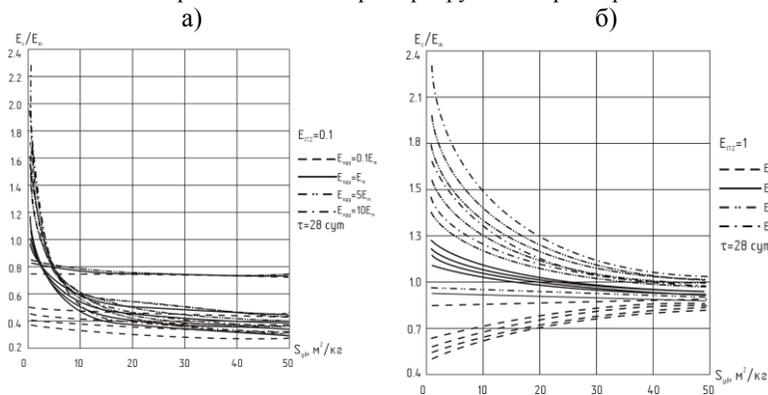


Рис. 6. Изменение модуля упругости бетона в зависимости от удельной поверхности заполнителя при варьируемых параметрах модели

Заключение

Прогнозирование жесткостных характеристик композитных структур типа бетона может быть получено с использованием структурно-механических моделей бетона как неоднородного материала от нано- до макроуровня.

Применение положений теории эффективной среды позволяет для заданной геометрии системы и жесткостных характеристик исходных компонент структуры качественно оценить жесткостные характеристи-

ки бетона в зависимости от варьируемых исходных параметров и выявить степень влияния того или иного фактора на итоговую величину модуля упругости бетона.

Summary

Concrete is a composite material, in which the inclusions are surrounded by a thin shell of altered matrix material and embedded in a normal matrix material. Assigning each of these phases different linear elastic moduli results in a complicated effective elastic moduli problem. Each inclusion particle surrounded by a shell of another phase, is mapped onto an effective particle of uniform elastic moduli. The resulting simpler composite with a normal matrix is then treated in usual effective medium theory.

Литература

1. Тур В.В. Самонапряженный железобетон: исследования, опыт и перспективы применения // Строительная наука и техника. Научно-технический журнал. – Мн., 2005 – №1. – с.65-72.
2. Павлова И.П., Тур В.В. Параметрические исследования процесса расширения напрягающего бетона с использованием структурной модели расширяющегося композита // Вестник БГТУ. Строительство и архитектура. – 2004. - №1.
3. Подвальный А. М. Определение величины собственных деформаций в бетонном конгломерате на различных структурных уровнях // Заводская лаборатория. – М.: 1973. – №10.
4. Подвальный А.М. Механизм морозного разрушения бетонных и железобетонных конструкций // Бетон и железобетон – пути развития. Научные труды 2-ой Всероссийской (Международной) конференции по бетону и железобетону. Том 3. Секционные доклады. Секция «Технология бетона». М.: Дипак, 2005 – с. 171-177.
5. Тур В. В. Направления развития цементного бетона в третьем тысячелетии // Архитектура и строительство. – №5, №6. – Мн., 2003.
6. Bentz D. P., Hwang J. T., Hagwood C., Garboczi E. J., Snyder K. A. and Scrivener K. L. Interfacial Zone Percolation in Concrete: Effects of

Interfacial Zone Thickness and Aggregate Shape // Microstructure of Cement-Based Systems, 1995. – pp. 437-442.

7. Bernard O., Ulm F.J., Lemarchand E. A multiscale micromechanics-hydration model for the early-age elastic properties of cement-based materials // Cement and Concrete Research, Vol. 33, 2003. – pp. 1293-1309.

8. Garboczi E. J., Berryman J. G. Elastic Moduli of a Material Containing Composite Inclusions: Effective Medium Theory and Finite Element Computations // Mechanics of Materials, 2001. – pp. 455-470.

9. Garboczi E.J., Bentz D.P. Experimental and Simulation Studies of the Interfacial Zone in Concrete // Cem. Conc. Res., Vol. 22, 1992. - pp. 891-902.

10. Hashin Z. Elastic moduli of heterogeneous materials. J. Appl. Mech., 29 – pp. 143-150.