УДК 625.712:625.852.061

ТЕРМОВ'ЯЗКОПРУЖНА ПОВЕДІНКА АСФАЛЬТОБЕТОННОГО ПОКРИТТЯ МІСЬКИХ ВУЛИЦЬ І ДОРІГ

Смолянець В.В.[1], *к.т.н., доцент,* **Бесараб О.М.[2],** *к.т.н., доцент,* **Бондар М.М.[2],** *к.пед.н., доцент,* **Куценко А.Г.[2],** *к.ф-м.н., доцент*

[1] *«Компас Проект»*
[2] *Національний університет біоресурсів і природокористування України*

При проектуванні асфальтобетонного покриття вулиць і доріг необхідно враховувати особливості його роботи [1, 2]. Це по-перше специфічні транспортний потік та режим руху на міських вулицях та дорогах; характер дії навантаження на перехресті, поблизу перехрестя, на зупинках громадського транспорту, на автостоянках, в заторах; зменшення тривалості дії навантаження внаслідок зменшення середньої швидкості руху у порівнянні із дорогами загального користування. Відомо, що напружено-деформований стан конструкції дорожнього одягу та механічна поведінка асфальтобетону значною мірою залежить від часу дії навантаження [1, 2]. Така поведінка називається в'язкопружністю і проявляється по-різному: повзучість при постійному напруженні, релаксація напружень при постійній деформації, загасання динамічних ефектів, залежність діаграми напруження – деформація від швидкості навантаження – ось деякі приклади прояву в'язкопружних властивостей матеріалу.

Ця стаття присвячена, головним чином, аналітичному аналізу, опису лінійної в'язкопружної поведінки матеріалів та обґрунтування можливості застосування викладених підходів відносно асфальтобетону. Це дозволить більш точно оцінювати поведінку асфальтобетону, що в свою чергу дасть можливість точніше прогнозувати його довговічність за тріщиностійкістю.

Лінійна поведінка асфальтобетону

Як показав огляд багатьох робіт, поведінка асфальтового бетону може описуватися лінійною теорією [3, 4]. Звичайно, лінійна теорія дає тільки наближення до дійсної поведінки матеріалу і для того щоб використовувати її належним чином, необхідно знати межі її застосування.

Для того щоб сформулювати припущення про лінійність деякого в’язкопружного тіла, досить виписати інтегральне співвідношення, що зв'язує реакцію тіла з зовнішніми вхідними даними, не уточнюючи фізичної структури тіла і фізичного змісту кожного параметра окремо. Тому під тілом будемо мати на увазі просто "чорний ящик" (тобто будемо вважати тіло феноменом), що може бути, наприклад, одновісьно навантаженим брусом.

Розглянемо реакцію R на деякий зовнішній вплив (вихідні дані). Запис

$$R = R\{I\} \tag{1}$$

означає, що поточне значення відгуку R залежить від історії зміни величини I, а не тільки від її поточного значення, тобто що R є функціоналом від I.

Функціонал є лінійним тоді і тільки тоді, коли він задовольняє двом наступним умовам:

(i) умові однорідності (чи пропорційності):

$$R\{cI\} = cR\{I\}, \quad c = const; \tag{2}$$

(ii) умові суперпозиції:

$$R = \{I_a + I_b\} = R\{I_a\} + R\{I_b\}, \tag{3}$$

де I_a й I_b можуть бути однаковими чи різними історіями вхідних даних. Будь-які матеріали (чи конструкції), для яких виконуються умови (2) і (3), називаються лінійними в’язкопружними.

Якщо функціонал відгуку лінійний, то його можна представити у вигляді інтегралу від вихідного вхідного даного і відгуку, що залежить від історії одного попередньо обраного впливу. При дослідженні в’язкопружних матеріалів цей вплив звичайно вибирають у вигляді одиничної ступінчастої функції H:

$$H(t - t') \equiv \begin{cases} 0, & t < t', \\ 1, & t > t'. \end{cases} \tag{4}$$

Відгук на функцію H позначається через $R_н$ і в загальному випадку залежить від поточного моменту часу t і моменту часу t', у який вводять одиничний вхідний вплив H, тобто

$$R_H = R_H(t, t'). \tag{5}$$

Як випливає з фізичних понять, $R_H = 0$ *при* $t < t'$. У багатьох випадках відгук в'язкопружного тіла залежить тільки від часу, минулого після введення вхідних даних, тобто

$$R_H = R_H(t - t'). \tag{6}$$

В'язкопружні матеріали чи конструкції, поведінка яких описується співвідношенням (6), називаються нестаріючими чи інваріантними за часом.

Функція $R_н$ називається функцією повзучості (піддатливістю при повзучості) у тому випадку, коли величина I є напруженням, а в ролі R виступає деформація, і перехідною провідністю у випадку загальних лінійних систем [5, 6].

Якщо I залежить від часу, то, розглядаючи його як межу суми східчастих функцій і використовуючи умови (2) і (3), можна записати

$$R = \int_{-\infty}^{t} R_H(t, t')(dI / dt')dt', \tag{7}$$

а для нестаріючого тіла

$$R = \int_{-\infty}^{t} R_H(t - t')(dI / dt')dt'. \tag{8}$$

Співвідношення виду (7) і (8) називаються законами спадкоємного типу. Для інтегрального представлення (8) вживаються різні назви: інтеграл суперпозиції, інтеграл суперпозиції Больцмана, інтеграл Дюамеля, інтеграл типу згортки.

Аналітичне представлення в'язкопружних характеристик.

У багатьох випадках, наприклад, коли потрібно врахувати мікроструктуру матеріалу або встановити співвідношення між його в'язкопружними характеристиками, бажано мати у своєму розпорядженні аналітичні представлення в'язкопружних характеристик.

Характеристики, що залежать від часу.

Виходячи з термодинамічних понять, Біо [5, 7] запропонував залежність від часу функцій повзучості і релаксації у наступному виді:

$$C_{ijkl}(t) = C_{ijkl}^{\infty} + \sum_{s} C_{ijkl}^{(s)} e^{-t/\rho_s}, \tag{9}$$

$$S_{ijkl}(t) = S_{ijkl}^{I} + S_{ijkl}^{F} t + \sum_{s} S_{ijkl}^{(s)} \left(1 - e^{-t/\tau_s}\right), \tag{10}$$

де кількість s членів ряду залежить від властивостей матеріалу; ρ_s - час релаксації, позитивна величина, а τ_s - час запізнювання (ретардації) - теж позитивна величина.

Для багатьох матеріалів, є велике число часу релаксації і запізнювання, значення яких розташовані досить щільно. Тому у формулах (9, 10) підсумовування (по s) можна приблизно замінити інтегруванням, вважаючи, що час релаксації і запізнювань є неперервними функціями [5, 8, 9].

Хоча тимчасових постійних (час релаксації і запізнювання) може бути дуже багато, функції повзучості і релаксації часто можна апроксимувати кінцевими експонентними рядами (як правило з 10-20 членів), у яких тимчасові постійні вибираються без обліку термодинамічних понять [5, 10].

Тому що всі характеристики, описані вище, представляються сумою експонент, моделі таких матеріалів можна скласти з пружних і в’язких елементів. Однак, за винятком згаданих вище діагональних компонентів, пружні модулі і коефіцієнти в'язкості можуть бути негативними коли часи релаксації і запізнювання позитивні.

У рівняннях (9, 10) як аргумент взятий дійсний час t. Однак ці функції легко переписати в позначеннях для неізотермічних характеристик термореологічно простих матеріалів - істинний час t просто замінюється приведеним часом ξ.

Інший вираз залежності функцій релаксації від часу дають різні степеневі закони. Модифікований степеневий закон

$$E(t) = E_{\infty} + \frac{E_I - E_{\infty}}{\left(1 + t/\tau_0\right)^m}, \tag{11}$$

де величини E_{∞}, E_I, τ_0 і m не залежать від часу. Зауважимо, що при $t/\tau_0 >> 1$ формула (11) приводиться до вигляду:

$$E(t) = E_{\infty} + E_1 t^{-m}. \tag{12}$$

Для термореологічно простих матеріалів, властивості яких залежать від температури, у рівняннях (11) і (12) час t заміняється на приведений час ξ.

Характеристики, що залежать від температури

Із усіх залежних від температури характеристик композитів, найбільшої уваги заслуговує аналітичний вираз для коефіцієнта зміщення a_T. При $T < Tg$ звичайно приймається відоме співвідношення Арреніуса [5, 9] і Халпін [5, 11]

$$lg\, a_T = \frac{\Delta F}{2{,}303R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_R}\right), \tag{13}$$

де ΔF – постійна енергія активації (на моль), а R=1,987 кал/моль.

Таким чином, графік залежності функції $lg\ a_T$ від перемінної $1/T$ являє собою пряму.

При $T>Tg$ застосовується рівняння ВЛФ (рівняння Вільямса- Ландела - Феррі)

$$lg\, a_T = c_1(T - T_R)/(c_2 + T - T_R), \tag{14}$$

де c_1 і c_2 - постійні.

Інший вид залежності коефіцієнта a_T від температури при $T > Tg$ запропонував Шепері:

$$a_T = [(T_R - T_a)/(T - T_a)]^{\mu}, \tag{15}$$

де T_a і μ - постійні величини.

Цей вираз добре узгоджується з рівнянням ВЛФ у широкому інтервалі температур при μ = 12, як правило, $T_a \approx T_g$ – 10 °С. Для деяких задач зручніше використовувати цей статичний закон, тому що він дає можливість аналітично підрахувати приведений час при постійній швидкості зміни температури, що не дозволяє розв'язати рівняння (14).

Співвідношення, що зв'язують в'язкопружні характеристики

Співвідношення при одноосьовому навантаженні.

Авторами приводяться деякі співвідношення, що зв'язують в'язкопружні піддатливості і модулі релаксації при одноосьовому навантаженні.

Точна залежність між зображеннями Карсона функцій повзучості і релаксації має вид:

$$\tilde{E} = \tilde{D}^{-1}. \tag{16}$$

Відгук на стаціонарні періодичні впливи з частотою ω (коли $\sigma_x=\sigma_A e^{i\omega t}$ і $\varepsilon_x=\varepsilon_A e^{i\omega t}$, де σ_A, ε_A - речовинні або комплексні постійні) визначається через комплексну піддатливість і комплексний модуль

$$D^* \equiv \varepsilon_x / \sigma_x, \quad E^* \equiv \sigma_x / \varepsilon_x; \tag{17}$$

таким чином,

$$E^* = D^{*-1}. \tag{18}$$

Як відомо [5, 12], ці комплексні модуль і піддатливість зв'язані з зображеннями Карсона функції релаксації і повзучості наступними співвідношеннями:

$$E^*(\omega) = \tilde{E}_{\ s \to i\omega}, \quad D^*(\omega) = D_{\ s \to i\omega}. \tag{19}$$

Приймаючи для функції повзучості степеневий закон, знаходимо

$$\tilde{D} = D_1 + D_1 \Gamma(1+n) \cdot s^{-n}, \tag{20}$$

де $\Gamma(1+n)$ - гамма-функція з аргументом $1 + n$.

Із другого рівняння (27) випливає, що

$$D^* = D' - iD'', \tag{21}$$

де речовинна частина D', так звана піддатливість нагромадження, має вид:

$$D' = D_I + D_1 \Gamma(1+n) \cos(n\pi/2) \omega^{-n}, \tag{22}$$

а неявна частина D'', піддатливість втрат, має вид:

$$D'' = D_1 \Gamma(1+n) \sin(n\pi/2) \omega^{-n}. \tag{23}$$

Тангенс кута втрат (названий також коефіцієнтом втрат) визначається як

$$tg\varphi \equiv D''/D', \tag{24}$$

де φ - зсув фази між напруженням і деформацією.

x $D_I << D'$, *то*

$$\varphi = n\pi/2. \tag{25}$$

Якщо D_I в рівнянні (20) мале, то, застосовуючи зворотнє перетворення Лапласа до рівності (16), можна записати:

$$D(t)E(t) = \sin(n\pi)/n\pi. \qquad (26)$$

При $0 < n \leq 0{,}25$, з точністю до 10% виходить залежність

$$E(t) \approx D(t)^{-1}. \qquad (27)$$

Висновок

Рівняння (27) називається квазіпружною апроксимацією. Воно також вірне не тільки для степеневих залежностей, але й у тих випадках, коли графік функції D (чи E) у логарифмічних координатах має малу кривизну [5, 13].

Тобто при вирішенні багатьох задач для знаходження напружень та деформацій можна використовувати точні рішення теорії пружності. При цьому необхідно замінити пружні характеристики відповідними модулями релаксації і в’язкопружними податливостями. Ґрунтуючись математичними аспектами цих методів, а також результатами, отриманих Шепері і Сімсом при його застосуванні, можна вважати, що в більшості випадків точність методу цілком задовольняє звичайним інженерним вимогам.

SUMMARY

The thermoviscoelastic behavior of asphalt concrete pavement of city streets and roads is considered.

Література

1. Смолянець В.В. Удосконалення проектування асфальтобетонного покриття нежорсткого дорожнього одягу в умовах міст. Автореф. дис... канд. техн. наук. – Київ, 2005, 18 с.

2. Бесараб О.М.. Підвищення тріщиностійкості асфальтобетонних шарів з врахуванням часу дії навантаження: Дис. … канд. техн. наук: 05.23.05. – К., 2003. – 252 с.

3. Радовский Б.С., Супрун А.С., Козаков И.И. Проектирование дорожных одежд для движения большегрузных автомобилей // Киев, Будивэльнык, 1989. - 168 с.

4. Радовський Б.С. Теоретические основы конструирования и расчета нежестких дорожных одежд на воздействие подвижных нагрузок: Дис. … докт. техн. наук: 05.23.03. – К., 1982. – 552 с.

5. Шеппери Р. А. Вязко-упругое поведение композиционных материалов // Под общ. ред. А. А. Ильюшина и Б. Е. Победри – М.: Мир, 1978.

6. Карман Т., Био М.А., Математические методы в инженерном деле, изд. 2, М. – Л., ГИТТЛ. 1948.

7. Biot M.A., J. Appl. Phys., 25, 1385(1954).

8. Biot M.A., Proc. U. S. Nat. Congr. Appl. Mech. ASME, 3rd, 1, 1958.

9. Ferry J. D.,Viscoelastic properties of polimers, 2nd ed., New York, Wiley, 1970; перевод первого издания: Ферри Д., Вязкоупругие свойства полимеров, М., ИЛ, 1963.

10. Schapery R A., A simple collocation method for fitting viscoelastic models to experimental data, Rep. GALCIT SM 61-23A, Calif. Inst. Tech., 1961.

11. Halpin J. C., in "Composite materials workshop" (Tsai S. W., Halpin J. C., Pagano N. J., eds), Westport, Connecticut, Technomic, 1968, pp. 87 - 152.

12. Pipkin A. C., Lectures on viscoelasticity theory, Berlin and New York, Springer-Verlag, 1972.

13. Schapery R. A., Proc. U. S. Nat. Congr. Appl. Mech. ASME, 4th, 1705, 1962.