

К ПОСТРОЕНИЮ ДИАГРАММ «КРУТЯЩИЙ МОМЕНТ – УГОЛ ЗАКРУЧИВАНИЯ» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ШАГОВО-ИТЕРАЦИОННОЙ МЕТОДИКИ ДЛЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ТРЕЩИНОЙ

Дорофеев В.С. д.т.н., проф., Ковров А.В. к.т.н., доц., Кушнир А.М., Ковтуненко А.В.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

Актуальность исследований.

Использование диаграмм «крутящий момент – угол закручивания» позволяет совершенствовать теорию и методы расчета конструкций с учетом физической нелинейности материалов на разных стадиях напряженно-деформированного состояния, выявлять резервы несущей способности конструкций, проектировать их более экономичными и при этом достаточно надежными.

Цель работы – разработать методику построения диаграмм «крутящий момент – угол закручивания» для сечения железобетонных элементов с трещиной для использования в практических расчетах статически неопределимых систем.

Основная часть. Для построения диаграмм «крутящий момент – угол закручивания» с использованием шагово-итерационной методики сечений железобетонных элементов подверженных кручению в работе принимаются следующие предпосылки:

1. Считается справедливой гипотеза Бернулли (гипотеза плоских сечений).
2. При кручении прямоугольных сечений принимается линейное распределение угловых деформаций.
3. Связь между напряжениями и деформациями бетона и арматуры принимаются в виде диаграмм, приведенных на рис. 1.

Зависимость «напряжение-деформация» при сдвиге бетона описывается при помощи нелинейной функции, имеющей вид:

$$\tau_{b,i} = \frac{E_b \nu_b}{2(1 + \mu_b)} \gamma_{b,i} \quad (1)$$

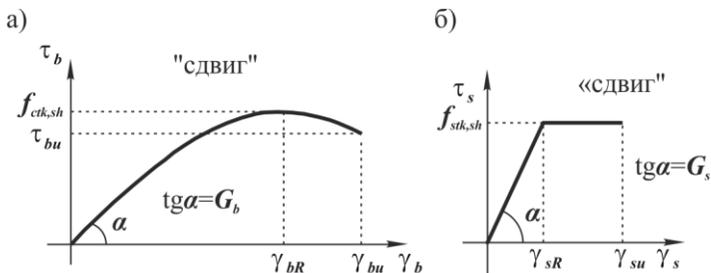


Рис. 1. Диаграммы сдвига. а) – бетона, б) – арматуры, где, $f_{ctk,sh}$ – расчетное сопротивление бетона на сдвиг $f_{ctk,sh} = 0,7\sqrt{f_{ct}f_{ctk}}$; γ_{bR} – угловая деформация $\gamma_{bR} = 2(1 + \mu_b)f_{ctk,sh} / (E_b\nu_b)$; γ_{bu} – предельная угловая деформация; ν_b – коэффициент изменения секущего модуля упругости при сдвиге [1]; $f_{stk,sh}$ – расчетное сопротивление арматуры на сдвиг $f_{stk,sh} = \gamma_{sR}G$; γ_{sR} – угловая деформация $\gamma_{sR} = \left(\frac{f_{stk} / E_s - (1 - 2\mu_s)f_{stk}}{3E_s} \right) \wedge 3$; γ_{su} – предельная угловая деформация: $\gamma_{su} = \left(\frac{1,8f_{stk} / E_s - (1 - 2\mu_s)f_{stk}}{3E_s} \right) \wedge 3$.

Зависимость «напряжение-деформация» при сдвиге арматуры описывается при помощи линейной функции, имеющей вид:

$$\tau_{xy,s}^i = \begin{cases} G_s \gamma_{xy,s}, & \text{ï ðè } 0 < \gamma_{xy,s} < \gamma_{xy,sR}; \\ f_{stk,sh}, & \text{ï ðè } \gamma_{xy,sR} \leq \gamma_{xy,s} < \gamma_{xy,su}. \end{cases} \quad (2)$$

$$\tau_{xz,s}^i = \begin{cases} G_s \gamma_{xz,s}, & \text{ï ðè } 0 < \gamma_{xz,s} < \gamma_{xz,sR}; \\ f_{stk,sh}, & \text{ï ðè } \gamma_{xz,sR} \leq \gamma_{xz,s} < \gamma_{xz,su}. \end{cases}$$

Предлагается следующий алгоритм, построения диаграммы «крутящий момент – угол закручивания» с использованием шагово-итерационной методики для сечений железобетонных элементов с трещиной.

1. Исходными данными являются:

- прочность бетона на сжатие f_{ck} , растяжение f_{ctk} и срез $f_{ctk,sh}$;
- начальный модуль упругости бетона E_{ck} ;
- прочность арматурной стали f_{tk} ;
- модуль упругости арматурной стали E_s ;

- размеры сечения h, h_{erc}, b ;
 - площади арматурных стержней A_s и A_s' ;
 - координаты центров тяжести арматурных стержней Y_s и Z_s ;
 - приращение угла закручивания $\Delta\theta$.
2. Определяются характеристики приведенного сечения $A_{red}, S_{red,y}$.
3. Определяется предельный крутящий момент:

$$T_u = f_{ctk} b^2 (3h - b) / b \quad (3)$$

4. Определяется центр тяжести приведенного сечения:

$$Y_{kr} = \frac{S_{z,red}}{A_{red}}; Z_{kr} = \frac{S_{y,red}}{A_{red}}. \quad (4)$$

На первом этапе принимается, что центр кручения совпадает с центром тяжести приведенного сечения.

5. Поперечное сечение разбивается на n^2 прямоугольных элементов с размерами:

$$db = \frac{b}{n}; dh = \frac{h}{n}. \quad (5)$$

6. На первом этапе принимается угол закручивания сечения равным $\theta_1 = \Delta\theta$, на последующих этапах - $\theta_i = \theta_{i-1} + \Delta\theta$.

7. В центре тяжести каждого прямоугольного элемента определяют значения угловых деформаций $\gamma_{xy,b}^i, \gamma_{xz,b}^i$ по формулам (6), (7).

$$\gamma_{xy,b}^i = \frac{8\theta b}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sinh \frac{n\pi z}{b} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{(\cosh \frac{n\pi h_1}{b} - \cosh \frac{n\pi h_2}{b}) \sinh \frac{n\pi y}{b} - (\sinh \frac{n\pi h_1}{b} + \sinh \frac{n\pi h_2}{b}) \cosh \frac{n\pi y}{b}}{\sinh \frac{n\pi h}{b}} \right); \quad (6)$$

$$\gamma_{xz,b}^i = \frac{8\theta b}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cosh \frac{n\pi z}{b} \times$$

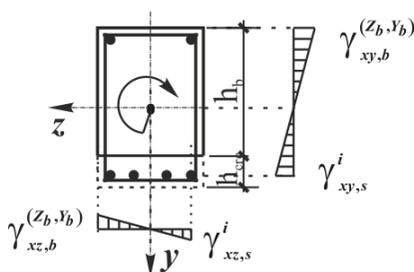
$$\times \frac{(\cosh \frac{n\pi h_1}{b} - \cosh \frac{n\pi h_2}{b}) \cosh \frac{n\pi y}{b} - (\sinh \frac{n\pi h_1}{b} + \sinh \frac{n\pi h_2}{b}) \sinh \frac{n\pi y}{b}}{\sinh \frac{n\pi h}{b}}. \quad (7)$$

8. В соответствии с формулой (1) в центре тяжести каждого прямоугольного элемента определяются значения касательных напряжений $\tau_{xy,b}^i$, $\tau_{xz,b}^i$.

9. Если условие $Y_s < h$ выполняется, переходим к п.12, если условие не выполняется, переходим к п.10.

10. Определяем деформации в бетоне $\gamma_{xy,b}^{(Z_b, Y_b)}$, $\gamma_{xz,b}^{(Z_b, Y_b)}$ с координатами $Z_b^y = 0$, $Y_b^y = h_0 - Y_{kr}$.

11. По найденным значениям деформаций в бетоне, находим значения деформаций в арматурных стержнях:



$$\gamma_{xy,s}^i = \left(\gamma_{xy,b}^{(Z_b, Y_b)} \times Z_s \right) / b / 2; \quad \gamma_{xz,s}^i = \left(\gamma_{xz,b}^{(Z_b, Y_b)} \times Y_b \right) / Y_{kr} \quad (8)$$

Переходим к п. 13.

В центре тяжести арматурных стержней определяются значения угловых деформаций $\gamma_{xy,s}^i$, $\gamma_{xz,s}^i$ по формулам (6), (7).

12. В центре тяжести арматурных стержней определяются значения касательных напряжений по формуле (2).

13. Проверяется выполнение условия равновесия касательных напряжений:

$$\sum \tau_{xy,b}^i A_b^i + \sum \tau_{xy,s}^i A_s^i = 0. \quad (9)$$

При выполнении условия переходим к п. 16.

14. Если условие не выполняется, то необходимо уточнить положение центра кручения [2] и повторить расчет по пп. 7 ... 14 до достижения заданной точности:

- если сумма касательных напряжений больше нуля, то центр кручения на последующей итерации принимается:

$$Y_{kr}^k = 0,98Y_{kr}^{k-1}.$$

- если сумма касательных напряжений меньше нуля, то центр кручения на последующей итерации принимается:

$$Y_{kr}^k = 1,02Y_{kr}^{k-1}.$$

15. Определяется значение крутящего момента воспринимаемого бетонным сечением:

$$T_b^i = \left(\sum \tau_{xy,b}^i z_b^i - \sum \tau_{xz,b}^i y_b^i \right) A_b^i \quad (10)$$

16. Определяется значение крутящего момента, воспринимаемого арматурными стержнями:

$$T_s^i = \left(\sum \tau_{xy,s}^i z_s^i - \sum \tau_{xz,s}^i y_s^i \right) A_s^i \quad (11)$$

17. Определяется крутящий момент, воспринимаемый приведенным поперечным сечением:

$$T = T_b + T_s \quad (12)$$

18. Расчет по пп. 6...18 повторяется до тех пор, пока значения крутящих моментов не достигнут предельных:

$$T > T_u \quad (13)$$

На рис. 2, приведена блок-схема описанного выше алгоритма построения диаграмм «крутящий момент – угол закручивания» с использованием шагово-итерационной методики для сечений железобетонных элементов с трещиной.

В соответствии с приведенной блок-схемой, в системе компьютерной математики MATLAB разработана программа для построения диаграмм «крутящий момент – угол закручивания» для сечений железобетонных элементов с трещиной подверженных кручению.

В экспериментах Н.Н.Срибняк [3, 4] выполненных под руководством Т.Н.Азизова проводились исследования сечений железобетонного стержня с искусственными нормальными трещинами, на кручение со следующими размерами и характеристиками материалов:

$b \times h = 12 \times 20$ см, прочность бетона $f_{ck} = 21,63$ МПа, армирование растянутой зоны 1Ø18 класса А-400С с площадью $A_s = 2,55$ см². Трещины имитировались вставками пластинок из древесноволокнистой плиты толщиной 2мм.

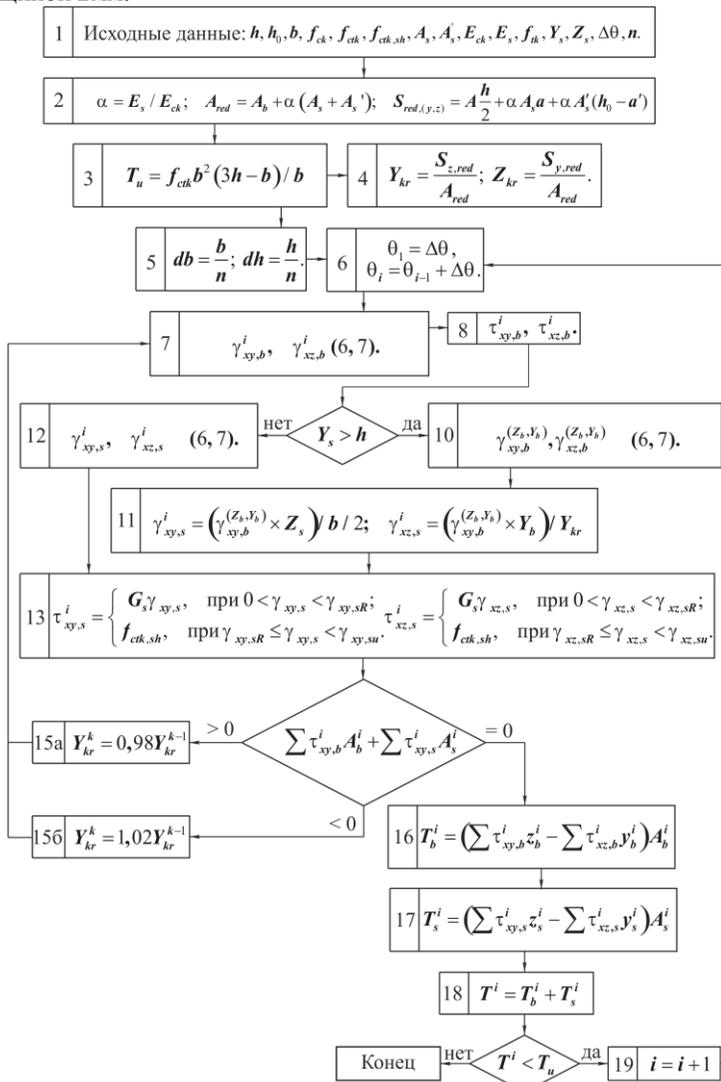


Рис. 2. Блок-схема построения диаграмм «крутящий момент – угол закручивания»

В экспериментах Д.Ю.Парамонова [5, 6] выполненных под руководством Т.Н.Азизова проводились исследования сечений железобетонной балки с искусственными нормальными трещинами, на кручение со следующими размерами и характеристиками материалов: $b \times h = 10 \times 16$ см, прочность бетона $f_{ck} = 25,05$ МПа, армирование растянутой зоны 1Ø12 класса А-400С с площадью $A_s = 1,13$ см². Трещины имитированы вставками пластинок из оргстекла толщиной 3мм.

Диаграммы «крутящий момент – угол закручивания» построенные по предлагаемой методике и экспериментальным значениям показаны на рис. 3.

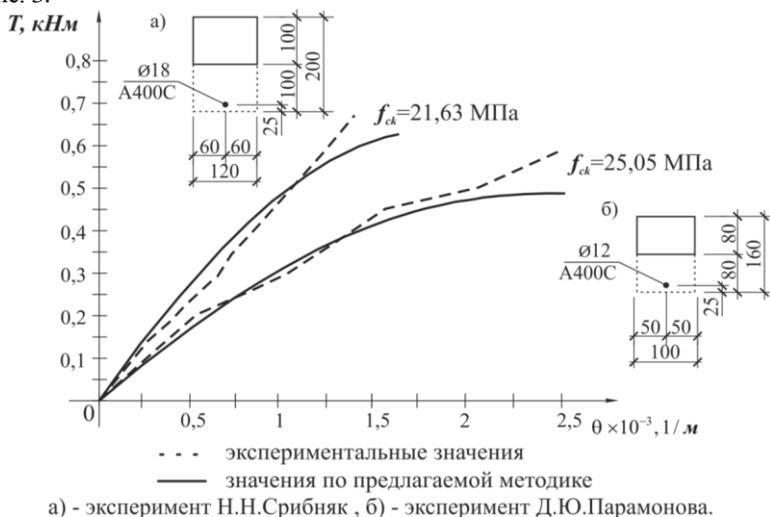


Рис. 3 Диаграммы «крутящий момент – угол закручивания»

	а)	б)
Выборочное среднее	0,98	1,03
Выборочная дисперсия, S_x	0,104	0,105
Выборочный коэффициент вариации, C_v	0,11	0,101
Доверительный интервал	Нижний предел	0,91
	Верхний предел	1,06

Выводы

1. Предложена методика построения диаграмм «крутящий момент – угол закручивания» для прямоугольных сечений железобетонных элементов с трещиной.

2. На основе приведенной методики составлена программа в системе компьютерной математики MATLAB с построением диаграмм «крутящий момент – угол закручивания».

3. Сравнение диаграмм построенных с использованием разработанной методики, показывают хорошее совпадение с экспериментальными данными. Выборочное среднее отношения экспериментальных значений изгибающих моментов к теоретическим составило от 1,02 до 1,14.

Summary

The methods for the charts "torque - twist angle" using a step-iterative methods for sections of concrete elements with a crack.

Литература

1. Школа Ю. О. Диаграмма сдвига бетона. Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Збірник наукових праць міжнародного симпозіуму «ДОМ ЕКСПО – 2000». – Вып. 2. Одесса, «Місто майстрів», 2000. – С. 154 – 156.

2. Ковров А.В. Определение центра кручения сечений железобетонных балок в упругой стадии работы / А.В.Ковров, А.В.Ковтуненко, А.М.Кушнир // Современные строительные конструкции из металла и древесины. №16, часть 1, Одеса, ОДАБА, 2012. – С.130-137.

3. Азизов Т.Н. Експериментальні дослідження крутильної жорсткості та міцності залізобетонних елементів з нормальними тріщинами при крученні / Т.Н.Азизов, Н.М.Срібняк // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 34 – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2009. – С. 4-14.

4. Срібняк Н.М. Крутильна жорсткість залізобетонних елементів перекриттів з нормальними тріщинами: дис. на соискание учен. степени канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції будівлі та споруди» / Срібняк Н.М. – Одеса., 2009. – 257 с.

5. Азизов Т.Н. НДС железобетонных балок прямоугольного сечения с нормальными трещинами при изгибе с кручением / Азизов Т.Н., Парамонов Д.Ю. // Вісник ОДАБА. Вип. 38 – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2010. – С. 3-8.

6. Парамонов Д.Ю. Жесткость и прочность железобетонных элементов с нормальными трещинами при изгибе с кручением дисс. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения» / Д.Ю.Парамонов. – Одесса, 2012.