

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ КРУГЛОГО В ПЛАНІ
ЗАЛІЗОБЕТОННОГО СИЛОСА, ПОСИЛЕНОГО
КОМПОЗИТНИМИ МАТЕРІАЛАМИ**

Іваник І.Г., к.т.н., доц., Пожар Р.С., Іваник Ю.І., аспірант

Національний університет «Львівська політехніка», Україна

Вступ. Залізобетонні силоси є складними інженерними спорудами, проектування і будівництво яких пов'язане з вирішенням комплексу розрахункових, конструктивних і технологічних завдань. Проблема надійності і довговічності залізобетонних монолітних циліндричних силосів не перестає бути актуальною в зв'язку з ушкодженнями стін, зносом споруд, їх реконструкцією, проектуванням і будівництвом нових типів силосних корпусів.

У цій області вже виконано великий обсяг експериментально-теоретичних досліджень з вивчення діючих навантажень і накопичений значний досвід проектування. Але відомі випадки пошкодження і навіть руйнування стін силосів, побудованих в повній відповідності з нормами проектування. Це дає підстави стверджувати про необхідність на даному етапі проведення додаткових досліджень з уточнення діючих навантажень від сипкого матеріалу з урахуванням несприятливого впливу навколишнього середовища.

Мета роботи. Метою роботи є створення математичної моделі з розрахунку напружено-деформованого стану залізобетонного круглого в плані силоса, посиленого композитними матеріалами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз результатів досліджень показує, що залізобетонні конструкції силосних споруд знаходять широке застосування в промисловому і сільськогосподарському будівництві. Однак при їх виготовленні, монтажі та експлуатації в них виникають дефекти і пошкодження різного характеру, які впливають на їх напружено-деформований стан і довговічність.

Одними з небезпечних форм руйнування стін залізобетонних силосів є локальні руйнування. Деякі з проаналізованих і систематизованих форм локальних руйнувань недостатньо відображені в практиці проектування конструкцій для інженерних споруд.

До теперішнього часу розрахункові схеми і методи розрахунку, що відображають вплив дефектів і пошкоджень, що виникають в процесі

експлуатації при впливі агресивного навколишнього середовища розроблено недостатньо для практичного застосування.

У вітчизняних і зарубіжних нормативних документах розділи, присвячені розрахунку залізобетонних конструкцій в цілому (СНиП 2.05.0384 *), і стін силосних споруд зокрема (СНиП 2.10.05-85), схильних впливів агресивних експлуатаційних середовищ, відсутні, а СНиП 2.03.11 -85 лише дозволяє вибрати засоби захисту залізобетону в залежності від ступеня агресивного впливу середовища.

Тому завдання розробки розрахункових схем, методик розрахунку напружено-деформованого стану, прогнозу терміну служби і подальше посилення для круглих залізобетонних силосів з локальним пошкодженням, є досить актуальною.

Методика розрахунку. Розглянемо круглий в плані залізобетонний силос (рис.1, а), армований сіткою С1, як кусково - однорідну пластину $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3$, що складається з областей D_1, D_2, D_3 різних товщин відповідно $2h_1, 2h_2, 2h_3$ і пружних характеристик (рис.1, б, в), розмежованих концентричними еліпсами $\alpha_{12}=\alpha_{21} (a_{12}, b_{12})$ і $\alpha_{23}=\alpha_{32} (a_{23}, b_{23})$, півосі яких a_{12}, b_{12} і a_{23}, b_{23} збігаються з осями координат (x, y) . Площина D_1 відображає бетонний переріз силоса, D_2 – арматурну сітку в перерізі силоса, D_3 – композитну стічку зовнішнього посилення силоса.

Серединні площини пластин збігаються з координатною площиною xOy . Замкнуті лінії, які розмежовують області D_k , позначимо через $L_{kn} - L_{nk}$. Перший індекс показує на пластину D_k , яку обмежує контур, другий індекс – суміжну пластину D_n .

Введемо позначення:

$$\alpha_{12} = \frac{b_{12}}{a_{12}}, \quad (1)$$

$$\alpha_{23} = \frac{b_{23}}{a_{23}}.$$

$$\begin{aligned} x_{12} &= a_{12} \cos \theta \\ y_{12} &= b_{12} \cos \theta \\ x_{23} &= a_{23} \cos \theta \\ y_{23} &= b_{23} \cos \theta \end{aligned} \quad (2)$$

$$(0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

Параметричні рівняння контурів L_{12} і L_{23} :

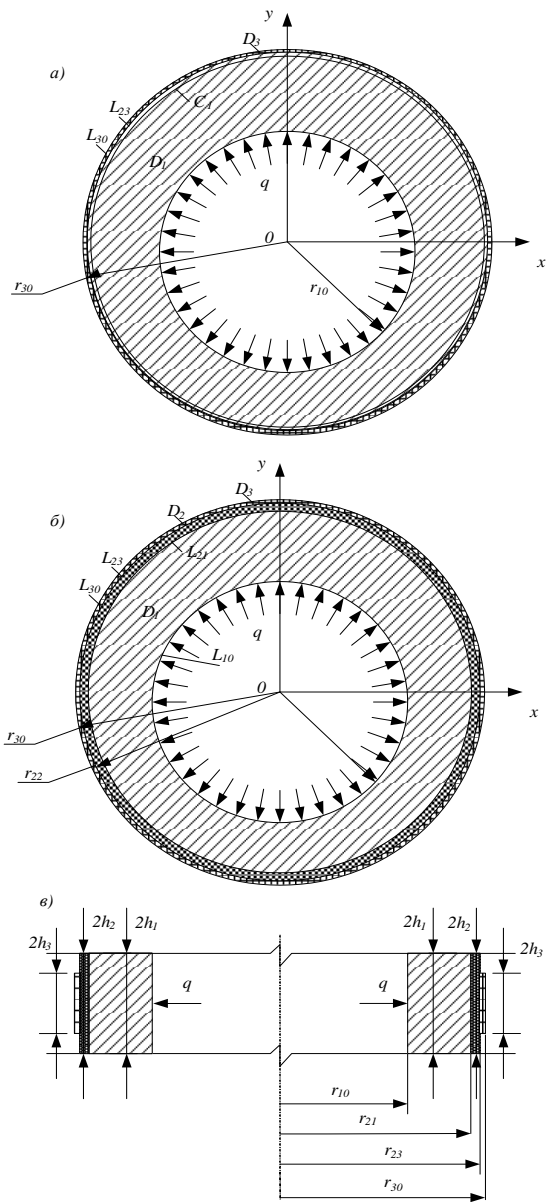


Рис.1. Розрахункова модель залізобетонного силоса, посиленого композитною стрічкою

Причому

$$\beta_{12} = \operatorname{arctg} \left(\frac{y_{12}}{x_{12}} \right)$$

$$\beta_{23} = \operatorname{arctg} \left(\frac{y_{23}}{x_{23}} \right)$$
(3)

Рівняння (2) подамо в комплексній формі

$$t_{12} = x_{12} + iy_{12} = \frac{1}{2} a_{12} [(1 + \alpha_{12})\sigma + (1 - \alpha_{12})\sigma^{-1}]$$

$$t_{23} = x_{23} + iy_{23} = \frac{1}{2} a_{23} [(1 + \alpha_{23})\sigma + (1 - \alpha_{23})\sigma^{-1}]$$

$$t_{02} = x_{02} + iy_{02} = \frac{1}{2} a_{0,02} [(1 + \alpha_{02})\sigma + (1 - \alpha_{02})\sigma^{-1}]$$

$$(a_{12} \leq a_{02} \leq a_{23}, \alpha_{12} \leq \alpha_{02} \leq \alpha_{23}, \sigma = e^{i\theta})$$
(4)

Вздовж контурів a_{12} , a_{02} , a_{23} ($a_{12} = \text{const}$, $a_{02} = \text{const}$, $a_{23} = \text{const}$, $a_{12} = \text{const}$, $a_{02} = \text{const}$, $a_{23} = \text{const}$) функції (4) залежить тільки від змінної σ .

На основі (4) запишемо характеристичні рівняння контурів α_{nk} областей D_j ($j=1,2,3$)

$$t_{kn} = \frac{1}{2} a_{kn} [(1 + \alpha_{kn})\sigma] + (1 - \alpha_{kn})\sigma^{-1}$$

$$(t_{kn} \in \alpha_{kn}, k = 1,2,3)$$
(5)

Афікси точок контурів α_{kn} :

$$z_{kn} = t_{kn}$$

$$z_{kn} = \frac{1}{2} a_{kn} [(1 + \alpha_{kn})\sigma] + (1 - \alpha_{kn})\sigma^{-1},$$

$$z_{kn} = a_{kn} \frac{1 + \alpha_{kn}}{2} (\sigma + m_{kn} \sigma^{-1}),$$
(6)

де $m_{kn} = \frac{1 - \alpha_{kn}}{1 + \alpha_{kn}}$, $\alpha_{kn} = \frac{b_{kn}}{a_{kn}}$

На лініях спаяу областей D_j ($j=1,2,3$) (вздовж контурів $\alpha_{kn} = \alpha_{nk}$) повинні виконуватись умови ідеального контакту:

$$N_{12}^i + iT_{12}^i = N_{21}^i + iT_{21}^i$$

$$u_{12}^i + iv_{12}^i = u_{21}^i + iv_{21}^i$$
(7)

Розмежуємо кусково - однорідну пластину $D=D_1 \cup D_2 \cup D_3$ на окремі області D_1 , D_2 , D_3 . Область D_1 - обмежена контуром α_{12} , область D_2 - контурами α_{21} і α_{23} , область D_3 - контуром α_{32} і контуром α_{30} .

Граничні умови для кожної окремо взятої областей матимуть вигляд:

область D_1 :

$$\int_{\alpha_{12}} \Phi(t_{12}) \overline{F_1(t_{12})} dt_{12} - \int_{\alpha_{12}} \overline{\Phi(t_{12}) F_1'(t_{12})} dt_{12} = \int_{\alpha_{12}} (N_{12}^{(i)} + iT_{12}^{(i)}) \overline{F_1(t_{12})} dt + \int_{\alpha_{10}} (N_{10}^{(i)} + iT_{10}^{(i)}) \overline{F_1(t_{10})} dt_{10} \quad (8)$$

$$\int_{\alpha_{12}} \psi_1(t_{12}) F_1(t_{12}) dt_{12} = \int_{\alpha_{12}} \overline{\Phi_1(t_{12}) F_1'(t_{12})} dt_{12} + \int_{\alpha_{12}} (N_{12}^{(i)} + iT_{12}^{(i)}) F_1(t_{12}) dt_{12} + \int_{\alpha_{10}} (N_{10}^{(i)} + iT_{10}^{(i)}) \overline{F_1(t_{10})} dt_{10} \quad (9)$$

$$\chi_1 \int_{\alpha_{12}} \Phi(t_{12}) \overline{F_1(t_{12})} dt_{12} + \int_{\alpha_{12}} \overline{\Phi_1(t_{12}) F_1'(t_{12})} dt_{12} = 2\mu_1 \int_{\alpha_{12}} \overline{F_1(t_{12})} d(u_{12}^{(i)} + iv_{12}^{(i)}) \quad (10)$$

$$\int_{\alpha_{12}} \psi_1(t_{12}) F_1(t_{12}) dt_{12} = \int_{\alpha_{12}} \overline{\Phi_1(t_{12}) F_1'(t_{12})} dt_{12} - 2\mu_1 \int_{\alpha_{12}} F_1(t_{12}) d(u_{12}^{(i)} + iv_{12}^{(i)}) \quad (11)$$

А також

$$\int_{\alpha_{12}} (N_{12}^{(i)} + iT_{12}^{(i)}) F_1(t_{12}) dt_{12} = 2\mu_1 \int_{\alpha_{12}} F_1(t_{12}) d(u_{12}^{(i)} + iv_{12}^{(i)}) \quad (12)$$

Для області D_2 :

$$\int_{\alpha_{12} + \alpha_{23}} \Phi_2(t) \overline{F_2(t)} dt - \int_{\alpha_{12} + \alpha_{23}} \overline{\Phi_2(t) F_2'(t)} dt = \int_{\alpha_{21}} (N_{21}^{(i)} + iT_{21}^{(i)}) \overline{F_2(t_{21})} dt_{21} + \int_{\alpha_{23}} (N_{23}^{(i)} + iT_{23}^{(i)}) \overline{F_2(t_{23})} dt_{23} \quad (13)$$

$$\int_{\alpha_{32}} \Phi_2(t_{23}) F_2(t_{23}) dt_{23} - \chi_2 \int_{\alpha_{12} + \alpha_{23}} \Phi_2(t_{21}) \overline{F_2(t_{21})} dt_{21} - \int_{\alpha_{21} + \alpha_{23}} \overline{\Phi_2(t) F_2'(t)} dt = \int_{\alpha_{23}} (N_{23}^{(i)} + iT_{23}^{(i)}) \overline{F_2(t_{23})} dt_{23} - 2\mu_2 \int_{\alpha_{12}} F_2(t_{21}) d(u_{21}^{(i)} + iv_{21}^{(i)}) \quad (14)$$

$$\int_{\alpha_{32}} \Phi_2(t_{21}) F_2(t_{21}) dt_{21} - \chi_2 \int_{\alpha_{23}} \Phi_2(t_{23}) \overline{F_2(t_{23})} dt_{23} - \int_{\alpha_{21} + \alpha_{23}} \overline{\Phi_2(t) F_2'(t)} dt = \int_{\alpha_{21}} (N_{21}^{(i)} + iT_{21}^{(i)}) \overline{F_2(t_{21})} dt_{21} - 2\mu_2 \int_{\alpha_{23}} F_2(t_{23}) d(u_{23}^{(i)} + iv_{23}^{(i)}) \quad (15)$$

$$\int_{\alpha_{21} + \alpha_{32}} \psi_2(t) F_2(t) dt = (\chi_2 + 1) \int_{\alpha_{12}} \Phi_2(t_{21}) F_2(t_{21}) dt_{21} + \int_{\alpha_{21} + \alpha_{23}} \overline{\Phi_2(t) F_2'(t)} dt + \int_{\alpha_{23}} (N_{23}^{(i)} + iT_{23}^{(i)}) F_2(t_{23}) dt_{23} - 2\mu_2 \int_{\alpha_{12}} F_2(t_{21}) d(u_{21}^{(i)} + iv_{21}^{(i)}) \quad (16)$$

$$\int_{\alpha_{21}+\alpha_{32}} \overline{\psi_2(t)} F_2(t) dt = (\chi_2 + 1) \int_{\alpha_{12}} \Phi_2(t_{23}) F_2(t_{23}) dt_{23} + \int_{\alpha_{21}+\alpha_{23}} \overline{\Phi_2(t)} \overline{F_2'(t)} dt +$$

$$+ \int_{\alpha_{23}} (N_{21}^{(i)} + iT_{21}^{(i)}) F_2(t_{21}) dt_{21} - 2\mu_2 \int_{\alpha_{12}} F_2(t_{23}) d(u_{23}^{(i)} + iv_{23}^{(i)}) \quad (17)$$

$$\chi_2 \int_{\alpha_{21}+\alpha_{23}} \Phi_2(t) \overline{F_2(t)} dt + \int_{\alpha_{21}+\alpha_{23}} \overline{\Phi_2(t)} \overline{F_2'(t)} dt = 2\mu_2 \int_{\alpha_{21}} \overline{F_2(t_{12})} d(u_{12}^{(i)} + iv_{21}^{(i)}) +$$

$$+ 2\mu_2 \int_{\alpha_{23}} \overline{F_2(t_{23})} d(u_{23}^{(i)} + iv_{23}^{(i)}) \quad (18)$$

$$\int_{\alpha_{21}+\alpha_{23}} \overline{\psi_2(t)} F_2(t) dt = \int_{\alpha_{21}+\alpha_{23}} \overline{\Phi_2(t)} \overline{F_2'(t)} dt - 2\mu_2 \int_{\alpha_{21}} F_2(t_{21}) d(u_{12}^{(i)} + iv_{21}^{(i)}) -$$

$$- 2\mu_2 \int_{\alpha_{23}} F_2(t_{23}) d(u_{23}^{(i)} + iv_{23}^{(i)}) \quad (19)$$

$$\int_{\alpha_{21}+\alpha_{23}} \overline{\psi_2(t)} F_2(t) dt = \int_{\alpha_{21}+\alpha_{23}} \overline{\Phi_2(t)} \overline{F_2'(t)} dt + \int_{\alpha_{21}} (N_{21}^{(i)} + iT_{21}^{(i)}) F_2(t_{21}) dt_{21} +$$

$$+ \int_{\alpha_{23}} (N_{23}^{(i)} + iT_{23}^{(i)}) F_2(t_{23}) dt_{23} \quad (20)$$

Для області D_3 :

$$\int_{\alpha_{21}+\alpha_{23}} \overline{\Phi_3(t)} \overline{F_3(t)} dt - \int_{\alpha_{21}+\alpha_{23}} \overline{\Phi_3(t)} \overline{F_3'(t)} dt = \int_{\alpha_{32}} (N_{32}^{(i)} + iT_{32}^{(i)}) \overline{F_3(t_{32})} dt_{32} +$$

$$+ \int_{\alpha_{30}} (N_{30}^{(i)} + iT_{30}^{(i)}) \overline{F_3(t_{30})} dt_{30} \quad (21)$$

$$\int_{\alpha_{32}} \Phi_2(t_{32}) \overline{F_3(t_{32})} dt_{32} - \chi_3 \int_{\alpha_{23}} \Phi_3(t_{32}) \overline{F_3(t_{32})} dt_{32} - \int_{\alpha_{32}+\alpha_{30}} \overline{\Phi_3(t)} \overline{F_3'(t)} dt =$$

$$= \int_{\alpha_{30}} (N_{30}^{(i)} + iT_{30}^{(i)}) \overline{F_3(t_{30})} dt_{30} - 2\mu_3 \int_{\alpha_{23}} \overline{F_2(t_{32})} d(u_{32}^{(i)} + iv_{32}^{(i)}) \quad (22)$$

$$(\chi_3 + 1) \int_{\alpha_{23}} \Phi_3(t_{32}) F_3(t_{32}) dt_{32} = \int_{\alpha_{32}} (N_{32}^{(i)} + iT_{32}^{(i)}) F_3(t_{32}) dt_{32} +$$

$$+ 2\mu_3 \int_{\alpha_{32}} F_2(t_{32}) d(u_{23}^{(i)} + iv_{23}^{(i)}) \quad (23)$$

$$\int_{\alpha_{32}+\alpha_{30}} \overline{\psi_3(t)} F(t) dt = \int_{\alpha_{21}+\alpha_{23}} \overline{\Phi_3(t)} \overline{F_3'(t)} dt + \int_{\alpha_{32}} (N_{32}^{(i)} + iT_{32}^{(i)}) F(t_{32}) dt_{32} +$$

$$+ \int_{\alpha_{30}} (N_{30}^{(i)} + iT_{30}^{(i)}) F_3(t_{30}) dt_{30} \quad (24)$$

$$\int_{\alpha_{32}+\alpha_{30}} \overline{\psi_3(t)} F_3(t) dt = (\chi_3 + 1) \int_{\alpha_{32}} \Phi_2(t_{23}) F_2(t_{23}) dt_{23} + \int_{\alpha_{23}+\alpha_{30}} \overline{\Phi_3(t)} \overline{F_3'(t)} dt +$$

$$+ \int_{\alpha_{30}} (N_{30}^{(i)} + iT_{30}^{(i)}) F_3(t_{30}) dt_{30} - 2\mu_3 \int_{\alpha_{23}} F_3(t_{23}) d(u_{23}^{(i)} + iv_{23}^{(i)}) \quad (25)$$

Граничні умови (8) - (25) служать для визначення функції Φ_j ($z \in D_j$), ψ_j ($z \in D_j$) ($j=1,2,3$), $N_{kn}^{(i)}(t_{kn})$, $T_{kn}^{(i)}(t_{kn})$, $u_{kn}^{(i)}$, $v_{kn}^{(i)}$ при заданих на внутрішньому контурі α_{10} області D_1 напружень $N_{10}^{(i)}(t_{10})$, $T_{10}^{(i)}(t_{10})$.

Функції $\Phi_j(z)$, які є голоморфними в областях D_j ($j=1,3$), зобразимо у вигляді рядів Лорана:

$$\begin{aligned}\Phi_1(t_{12}) &= \sum_{k=0}^{\infty} A_k^{(1)} t_{12}^k \\ \Phi_2(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} A_k^{(2)} t^k + \sum_{k=1}^{\infty} B_k^{(2)} t^{-k} \\ \Phi_3(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} A_k^{(3)} t^k + \sum_{k=1}^{\infty} B_k^{(3)} t^{-k}\end{aligned}\quad (26)$$

Аналогічно представимо функції $\psi_j(z)$, ($z \in D_j$) ($j=1,2,3$):

$$\begin{aligned}\psi_1(t_{12}) &= \sum_{k=0}^{\infty} A_k^{(1)} t_{12}^k \\ \psi_2(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} A_k^{(2)} t^k + \sum_{k=1}^{\infty} B_k^{(2)} t^{-k} \\ \psi_3(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} A_k^{(3)} t^k + \sum_{k=1}^{\infty} B_k^{(3)} t^{-k}\end{aligned}\quad (27)$$

Комплексні потенціали подамо у вигляді рядів. Використовуючи відповідним чином довільність функції $F_k(z)$, після математичних операцій, отримаємо замкнену систему алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів розкладу шуканих функцій. Після розв'язку цієї системи напруження в пластині і кільці обчислюють за відомими формулами.

Висновок. На основі запропонованої методики розроблено математичну модель залізобетонного круглого в плані силоса, посиленого композитними стрічками.

Summary

The paper established mathematical model of calculating the stress-strain state of concrete in terms of round silo-reinforced composite materials

Література

1. Мартынович Т. Л. К решению задач с напряженным состоянием в изотропных пластинах с подкрепленным краем // Прикл. мех. 1970. Т. 6. Вып. 9. С. 59-65.
2. Мартынович Т. Л., Юринец В. Е. Контактные взаимодействия пластин с упругими элементами. Львов, 1984.