

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТА ФУНДАМЕНТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ЗА ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

**Моргун А. С., д.т.н., проф., Меть И. Н., к.т.н. ассистент,  
Балатюк А. Д., магистр, Франчук О. В., магистр**

*Винницкий национальный технический университет, Украина*

### **Введение**

Общие механические свойства грунтов, из которых сложена наша планета и которые являются основаниями строительных сооружений, с целью их практического приложения должны быть сформулированы в виде определяющих законов (в виде уравнений состояния). Статья посвящена актуальному вопросу современной механики - разработке наиболее адекватной математической модели дисперсной среды грунта для достоверного определения напряженно-деформированного состояния (НДС) фундаментных конструкций и их несущей способности.

### **Постановка задачи, определяющие соотношения**

Современному этапу развития строительных конструкций свойственна тенденция использования численных методов и ЭВМ. Растущие возможности современных ЭВМ требуют постоянной ревизии существующих численных методов для исследования новых классов задач, для которых появилась надежда на решение. Одной из таких задач является нелинейная задача геомеханики. Созданные для нее на сегодня математические модели описания процессов поведения грунта и оценки эффективности стратегии, управления этими процессами - это система дифференциальных уравнений в частных производных, которые являются довольно сложными для получения аналитических решений.

Решение вышеуказанной краевой задачи геомеханики можно получить численными методами. Условия работы любого инженерного сооружения в значительной степени зависит от грунтового основания, которому присущие уникальные реологические характеристики. А многообразие и изменчивость почвы не имеет аналогов среди материалов, которые человек использует в строительстве.

Сплошные тела, которые описывает механика сплошных сред, имеют прочность связей между минеральными зернами такую же как и

прочность отдельных зерен. В дисперсных грунтах при воздействии внешних сил возникают как общие деформации, что присуще всем сплошным средам, так и деформации, обусловленные взаимными перемещениями отдельных зерен грунта в поровое пространство при нарушении структурных связей между отдельными частицами. Это несомненно ведет к одновременному изменению объема и формы - эффекта дилатансии, открытого О. Рейнольдсом еще в 1885 г.

Именно поэтому для моделирования поведения грунта под нагрузкой необходимо привлечение теории упругости, теории пластичности, термодинамики, механики сплошных и пористых сред.

В работе для решения краевой задачи равновесия сваи в грунте привлечены числовой МГЭ, поскольку одна из наиболее важных областей приложения МГЭ - это задачи математической физики, расчетными уравнениями состояния которых являются классические задачи Лапласа или Пуассона [1], описывающих постоянное потенциальное течение. Задачи механики грунтов относятся к задачам Лапласа.

В МГЭ используется то обстоятельство, что для большинства задач механики грунтов, уравнениями состояния которых дифференциальные уравнения в частных производных, существуют сингулярные (фундаментальные) решения, отвечающие единичным возмущающим воздействиям в неограниченной области или полупространстве.

Реализация МГЭ предусматривает предварительный переход от исходной краевой задачи к интегральному соотношению, полученному К. Бреббия [1], которое является синтезом статических, геометрических и физических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_i &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \rightarrow C_{ij}(\xi)U_{ij}(\xi) + \int_{\Gamma} \varphi_{ij}^*(\xi, V)U_j(x)d\Gamma(x) =$$

$$= \int_{\Gamma} U_{ij}^*(\xi, x)\varphi_j(x)d\Gamma(x) \quad (1)$$

В качестве фундаментальных решений в работе принято сингулярные решения Р. Миндлина для полуплоскости. Для получения решения расчетного интегрального уравнения (1) проводится дискретизация границы области соприкосновения фундаментальной конструкции с грунтом линейными граничными элементами.

В механике сплошных сред принято рассматривать поведение среды от действия различных возмущений как нарушение первоначально-го состояния равновесия между взаимодействующими внутренними

элементами и как переход ее к новому состоянию равновесия в результате изменения сил, действующих между элементами. Таким образом, задачи решаются исходя из того, что должны удовлетворяться условия равновесия для бесконечно малых элементов среды. Дополнительно ставится условие неразрывности среды и определяется закон связи между  $\sigma$ - $\varepsilon$  (левая часть уравнения (1)).

В теории предельного равновесия остаются те же уравнения равновесия, вместо геометрических уравнений записываются связи между  $\sigma$ - $\tau$  в предельном состоянии. Что касается физических уравнений - используются зависимости пластического течения, которые моделируют развитие пластических деформаций.

В слабых, водонасыщенных грунтах основной деформацией есть остаточные деформации формоизменения и объема и при расчетах осадок этим деформациям нужно уделять особое внимание. Оценку процесса накопления остаточных объемных деформаций и деформаций сдвига в работе проведено согласно неассоциированного закона пластического течения и дилатансионной теории дисперсных сред Николаевского В. М., Бойка И. П. [3,4].

В соответствии с разработанной моделью общие деформации определялись:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  – общие деформации;  $\varepsilon^e$  – упругие деформации (из закона Гука);  $\varepsilon^p$  – пластические деформации, определялись согласно с неассоциированным законом пластического течения и дополнялись дилатансионными соотношениями В. М. Николаевского, И. П. Бойка для корректировки направления вектора пластических деформаций к поверхности нагружения.

$$\varepsilon^p = \sum d\varepsilon^p + d\varepsilon^p \cdot \delta, \quad (3)$$

где  $\sum d\varepsilon^p$  - сумма приростов пластических деформаций на предыдущих шагах нагружения (история нагружений);  $d\varepsilon^p$  - прирост пластических деформаций на данном шаге нагрузки;  $\delta$  - дельта Кронекера.

Прирост пластических деформаций на конкретном шаге нагружения

$$d\varepsilon^p = d\varepsilon_{\text{девиатор}}^p + d\varepsilon_{\text{шаровое}}^p, \quad (4)$$

Прирост пластических деформаций девиатора напряжений

$$d\varepsilon_{\text{девиатор}}^p = D_{ij} d\lambda, \quad (5)$$

где  $D_{ij}$  - девиатор напряжений;  $d\lambda$  - коэффициент пропорциональности.

Прирост пластических деформаций шарового тензора напряжений

$$d\varepsilon_{\text{шаровое}}^p = \Lambda(\chi) \cdot d\gamma^p, \quad (6)$$

где  $\Lambda$  - коэффициент дилатансии (согласно дилатансионной теории Николаевского В.Н., Бойка И.П.;  $d\gamma^p$  - прирост деформаций сдвига.

Неассоциированный закон пластического течения:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f, \quad (7)$$

где  $F$  – пластический потенциал – термодинамическая функция состояния (функция истории диссипативного деформирования грунта).

Пластический потенциал определяет собой дилатансионность среды - изменение его объема при сдвиге. Пластический потенциал является фиктивным, он не совпадает с любой поверхностью текучести;  $\sigma_{ij}$  – тензор напряжений;  $d\lambda$  – скалярный коэффициент простого нагружения, находится в ходе решения пластической задачи;  $f$  – функция, определяющая условие пластичности, критерий перехода к предельному состоянию, поверхность текучести.

В предложенной модели принято, что площадка предельного равновесия (текучести) совпадает с октаэдрической (площадкой мобилизации касательных напряжений), а условие текучести Мизеса-Шлейхера-Боткина связывает  $\sigma_m$  с  $T$ :

$$\begin{cases} f = T + \sigma_m tg\psi - \tau_s, & \text{при } \sigma_m \geq p_0; \\ f = T + p_0 tg\psi - \tau_s, & \text{при } \sigma_m \leq p_0, \end{cases} \quad (8)$$

где  $T$  – интенсивность касательных напряжений;  $\sigma_m$  – среднее гидростатическое давление;  $\psi$  – угол трения на октаэдрической плоскости;  $\tau_s$  – параметр, аналогичный сцеплению;  $p_0$  – параметр грунтовой среды, характеризует переход от конуса к цилиндру на поверхности текучести Мизеса-Шлейхера-Боткина.

Согласно вышеприведенной нелинейной дилатансионной модели проведено численное исследование несущей способности буронабивной сваи  $L = 7$  м,  $\varnothing 50$  см, рис 1. Размеры расчетной схемы (активной зоны), подбирались согласно экспериментальным исследованиям А. А. Бартоломея и таким образом, чтобы их увеличение не влияло на результаты расчета.

Разработанный алгоритм численного решения задачи предполагает процедуру пошагового нагружения модели грунта с использованием МГЭ. Грунт подается как упругая среда, в упругой стадии линейно деформированная, переходящая в предельное (пластическое) состояние

согласно условию прочности Мизеса-Шлейхера-Боткина.

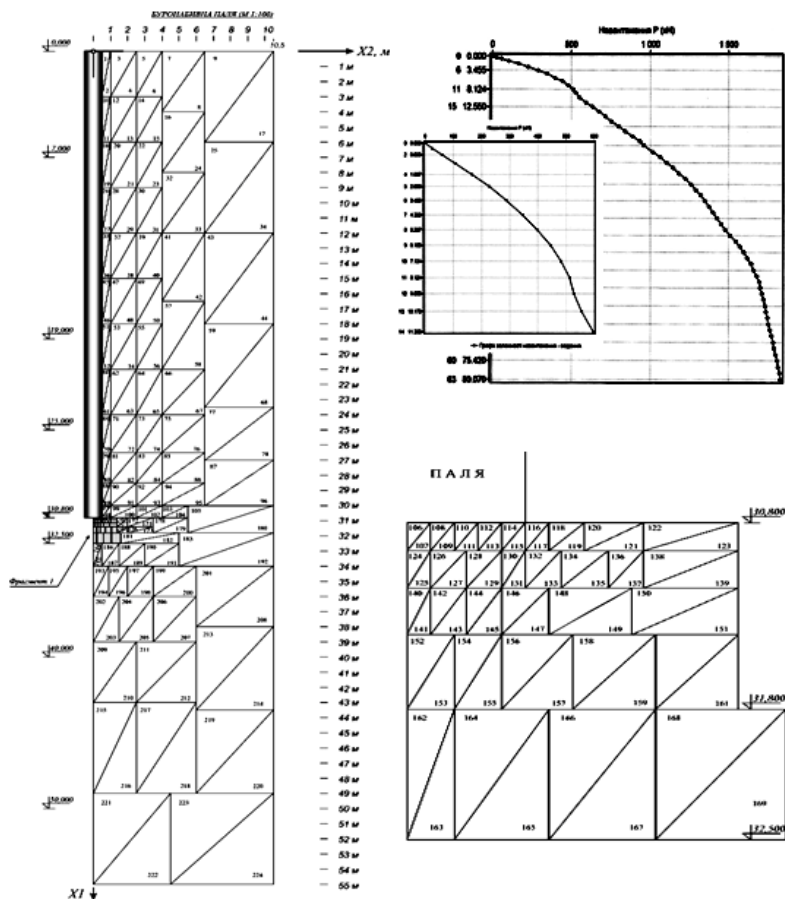


Рис. 1 – Дискретизация околосвайного пространства и график зависимости «нагрузка-осадка» для буронабивной сваи Ø50 см, L=7 м

Численное моделирование осуществлялось с использованием входных параметров, их – 27, восемь из них характеризуют физико-механические свойства грунта, остальные описывают геометрию и топологию расчетной схемы.

Буронабивная свая в численном расчете рассматривалась как однородное цилиндрическое тело, которое не деформируется, с постоянным по высоте поперечным сечением, несет вертикальную осевую сжимающую нагрузку.

Согласно методам, которые используются в нормативных документах, предельное сопротивление такой конструкции определяется сопротивлением грунта разрушению под нижним концом и сопротивлением сдвига по боковой поверхности ствола сваи.

Как известно, свайные фундаменты не могут иметь большую несущую способность, чем тот грунт, на который они передают нагрузку. Поэтому длина сваи выбиралась согласно геологических условий строительной площадки с строгим соответствием нормативным требованиям, чтобы слабые грунты были прорезаны сваями, а острие было погружено в плотные грунты на 1-1,5 м.

### ***Выводы***

Из данных численного моделирования по МГЭ работы буронабивных свай можно сделать следующие выводы:

1) результаты численного моделирования процесса деформирования системы «упруго-пластическая основа - свая» по предложенной методике соответствуют общепринятым представлениям и данным экспериментальных исследований. Экспериментальная величина несущей способности буронабивной сваи диаметром 50 см составила 520 кН [5]. Прогноз несущей способности по МГЭ - 510 кН, (см. рис. 1);

2) анализ графика «осадка-нагрузка» (см. рис. 1) показывает, что при малых нагрузках наблюдается практически линейная закономерность. При увеличении величины нагрузки зависимость приобретает нелинейность, вследствие значительного развития зон пластической деформации в активной зоне околосвайного основания;

3) учет нелинейности работы грунта в расчетной модели приближает теоретические решения к реальной работе грунта и позволяет получить более достоверную модель поведения основы грунта под нагрузкой. Расчет грунта по упругопластической модели приводит к таким концентрациям напряжений, которые наблюдаются в натуре. Полученные графики работы буронабивных свай свидетельствуют о наличии нереализованных резервов с соответствующей недооценкой работоспособности материала грунта при условии, что конец линейного участка графика является пределом несущей способности свай.

Естественная податливость грунта, наличие процессов релаксации в нем приводит к более полному включению в работу слабо нагруженных участков активной зоны фундаментных конструкций.

### **Summary**

The article contains a theoretical basis for solving the nonlinear problem of soil mechanics numerical method of boundary elements. Summarizes the main points and the basic criteria of the mathematical model. An example of calculating the bearing capacity of the pile and the results are compared with the prediction of an experiment.

### *Литература*

1. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. - М.: Мир, 1987. - 524с.
2. Моргун А.С., Меть І.М., Ніцевич А.В. Комп'ютерні технології розрахунку фундаментних конструкцій на основі методу граничних елементів. Монографія. Вінниця: ВНТУ, 2009.-162 с.
3. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. – М. : Недра, 1984. – 232 с.
4. Бойко І.П., Сахаров В.О. Наружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково-технічний збірник. -К.: КНУБА. Вип. № 28, 2004.- С. 3-10.
5. Плитно – свайный фундамент для зданий повышенной этажности (Мангушев Р.А., Игошин А.В., Ощурков Н.В., Фадеев А.В.) //ОФ и МГ.- 2008. №1 – с. 15-19.