

## РЕАЛИЗАЦИЯ РАСПОРА В РАСЧЕТАХ ПРОЧНОСТИ ПЛИТНЫХ ФУНДАМЕНТОВ

**Родин С.В.** *к.т.н., доц., Калафатов Д.А., аспирант*

*Национальная академия природоохранного и курортного  
строительства, Симферополь, Украина*

Исследования напряженного состояния железобетонных плитных фундаментов с ограниченным смещением сечений на опорах стен (плитно-балочных) показывает, что значение распора зависит от жесткости конструкции, которая снижается по мере раскрытия трещин. Возникающий распор уменьшает их раскрытие и тем самым влияет на жесткость.

Принимая во внимание предпосылки расчета каркасно-стержневой модели железобетона [1,2], рассмотрим напряженно-деформированное состояние свободно лежащей плиты на грунтовом основании при действии распределенной нагрузки отпора грунта (рис.1). В соответствии с принятой расчетной схемой при действии нагрузки и возникновении распора, приложенного на уровне центра тяжести верхней арматуры на участках плиты, вблизи опор, возникнут отрицательные моменты, а на участках в средней части положительные. Анализ напряженного состояния этих участков плиты в конце второй стадии напряженно-деформированного состояния позволяет установить аналитические зависимости, представляющие интерес с точки зрения влияния распора на прочность рассматриваемых фундаментов.

Для сечений вблизи опор справедливы следующие соотношения:

$$\sigma_{s1}A_{s1} + H = \sigma_{c1}x_1b; \quad (1)$$

$$N_{c1}a \sin \theta - H(d - c_{nom2}) + M_{ps} = 0, \quad (2)$$

учитывая, что  $N_{c1} = \sigma_{c1}x_1b / \cos \theta$   
уравнение (2) можно представить в виде:

$$\sigma_{c1}x_1ba \cdot \operatorname{tg} \theta = H(d - c_{nom2}) - M_{ps} \quad (2')$$

Исходя из закона плоских сечений, напряжения в нижней арматуре:

$$\sigma_{s1} = \sigma_{c1} \cos \theta v' (d - x_1) / x_1, \quad (3)$$

где:  $v' = E_s / E_{cm}' = E_s / E_{cm} \psi_s (1 - \lambda) = v' / \psi_s (1 - \lambda)$

$\lambda$  – отношение пластической части деформации к полной.

Значение напряжений в бетоне у грани опоры найдем из уравнения (2') при условии, что на опоре момент от внешних нагрузок  $M_{ps} = 0$ , тогда:

$$\bar{\sigma}_{c1} = H(d - c_{nom2}) / x_1 b a \cdot \operatorname{tg} \theta, \quad (4)$$

Обозначив  $H = k_H p_s l_0^2 / d$ ;  $x_1 = \rho_1 d$  и  $c_{nom2} = s \cdot d$ , преобразуем выражение (4):

$$\bar{\sigma}_{c1} = k_H p_s l_0^2 (1 - s) / d \rho_1 b a \cdot \operatorname{tg} \theta, \text{ обозначим безразмерные}$$

$$k_{c1} = k_h (1 - \delta) / \rho_1 \operatorname{tg} \theta, \text{ тогда } \bar{\sigma}_{c1} = k_{c1} p_s l_0^2 / d b a \quad (5)$$

При равномерном распределении контактных напряжений можно принять,  $a = 0.25 l_0$ , тогда:

$$\bar{\sigma}_{c1} = 4 k_{c1} p_s l_0 / d b, \quad (5')$$

Из выражения (3) при подстановке (5), получаем:

$$\bar{\sigma}_{s1} = k_{c1} p_s l_0^2 \cos \theta v' (1 - \rho_1) / d \rho_1 b a,$$

введем обозначение:

$$k_{s1} = k_{c1} \cos \theta v' (1 - \rho_1) / \rho_1,$$

тогда:

$$\bar{\sigma}_{s1} = k_{s1} p_s l_0^2 / d b a, \quad (6)$$

тоже при равномерном распределении  $p_s$ :

$$\bar{\sigma}_{s1} = 4 k_{s1} p_s l_0^2 / d b,$$

Усилия в пролетном сечении плиты показаны на (рис.1, узел «Б»).

Составим уравнения равновесия:

$$\sigma_{s2} A_{s2} + H = \sigma_{c2} b x_2; \quad (7)$$

$$\sigma_{c2} b x_2 (d - 0.5 x_2) = M_{ps}; \quad (8)$$

$$\sigma_{s2} = \sigma_{c2} v' (d - x_2) / x_2; \quad (9)$$

Положение нейтральной оси считаем постоянным для всего участка плиты  $l_2$ . Из равенства (8) для сечения плиты в середине пролета, получим:

$$\bar{\sigma}_{c2} = 0.125 p_s l_0^2 / b \rho_2 d^2 (1 - 0.5 \rho_2),$$

обозначив:

$$k_{c2} = 0.125 / \rho_2 (1 - 0.5 \rho_2);$$

$$\bar{\sigma}_{c2} = k_{c2} p_s l_0^2 / bd^2. \quad (10)$$

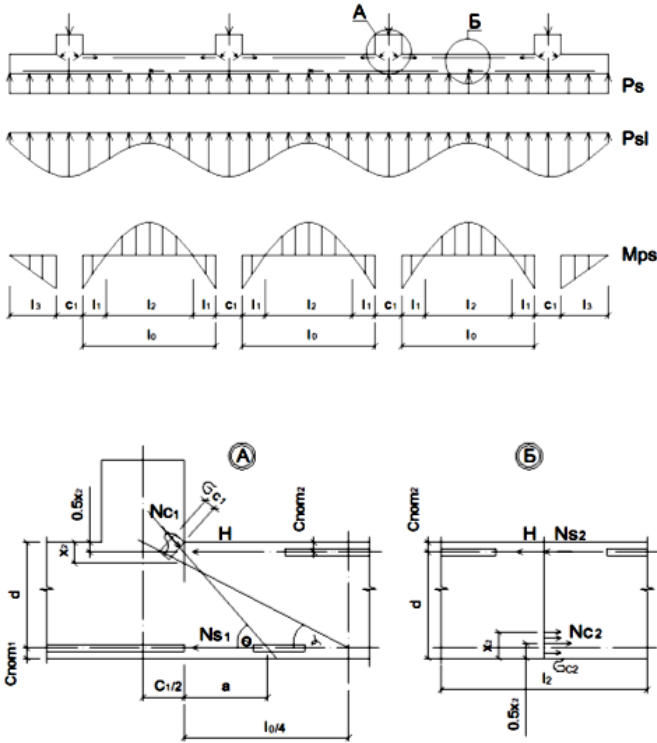


Рис.1 Расчетная схема фундаментной плиты

Перепишем уравнение (9) с учетом выражения для напряжений  $\sigma_{c2}$  полученных из равенства (8)

$$\bar{\sigma}_{s2} = k_{c2} p_s l_0^2 v' (1 - \rho_2) / bd^2 \rho_2,$$

обозначив:

$$k_{s2} = k_{c2} v' (1 - \rho_2) / \rho_2;$$

получим напряжения в верхней арматуре плиты в середине пролета (на участке  $l_2$ ).

$$\bar{\sigma}_{s2} = k_{s2} p_s l_0^2 / bd^2, \quad (11)$$

Следовательно, для определения напряжений в бетоне и арматуре в опорных и пролетных сечениях плиты необходимо знать безразмерные параметры  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ , и  $k_h$  которые необходимо определить.

Высота сжатой зоны бетона в опорном сечении может быть определена из расчета каркасно-стержневой модели фундаментной плиты, рассмотренной в работе [2]:

$$x_1 = d / (1 + a / 0.5c_1) \rightarrow \rho_1 = x_1 / d. \quad (12)$$

Коэффициент, учитывающий влияние распора найдем при подстановке выражений (9) и (11) в равенство (7):

$$k_h = 0.125 \left[ 1 - \nu' \rho_{f2} (1 - \rho_2) \right] / \left[ (1 - 0.5\rho_2)(1 - \rho_2^2) \right]. \quad (13)$$

Для получения второй зависимости между величинами  $k_h$  и  $\rho_2$  составим уравнение из условия, что в горизонтальном направлении деформации плиты на уровне верхней арматуры будут равны деформациям опор от распора [3]:

$$2\Delta_1 + \Delta_2 = \Delta_{st}, \quad (14)$$

$$\text{где: } \Delta_1 = \frac{(x_1 - c_{noml})}{x_1} \int_0^{l_1} \frac{\sigma_{c1}}{E_{cm}} dx; \quad \Delta_2 = \int_0^{l-l_1} \frac{\sigma_{s2}}{E_s} dx; \quad \Delta_{st} = k \cdot H.$$

где:  $k$  – смещение опорных конструкций от единичной силы.

Подставляя эти выражения в (14) и учитывая (4) и (11) имеем:

$$8[F_1 + 0.125k_1]k_h = F_2 + r_2(1 - \rho_2) / \rho_2(1 - 0.5\rho_2), \quad (15)$$

где:  $F_1 = (\rho_1 - \delta)(1 - \delta) / 4\rho_1^2 \text{tg} \theta$ ;  $F_2 = 2(\rho_1 - \delta)r_1 / \rho_1^2 \text{tg} \theta$ ;

$$r_1 = 0.5(l_1 / l_2)^2 (0.5 - l_1 / 3l); \quad r_2 = 0.0834 - 2r_1; \quad k_1 = kE'_{cm}bd / l.$$

После подстановки выражения (13) в (15) получим вторую зависимость между  $k_h$  и  $\rho_2$ :

$$(F_1 + 0.125k_1) \left[ 1 - \nu' \rho_{f2} (1 - \rho_2) \right] = [F_2 + r_2(1 - \rho_2) / \rho_2(1 - 0.5\rho_2)] \times \left[ (1 - 0.5\rho_2)(1 - \rho_2^2) \right] \quad (16)$$

Выражение (16) можно представить в виде:

$$\rho_2^3 + \beta \rho_2^2 + \beta \rho_2 - \beta_1 = 0, \quad (16')$$

где:  $\beta = 2(1 - k_3) / k_3$ ;  $\beta_1 = 2(\nu' \rho_{f2} k_2) / k_3$ ;

$$k_2 = r_2(F_1 + 0.125k_1); \quad k_3 = F_2 / (F_1 + 0.125k_1).$$

Решение кубического уравнения (16') (решение Кардано) подстановкой  $\rho_2 = y - \beta / 3$  приводится к «неполному» виду:

$$y^3 + \rho y + q = 0, \quad \text{где } \rho = -\beta^2 / 3 + \beta_1,$$

Корни  $y_1, y_2, y_3$  «неполного» кубического уравнения, равны:

$$y_1 = C + D \quad y_{2,3} = -(C + D) / 2 \pm i(C - D) \sqrt{3} / 2$$

где:  $C = \sqrt[3]{-q/2 + \sqrt{V}}$ ;  $D = \sqrt[3]{-q/2 - \sqrt{V}}$ ;

$$V = (\rho/3)^3 + (\rho/2)^2; \quad q = 2(\beta/3)^3 - \beta\beta_1/3 - \beta_1.$$

Определив из уравнения (16')  $\rho_2$ , находим  $k_h$  из (13), а затем  $k_{c2}$  и  $k_{c1}$ .

Для оценки влияния распора на прочность плитных фундаментов проведем сопоставление значений предельных нагрузок для фундаментов, результаты испытаний которых приведены в работе [1], при действии распора и без него. Под предельной нагрузкой подразумевается такая нагрузка, которая вызывает или предельные напряжения в бетоне сжатой зоны в опорном /пролетном / сечении или предельные напряжения в растянутой арматуре.

В сечении на опоре при выполнении условия:

$$\sigma_y / f_{cd} < k_{s1} / k_{c1} = \cos \theta v' (1 - \rho_1) / \rho_1 \quad (17)$$

предельная нагрузка определяется напряжениями в арматуре, равными пределу текучести арматурной стали,  $\sigma_y$

$$q_s^n = \sigma_y b d^2 / k_{s1} l_0^2, \quad (18)$$

если же,  $\sigma_y / f_{cd} > \cos \theta v' (1 - \rho_1) / \rho_1$  то предельная нагрузка определяется предельными напряжениями в бетоне сжатой зоны.

$$q_c^n = f_{cd} b d^2 / k_{c1} l_0^2. \quad (19)$$

Аналогичным путем определяется величина предельной нагрузки в пролете.

Предельная нагрузка в плите без учета распора определяется следующими выражениям

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } \sigma_y / f_{cd} < r_s / r_c = v' (1 - \rho) / \rho \\ \quad q_s = \sigma_y b d^2 / r_s l_0^2; \\ \text{при } \sigma_y / f_{cd} > v' (1 - \rho) / \rho \\ \quad q_c = f_{cd} b d^2 / r_c l_0^2, \end{array} \right\} \quad (20)$$

где  $r_s = r_c v' (1 - \rho) / \rho$ ;  $r_c = 0.125 / \rho (1 - 0.5 \rho)$ ;

$$\rho = f_{yd} A_s / f_{cd} b d$$

В соответствии с расчетом по пролетному или опорному сечению определяется относительная высота сжатой зоны "  $\rho$  " при этом соот-

ветственно меняются значения  $f_{yd}$  и  $A_s$ .

### *Заклучение*

В (табл.1) приведены результаты расчетов прочности фундаментных плит при реализации распора и без него. Расчет по предлагаемой методике ряда фундаментных плит см.(табл.1) и др. показывает, что учет влияния распора позволяет повысить расчетную несущую способность фундаментных плит при не смещаемых опорах до 15 %.

Следует также отметить, что увеличение прочности бетона оказывает гораздо меньшее влияние на повышение несущей способности плиты при действии распора, чем увеличение коэффициента армирования.

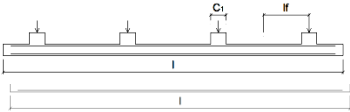
### **Summary**

The article decides upon the approach to the thrust implementation in calculating the strength of foundation plates. It compares the results of strength calculations of foundation plates with and without the implementation of thrust. It suggests the calculation method of foundation plates considering the thrust influence.

### *Литература*

1. Залесов А.С., Тетиор А.Н., Родин С.В и др. Прочность плитных фундаментов по наклонным сечениям - Бетон и железобетон. 1987, №11, с.45.,46,
2. Родин С.В. Оценка прочности фундаментных плит по наклонному сечению, - М.: ВНИИС Госстроя СССР, 1987, №5, №7624.
3. Попов Н.Н., Расторгуев Б. С. Динамический расчет железобетонных конструкций -М.: Стройиздат, 1974 - 207 с.

Таблица 1. - Результаты расчета прочности фундаментных плит

№	Конструкция	$l \times b$ см x см	$l_f$ см	$c_1$ см	$d$ см	$\rho_f$ %	$f_{yd}$ МПа	$f_{cd}$ МПа	прочность плиты,		
									опыт- ная, кН	без рас- пора	с учетом распора
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		250x100	30	10	5,1	0,98	550	21,2	2010	1750	2000
2		250x100	30	10	5,5	0,98	550	13,7	1490	1310	1460
3		250x100	30	10	8,3	0,60	550	10,2	2470	1690	1920
4		250x100	30	10	8,1	0,60	550	12,3	2850	2030	2320