

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ
ДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ СТАТИЧЕСКИ
НЕОПРЕДЕЛИМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК И РАМ С
УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОГО ПОВЕДЕНИЯ И ПЛАСТИЧНОСТИ
БЕТОНА**

Фомин В.М.

*Одесская государственная академия строительства и архитектуры,
г. Одесса*

Будем исследовать движение статически неопределимой железобетонной балки или рамы под действием системы сосредоточенных переменных сил. При этом будем считать, что масса этих балок или рам сосредоточена в системе материальных точек (сосредоточенных масс) на них расположенных, а переменные силы $F_k(t) = A_k \sin(2\pi t / T_k)$ ($k = 1, 2, \dots, n$, n — число материальных точек) приложены к этим точкам. Подобная задача рассматривалась в [1], однако там предполагалось, что частоты вынуждающих сил гораздо меньше частот собственных колебаний конструкции и потому можно было считать нагружение квазистатическим. В настоящей работе таковое не предполагается и поэтому необходимо учитывать динамическое поведение конструкции. При определении приращений прогибов будем использовать метод линейного ускорения с модификацией Вильсона [2].

Составляя основное уравнение динамики для каждой из сосредоточенных масс, получаем

$$M\widehat{\Delta}a = \widehat{\Delta}F + \widehat{\Delta}R. \quad (1)$$

(рассматривается случай, когда $\widehat{\Delta}N = 0$, т.е. когда продольные силы в стержнях постоянны). В формуле (1) M — диагональная матрица масс точек, $\widehat{\Delta}a$ — вектор — столбец приращений ускорений, $\widehat{\Delta}F$ и $\widehat{\Delta}R$ — вектора приращений вынуждающих сил и реакций конструкции. На основании метода линейных ускорений имеем

$$\widehat{\Delta}a = \frac{6}{(\widehat{\Delta}t)^2} \left[\widehat{\Delta}v - V\widehat{\Delta}t - \frac{1}{2}a(\widehat{\Delta}t)^2 \right]. \quad (2)$$

Здесь $\widehat{\Delta}t$ — приращение времени, причем в соответствии с методом Вильсона $\widehat{\Delta}t = \theta\Delta t$ ($\theta > 1$ — скалярный множитель, Δt — временной шаг), $\widehat{\Delta}v$ — вектор приращений перемещений точек, V и a — векторы их

скоростей и ускорений, определенные на предыдущем шаге. Заметим, что приращения $\widehat{\Delta v}$, $\widehat{\Delta a}$, $\widehat{\Delta F}$ и $\widehat{\Delta R}$ соответствуют промежутку времени $\widehat{\Delta t}$.

Используя алгоритм, изложенный в [1], можно определить вектор перемещений вызванный статической нагрузкой $\widehat{\Delta F}_{stat}$:

$$\widehat{\Delta v} = Y \widehat{\Delta F}_{stat} \quad (3)$$

(Y — матрица, столбцами которой являются векторы приращений перемещений точек, вызванные векторами приращений нагрузок ΔF_k ($k = 1, 2, \dots, n$), k — й элемент каждого из которых равен единице, а остальные нулю). Очевидно,

$$\widehat{\Delta v} = -Y \widehat{\Delta R}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2), а затем (2) и (1), получаем

$$\widehat{\Delta R} = -[I + \frac{6}{(\widehat{\Delta t})^2} MY J^{-1} \{ \frac{6}{(\widehat{\Delta t})^2} M[V \widehat{\Delta t} + a \frac{(\widehat{\Delta t})^2}{2} J + \widehat{\Delta F} \}]. \quad (5)$$

Определив из (5) $\widehat{\Delta R}$, находим из (4) и (2) $\widehat{\Delta v}$ и $\widehat{\Delta a}$, а затем из формул

$$\Delta a = \frac{1}{\theta} \widehat{\Delta a}, \Delta V = (a + \frac{1}{2} \Delta a) \Delta t, \Delta v = V \Delta t + \frac{1}{2} (a + \frac{1}{3} \Delta a) (\Delta t)^2 \quad (6)$$

определяем приращения ускорений, скоростей и перемещений материальных точек, соответствующие промежутку времени Δt . Завершается шаг вычислением новых значений ускорений, скоростей и перемещений:

$$a_{нов} = a + \Delta a, V_{нов} = V + \Delta V, v_{нов} = v + \Delta v. \quad (7)$$

Пример. Исследуем движение статически неопределимой железобетонной колонны, на которой расположены два груза массой $5T$ (рис. 1), вызванное импульсным воздействием. Геометрические параметры: $l_1 = 2$ м, $l_2 = l_3 = 6$ м. Размеры поперечного сечения, марка бетона и армирование такие же как и в примере в статье [1].

Нагружение колонны происходит в два этапа. На первом (предварительном) этапе происходит постепенное увеличение массы грузов (т.е. постепенное увеличение сил тяжести) от нуля до заданного значения. Это приводит к появлению продольных сил, которые в дальнейшем остаются неизменными.

Затем при $t = 0$ начинается второй (основной) основной этап: на сосредоточенную массу M_2 воздействует импульс, график которого представлен на рис.2 (F в κH , t в $сек$). После окончания действия импульса,

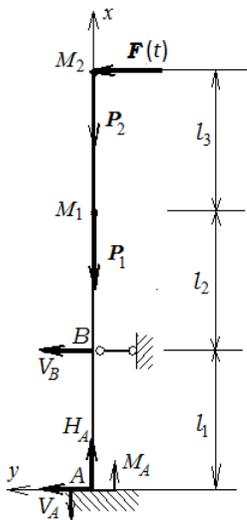


Рис. 1

продолжительность которого равна $2c$, колонна с грузами совершает свободные колебания.

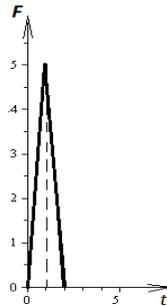


Рис. 2

Перемещения грузов будем находить при помощи пошагового метода линейных ускорений, определяя при этом реакции колонны по отношению к грузам (как было указано выше) методом граничных элементов. Как и в [1] колонну считаем балочной системой, состоящей из трех балочных элементов (участков), пограничные сечения которых проходят через точки A , B , M_1 и M_2 .

Графики движения грузов представлены на рис. 3. Заметно затухание колебаний. Однако также можно заметить отсутствие остаточных деформаций.

Увеличим продолжительность действия импульса вдвое не изменяя при этом его максимальной величины. Графики движения принимают вид, представленный на рис. 4 (график 1 соответствует движению точки M_1 , а график 2 — движению точки M_2). Заметно появление остаточных деформаций, в результате чего при затухании колебаний ось колонны не стремится к своей первоначальной прямолинейной форме, а становится изогнутой.

Вывод

Предлагается алгоритм, позволяющий применить метод граничных элементов при расчете динамики статически неопределимых железобе-

тонных балок и рам с учетом физической и геометрической нелинейностей и пластичности бетона.

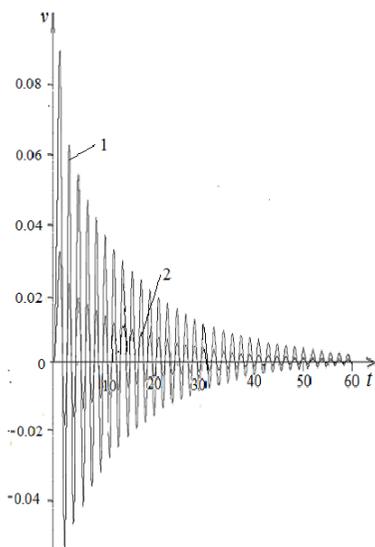


Рис. 3

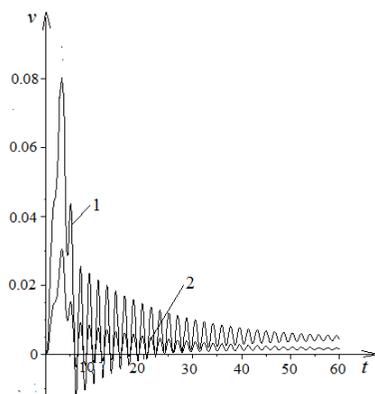


Рис. 4

Summary

The procedure proposed here enables one to apply boundary elements method in of statically indeterminate RC beam and frame dynamic design with taking into account physical and geometrical nonlinearity and concrete plasticity.

Литература

1. Фомин В.М. Применение метода граничных элементов при статических расчетах статически неопределимых железобетонных балок и рам с учетом нелинейного поведения и пластичности бетона // Вісник ОДАБА. Вып., – Одесса, 2012. – с.
2. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 319 с.