

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ МНОГОЭТАЖНОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ РАМЫ С ЖЕСТКИМИ РИГЕЛЯМИ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОГО ПОВЕДЕНИЯ И ПЛАСТИЧНОСТИ БЕТОНА

Фомин В.М.

*Одесская государственная академия строительства и архитектуры,
г. Одесса*

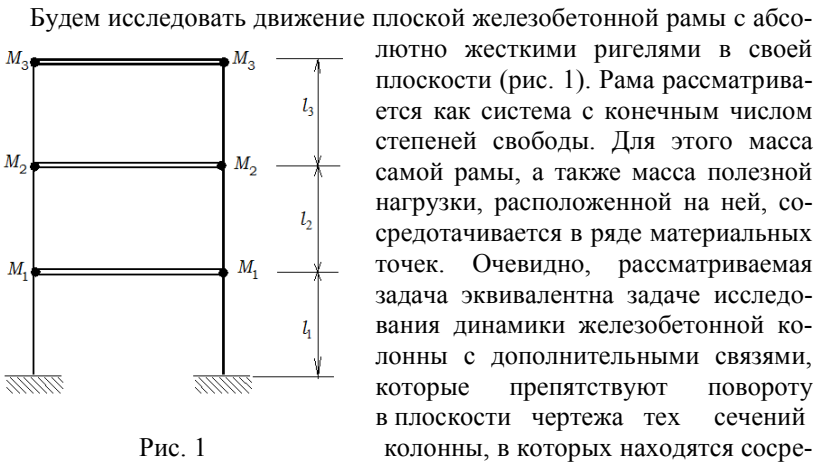


Рис. 1

Будем исследовать движение плоской железобетонной рамы с абсолютно жесткими ригелями в своей плоскости (рис. 1). Рама рассматривается как система с конечным числом степеней свободы. Для этого масса самой рамы, а также масса полезной нагрузки, расположенной на ней, сосредотачивается в ряде материальных точек. Очевидно, рассматриваемая задача эквивалентна задаче исследования динамики железобетонной колонны с дополнительными связями, которые препятствуют повороту в плоскости чертежа тех сечений колонны, в которых находятся сосредоточенные массы, но не препятствуют перемещению этих сосредоточенных масс (рис. 2).

Для стержневого элемента AM_1 колонны методами, изложенными в [1], строим матрицу $A^{(1)}(x)$ фундаментальных функций однородного дифференциального уравнения, соответствующего уравнению (2) в [1], а также матрицы-столбцы $B_Q^{(1)}(x)$ и $B_N^{(1)}(x)$ специальных частных решений уравнения (2). Затем записываем равенство

$$X^{(1)}(x) = A^{(1)}(x)X^{(1)}(0) + B_Q^{(1)}(x)dQ^{(1)} + B_N^{(1)}(x)dN^{(1)}. \quad (1)$$

Здесь $dQ^{(1)}$ и $dN^{(1)}$ — величины поперечной и продольной сил в начале элемента. Очевидно, что

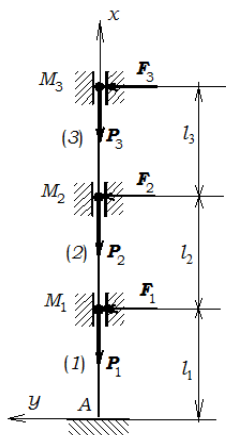


Рис. 2

$$\begin{aligned} dQ^{(1)} &= -(dF_1 + dF_2 + dF_3), \\ dN^{(1)} &= -(dP_1 + dP_2 + dP_3). \end{aligned} \quad (2)$$

Заметим, что столбцы $X^{(1)}(0)$ и $X^{(1)}(l_1)$ (из-за наличия упомянутой выше связи в точке M_1) имеют следующий вид:

$$X^{(1)}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dv_1''(0) \end{bmatrix}, \quad X^{(1)}(l_1) = \begin{bmatrix} dv_1(l_1) \\ 0 \\ dv_1''(l_1) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Из ненулевых элементов этих столбцов формируем столбец $X^{(1)*}(0)$:

$$X^{(1)*} = \begin{bmatrix} dv_1(l_1) \\ dv_1''(l_1) \\ dv_1''(0) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Строим матрицу

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

которая обладает следующим свойством:

$$CX^{(1)*} = X^{(1)}(l_1). \quad (6)$$

Нетрудно убедиться в том, что

$$A^{(1)*}(l_1)X^{(1)*} = A^{(1)}(l_1)X^{(1)}(0). \quad (7)$$

Здесь $A^{(1)*}(x)$ — матрица, полученная из $A^{(1)}(x)$ обнулением первых двух столбцов.

При $x = l_1$ равенство (1) с учетом (6) и (7) выглядит так

$$C\mathbf{X}^{(1)*} = \mathbf{A}^{(1)*}\mathbf{X}^{(1)*} + \mathbf{B}_Q^{(1)}(x)dQ^{(1)} + \mathbf{B}_N^{(1)}dN^{(1)}. \quad (8)$$

Из (8) находим

$$\mathbf{X}^{(1)*} = [\mathbf{C} - \mathbf{A}^{(1)*}]^{-1}[\mathbf{B}_Q^{(1)}(x)dQ^{(1)} + \mathbf{B}_N^{(1)}dN^{(1)}] \quad (9)$$

и тем самым определяем $dv_1''(0)$, $dv_1(l_1)$ и $dv_1''(l_1)$, т.е. столбцы $\mathbf{X}^{(1)}(0)$ и $\mathbf{X}^{(1)}(l_1)$, что позволяет определить прогибы в точках стержневого элемента (1).

Переходим теперь к элементу (2). Из непрерывности функций dv , dv' (dv'' не непрерывна) следует, что

$$dv_2(0) = dv_1(l_1), \quad dv_2'(0) = dv_1'(l_1) = 0.$$

Представим столбец $\mathbf{X}^{(2)}(0)$ в следующем виде:

$$\mathbf{X}^{(2)}(0) = \mathbf{X}^{(2,1)} + \mathbf{X}^{(2,2)},$$

где

$$\mathbf{X}^{(2,1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dv_2''(0) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}^{(2,2)} = \begin{bmatrix} dv_2(0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Заметим, что $dv_2(0)$ (в отличие от $dv_2''(0)$) уже найденная величина.

Тогда равенство (1) для второго элемента запишется так:

$$\mathbf{X}^{(2)}(x) = \mathbf{A}^{(2)}(x)\mathbf{X}^{(2,1)} + \mathbf{A}^{(2)}(x)\mathbf{X}^{(2,2)} + \mathbf{B}_Q^{(2)}(x)dQ^{(2)} + \mathbf{B}_N^{(2)}(x)dN^{(2)} \quad (10)$$

Заметим, что из-за наличия связи в точке M_2

$$\mathbf{X}^{(2)}(l_2) = \begin{bmatrix} dv_2(l_2) \\ 0 \\ dv_2''(l_2) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Формируем столбец $\mathbf{X}^{(2)*}$ следующим образом:

$$\mathbf{X}^{(2)*} = \begin{bmatrix} dv_2(l_2) \\ dv_2''(l_2) \\ dv_2''(0) \end{bmatrix}.$$

Нетрудно убедиться в том, что

$$\mathbf{C}\mathbf{X}^{(2)*} = \mathbf{X}^{(2)}(l_2), \mathbf{A}^{(2)*}(l_2)\mathbf{X}^{(2)*} = \mathbf{A}^{(2)}(l_2)\mathbf{X}^{(2)}(0) \quad (12)$$

($\mathbf{A}^{(2)*}(x)$ — матрица, полученная из $\mathbf{A}^{(2)}(x)$ обнулением первых двух столбцов). Тогда (10) запишется так

$$\mathbf{C}\mathbf{X}^{(2)*} = \mathbf{A}^{(2)*}\mathbf{X}^{(2)*} + \mathbf{A}^{(2)}\mathbf{X}^{(2,2)} + \mathbf{B}_Q^{(2)}(x)dQ^{(2)} + \mathbf{B}_N^{(2)}dN^{(2)}. \quad (13)$$

Очевидно, что $dQ^{(2)} = -(dF_2 + dF_3)$, $dN^{(2)} = -(dP_2 + dP_3)$.

Из (13) определяем

$$\mathbf{X}^{(2)*} = [\mathbf{C} - \mathbf{A}^{(2)*}]^{-1}[\mathbf{A}^{(2)}\mathbf{X}^{(2,2)} + \mathbf{B}_Q^{(2)}(x)dQ^{(2)} + \mathbf{B}_N^{(2)}dN^{(2)}] \quad (14)$$

И тем самым находим $dv_2(l_2)$, $dv_2''(l_2)$ и $dv_2''(0)$.

Все выкладки для третьего стержневого элемента (или для всех остальных, если бы их было больше) проводятся аналогично выкладкам для второго.

Все изложенное выше относится к решению статических или квазистатических задач. При решении динамических задач этот алгоритм используется при определении зависимости приращений реакций рамы по отношению к материальным точкам, расположенным на ней, от приращений перемещений этих точек (т.е. для построения матриц \mathbf{Y} , см. (3) в [2]). Алгоритм решений динамических задач приведен в [2].

Пример. Исследуем движение железобетонной рамы с абсолютно жесткими ригелями (рис. 1) (или же железобетонной колонны с дополнительными связями, рис. 2), вызванное импульсным воздействием. Массы материальных точек (грузов) $m_1 = m_2 = m_3 = 25 \text{ Т}$. Геометрические параметры: $l_1 = l_2 = l_3 = 5 \text{ м}$. Размеры поперечного сечения: $b = 0.8 \text{ м}$, $h = 0.18 \text{ м}$. Армирование симметричное: $S_1 = S_2 = 8,5\text{см}^2$. Сталь мар-

ки А-III, характеристики бетона: $E_0 = 2,8 \cdot 10^4$ МПа, $R_c = 19$ МПа, $R_p = 1,9$ МПа, $\Gamma_c = 0,583 \cdot 10^{-3}$.

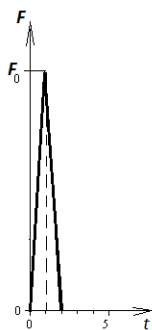


Рис.3

Как и в примерах в статьях [1-2] предполагается, что нагружение рамы происходит в два этапа. На первом (предварительном) этапе происходит постепенное увеличение массы грузов (т.е. постепенное увеличение сил тяжести) от нуля до заданного значения. Это приводит к появлению продольных сил, которые в дальнейшем остаются неизменными.

Затем при $t = 0$ начинается второй этап: на сосредоточенную массу M_3 воздействует импульс, график которого представлен на рис.3. После окончания действия импульса, продолжительность которого равна $2c$ рама с грузами совершает свободные колебания.

Перемещения грузов будем находить при помощи пошагового метода линейных ускорений, определяя при этом реакции колонны по отношению к грузам (как было указано выше) методом граничных элементов.

Графики движения грузов представлены на рис. 4 (при $F_0 = 6$ кН) и 5 (при $F_0 = 8,5$ кН). Нумерация графиков соответствует номерам грузов. Заметно затухание колебаний. В первом случае остаточные деформации практически отсутствуют. Во втором случае заметно появление остаточных деформаций.

Исследуем теперь движение рамы под действием гармонических сил $F_k(t) = \widehat{F}_k \sin \omega t$ ($k = 1, 2, 3$). Примем $\omega = 2,5$ с⁻¹, что близко к первой круговой частоте свободных колебаний рамы. Кроме того, примем $\widehat{F}_1 = 0,52 \hat{e}I$, $\widehat{F}_2 = 0,93 \hat{e}I$, $\widehat{F}_3 = 1,16 \hat{e}I$. Эти значения образуют обобщенную силу, соответствующую первому главному колебанию. График движения грузов представлен на рис. 6.

Примем теперь $\widehat{F}_1 = 16,58 \hat{e}I$, $\widehat{F}_2 = 7,38 \hat{e}I$, $\widehat{F}_3 = -13,3 \hat{e}I$. Эти значения образуют обобщенную силу, соответствующую второму главному колебанию. Частоту оставим неизменной, т.е. соответствующей первому главному колебанию. График движения представлен на рис. 7.

Заметно изменение формы колебаний. Если в начале движения форма колебаний близка к форме второго главного колебания (рис. 8а), то спустя минуту она близка к форме первого (рис. 8б). Таким образом, происходит перекачка энергии из одной формы главных колебаний в другую, что в линейном случае невозможно. Кроме того, появляется

эффект резонанса (нарастание амплитуды колебаний), что опять таки невозможно при отсутствии нелинейного поведения бетона.

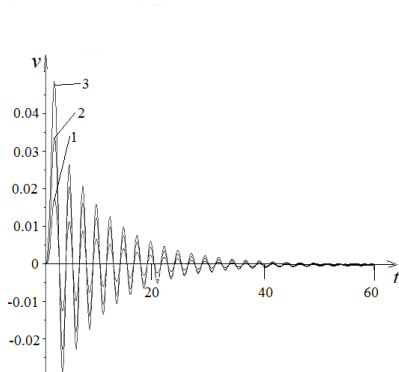


Рис. 4

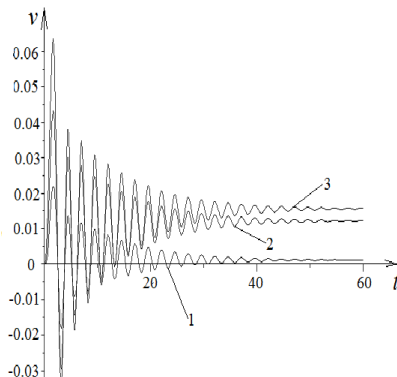


Рис. 5

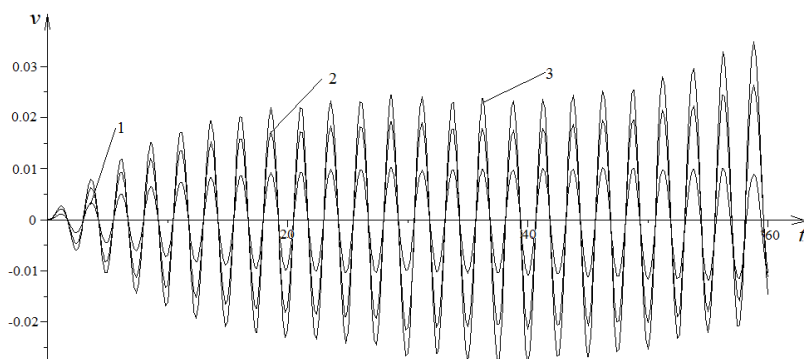


Рис. 6

Вывод

Методом граничных элементов проведено исследование динамики многоэтажной железобетонной рамы с абсолютно жесткими ригелями при учете физической и геометрической нелинейностей и пластичности бетона.

Summary

Investigation of shear frame dynamics with consideration of physical and geometrical nonlinearity and concrete plasticity has been carried out by means of Boundary Element Method.

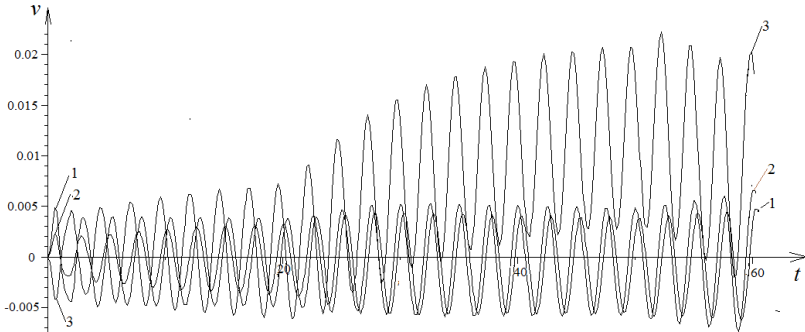


Рис. 7

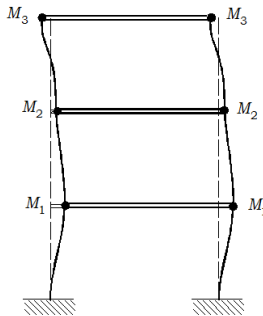


Рис. 8а

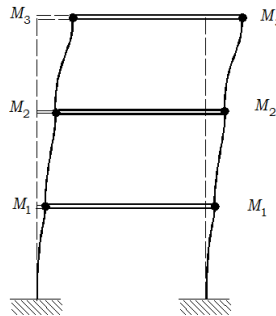


Рис. 8б

Литература

1. Фомин В.М. Применение метода граничных элементов при статических расчетах статически неопределимых железобетонных балок и рам с учетом нелинейного поведения и пластичности бетона // Вісник ОДАБА. Вып., – Одесса, 2013. – с

2. Фомин В.М. Применение метода граничных элементов при динамических расчетах статически неопределимых железобетонных балок и рам с учетом нелинейного поведения и пластичности бетона // Вісник ОДАБА. Вып., – Одесса, 2013. – с