УДК 624.046.5

НАДЕЖНОСТЬ ВНЕЦЕНТРЕННО-СЖАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Кобринец В.М., *профессор*

Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса

Постановка задачи:

В настоящее время отсутствует методика расчета надежности внецентренно-сжатых элементов.

На кафедре строительной механики ОГАСА разработана новая методика расчета внецентренно-сжатых стержней, основанная не на формуле Ф.С. Ясинского,

$$\sigma_i = \sigma_N + \sigma_M = \frac{P}{A} \pm \frac{M \cdot Y_i}{I_z} \qquad (1)$$

а на механике продольного изгиба. Напряжения определяются не суммированием напряжений от силы и момента, только через $\sigma_o = \dfrac{P}{A}$

$$\sigma_i = \sigma_0 \frac{Y_i}{C_{н.о.}} \qquad (2)$$

здесь $C_{н.о.}$ это расстояние до нейтральной оси

$$C_{н.о.} = \frac{I_z}{A \cdot e} \qquad (3)$$

В [3] есть такая формула, но без вывода, формулы (2) нет.

Преимущества формулы (2) очевидны, не нужно проверять справедливость принципа наложения, можно применять физически нелинейный материал. С помощью (2) разработана методика надежность внецентренно-сжатых элементов.

Для расчета надежности строительных конструкций В.Д. Райзер [1] использует характеристику безопасности А.Р. Ржаницына

$$\beta = \frac{R - \sigma}{\sqrt{S_R + S_\sigma}} \qquad (4)$$

здесь S_R и S_σ это среднеквадратическое отключение или стандарт.

R и σ под волнистой линией означает, что эти величины подчиняются нормальному закону распределения.

При расчете конструкций с учетом заданного уровня надежности P_S вероятность надежной работы и способствующая ей характеристика безопасности β задаются. Прочность R стандарты S_R и S_σ известны.

Вероятность надежной работы P_S определяется через вероятность отказа P_f, которая определяется по формуле (2)

$$P_f = \frac{10^{-4} \cdot \zeta_S \cdot T}{L} \tag{5}$$

здесь ζ_S – коэффициент социальной значимости (табл. 1); T – расчетный срок службы в годах; L – среднее число людей, находящихся на объекте или близко от него.

Таблица 1. Коэффициент социальной значимости

Вид сооружения	ζ_S
Места собрания людей, плотины	0,005
Жилые, конторские, торговые и промышленные здания	0,05
Мосты	0,5
Башни, мачты, морские платформы	5

Когда рассматривается только теоретическое значение P_S, тогда требуемое значение P_f определять нужно но по формуле

$$P_f = \frac{10^{-5} \cdot \zeta_S \cdot T}{L} \tag{6}$$

Например, для наиболее распространенного значения ζ_S=0,05, для срока службы объекта T=50лет

$$P_f = \frac{2,5 \cdot 10^{-5}}{L} \approx 10^{-5} - 10^{-7} \tag{7}$$

Вероятность P_S определяется через P_f

$$P_S = 1 - P_f \tag{8}$$

Значение характеристики безопасности β определяется через P_f по таблице 2.

Значение β=0 соответствует расчету конструкций по допускаемым напряжениям. Напряжения определяются из статического расчета.

В [1] В.Д. Райзер приводит пример расчета толщины сферической оболочки радиуса ρ, загруженную внутренним давлением $\tilde{q}$, с учетом заданного уровня надежности $P_s = 0,97712, \beta = 2$.

Таблица 2. Характеристика безопасности

β	0	1	2	2,25	3,25	3,75	4,25	4,75	5,25
P_f	0,5	0,25	0,02288	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
P_S	0,5	0,75	0,97712	0,99	0,999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Напряжения определяются по формуле

$$\sigma = \frac{q\rho}{2h} \tag{9}$$

здесь $\tilde{q}$ задано, ρ известен.

Если h задана, можно определить напряжения. При заданном σ определяется толщина h.

Для шарнирно-опертой балки с распределенной нагрузкой напряжения определяются по формуле, которая состоит из одного слагаемого, как и (5)

$$\sigma^{\max} = \frac{M}{W} = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot W} \tag{10}$$

Формулу (9) или (10) можно представить в другом виде

$$\sigma = q \cdot B \tag{11}$$

Здесь
$$B = \frac{\rho}{2h} \tag{12}$$

Выражение (11) подставим в (4).

Возведем обе части в квадрат, и после несложных преобразований получим квадратное уравнение относительно В. Решая квадратное уравнение находим B. Теперь B известно, подставим его в (12) и определяем h. Этот метод расчета конструкций по заданному уровню надежности назовем прямым.

Расчет внецентренно-сжатых стержней выполняется по формуле (1).

При расчете на заданный уровень надежности нужно подставить $\sigma^{\max}$ из (1) в (4). Но представить формулу (1) в виде (11) в общем виде не получается. Поэтому методика расчета внецентренно-сжатых стержней отсутствует.

По формуле (2) можно выполнить расчет надежности внецентренно-сжатых стержней на заданный уровень надежности прямым методом. Но здесь не удается избежать погрешности, т.к. в характеристику безопасности подставляется не само напряжение, а выраженное через нагрузку q или P, формулы (2), (9), (10).

Поэтому в знаменатель формулы (4) подставляется не стандарт напряжений S_σ, а стандарт нагрузки S_q. Чтобы использовать в (4) напряжения и стандарт напряжений в явном виде предлагается обратный способ.

Для внецентренно-сжатого стержня с заданными размерами поперечного сечения и высотой определяем продольную силу исходя из величины эксцентриситета. Например, С.П. Тимошенко [3] определил максимальную силу для двутавра №50, с эксцентритситетом 5 см, высотой 7,5 м, при $\sigma_{\max} = \sigma_T = 2800 кг/см^2$. Методом проб и ошибок и получил $P = 170т$.

Максимальную силу определяем по новой методике через $\sigma_{\max}$.

Алгоритм:

1) по (3) определяем $C_{н.о.}$;

2) определяем $y_{\max} = C_{н.о.} + \dfrac{h}{2}$;

3) по (2) определяем $\sigma_o = \sigma_{\max} \dfrac{C_{н.о.}}{y_{\max}}$;

4) по σ_o определяем $P_{\max} = \sigma_0 \cdot A$.

Если $\sigma_{\max} = [\sigma]$ - т.е. напряжение равно допускаемому, тогда $\beta = 0$.

Определим $P_{\max}$ для того же профиля как у С.П. Тимошенко $A = 100 см^2$. $I_x = 39727 см^4$. $\sigma_{\max} = R_y = 2250 кг/см^2$.

1. Вычисляем $C_{н.о.}$

$$C_{н.о.} = \frac{I_x}{A \cdot l} = \frac{39727}{100 \cdot 5} = 79{,}45 см$$

2. Определяем $y_{\max} = 79{,}45 + 25 = 104{,}45 см$

3. Вычисляем $\sigma_o = 2250 \dfrac{79{,}45}{104{,}45} = 1711{,}5 кг/см^2$

$$P_{\max} = \sigma_0 \cdot A = 1711{,}5 \cdot 100 = 171150 кг = 171{,}2 т.$$

Нужно проверить прогиб при $P_{\max}$. Не нарушится условие внецентренного сжатия, не появится ли продольный изгиб. Выгиб по середине колонны определяем по [4].

$$y\left(\frac{l}{2}\right)=\frac{4\cdot e}{\pi\left(\frac{P_{кр}}{P}-1\right)} \tag{13}$$

Для данного примера $y\left(\frac{l}{2}\right)=0,365см$.

Условие внецентренного сжатия не нарушилось.

Надежность конструкции при этом обеспечивается на 50%, $P_S=0,5$. Если требуется более высокий уровень надежности например $\beta=3,5$. Вероятности надежной работы для такого значения β в таблице 2 нет.

Вероятность P_S можно определить через интеграл вероятности Гаусса $\phi(\beta)$

$$P_S=\frac{1}{2}+\phi(\beta) \tag{14}$$

Для $\beta=3,5$ по таблице интеграла вероятности находим $\phi(3,5)=0,499768$.

$$P_S=0,5+0,49977=0,99977$$

Методика надежности внецентренно-сжатого стержня по обратному способу.

На примере того же двутавра.

Исходные данные $\beta=3,5$, $\sigma=2250кг/см^2$, $P=171,2т$.

При $\sigma=2250кг/см^2, \beta=0,$ а нужно определить σ когда $\beta=3,5$

Решаем последовательным приближением

Первое приближение

1. Задаем $\sigma_{1\max}=0,6$ от $\sigma=0,6\cdot2250=1350кг/см^2$
2. Вычисляем характеристику безопасности β_1

$$\beta_1=\frac{R-\sigma_{1\max}}{\sqrt{S_R^2+S_{\sigma\max}^2}}=\frac{2250-1350}{\sqrt{225^2+135^2}}=\frac{900}{262,4}=3,435$$

Второе приближение

1. Задаем $\sigma_{2\max}=0,593\cdot2250=1334,25кг/см^2$
2. Вычисляем β_2

$$\beta_2=\frac{2250-1334,25}{\sqrt{225^2+1334,25^2}}=\frac{915,75}{261,585}=3,5$$

Подбор $\beta = 3,5$ при $\sigma_{\max} = 1334,25 кг/см^2$ завершен.

Дальнейшее вычисление по такому алгоритму

1. $C_{н.о.} = 79,45 см, y_{\max} = 104,45 см$ вычислены ранее

2. Вычислить

$$\sigma_0 = \sigma_{\max}\frac{C_{н.о.}}{y_{\max}} = 1334,25\frac{79,45}{104,25} = 1016,9 кг/см^2$$

3. Определить площадь сечение колонны при $P = 171,2т$ с учетом заданного уровня надежности $\beta = 3,5, P_S = 0,99977$

$$A_{(\beta)} = \frac{171200}{1334,25} = 128,31 см^2$$

По сортаменту определяем требуемый двутавр.

4. Определяем силу для заданного двутавра №50, которая соответствовала бы заданному уровню надежности

$$P_{(\beta)} = 100\cdot\sigma_0 = 100\cdot 1016,6 = 101690 кг = 101,7т$$

Выводы

1. Методика обратного способа не требует составления квадратного уравнения.

2. Характеристика β вычисляется через напряжения, задаваемые не формулой, а числом.

3. Возможности обратного способа шире. Прямым методом можно обеспечить надежность увеличением площади. Обратным способом, заданный уровень надежности можно обеспечить увеличением площади сечения или уменьшением нагрузки.

SUMMARY

The methods of strength analysis and calculation of reliability for eccentrically compressed elements are developed.

1. В.Д. Райзер. Теория надежности в строительном проектировании. –М.: Изд-во Строительных ВУЗов – 1998, 302 с.

2. Г. Аугусти, А. Баратта, Ф. Кашиати. Вероятностные методы в строительном проектировании. – М.: Стройиздат – 1988, 584 с.

3. С.П. Тимошенко, Дж. Герс. Механика материалов. – М.: Изд-во «Мир» - 1976, 609 с.

4. А.С. Вольмир. Устойчивость упругих систем. – М.: Изд-во ФМ – 1968, 879 с.